

野外移动机器人滑动效应的在线建模和跟踪控制

周 波¹, 戴先中¹, 韩建达²

(1. 东南大学自动化学院复杂工程系统测量与控制教育部重点实验室, 江苏 南京 210096;
2. 中国科学院沈阳自动化研究所, 辽宁 沈阳 110016)

摘要: 针对野外移动机器人的滑动效应建模和补偿控制问题进行了研究. 以履带式移动机器人为研究对象, 将履带和地面之间的滑动效应建模为时变的滑动参数, 由此建立起带滑动参数的机器人运动学和动力学模型, 并采用基于方根无色卡尔曼滤波 (SR-UKF) 的在线非线性估计方法对机器人的位姿和滑动参数进行联合估计. 在此基础上, 提出了一种基于动态反馈线性化的全局指数收敛控制律以解决机器人的轨迹跟踪控制问题. 仿真实验表明了该方法的有效性和鲁棒性.

关键词: 移动机器人; 滑动建模; SR-UKF; 跟踪控制

中图分类号: TP242

文献标识码: A

文章编号: 1002-0446(2011)-03-0265-08

Online Modelling and Tracking Control of Mobile Robots with Slippage in Outdoor Environments

ZHOU Bo¹, DAI Xianzhong¹, HAN Jianda²

(1. Key Laboratory of Measurement and Control of CSE, School of Automation, Southeast University, Nanjing 210096, China;
2. Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016, China)

Abstract: The problems of slippage modeling and compensating control for mobile robots in outdoor environments are studied. Focusing on a tracked mobile robot, the slippage efficiency between tracks of a tracked mobile robot and ground is analyzed and modeled as time-varying parameters, meanwhile the corresponding kinematic and dynamic models of the robot are created with slipping parameters. Then the online nonlinear estimators such as the square-rooted unscented Kalman filter (UKF) can be used to estimate the pose and slipping parameters jointly. Furthermore the dynamic feedback linearization integrated with a globally exponentially convergent control law is applied to the tracking control. Simulation results demonstrate the effectiveness and robustness of the proposed method.

Keywords: mobile robot; slippage modeling; square-rooted unscented Kalman filter (SR-UKF); tracking control

1 引言 (Introduction)

随着移动机器人的应用领域的不断拓展, 野外移动机器人的研究获得了越来越广泛的关注, 诸如行星探测、城市救援、反恐防暴和海底考察等相关领域的研究对于野外机器人的导航和控制提出了更高的要求^[1-2]. 与室内移动机器人相比, 野外移动机器人的工作环境更为复杂多变, 势必需要对机器人所处的环境进行在线感知和建模, 从而为导航和控制提供必要的知识基础. 其中地面移动机器人与接触地面之间的滑动效应建模^[3-4]是影响机器人自身行为能力的一个非常重要的因素, 尤其是对于野外常用的履带式移动机器人而言, 滑动效应更是此类机

器人转弯过程中不可避免的现象, 对其进行在线建模和控制具有非常重要的意义, 可保证机器人更为高效和自主地完成自身使命.

本文从运动学和动力学两个方面对履带式移动机器人与地面之间的滑动效应进行了相应的分析, 将其建模为时变的滑动参数, 并由此建立起统一考虑滑动参数的机器人运动学和动力学修正模型. 在此基础上, 基于方根无色卡尔曼滤波 (SR-UKF)^[5]的非线性在线估计方法被用于对移动机器人的位姿和滑动参数进行联合估计. 该滤波方法将 UKF^[6]的 SUT 变换和矩阵方根分解理论结合起来, 可获得较之一般的 EKF (扩展卡尔曼滤波)^[7]更优的估计精度, 同时提高了算法自身的数值稳定性, 且实时性

优于常规 UKF 和粒子滤波^[8]方法, 更适合于移动机器人的在线估计应用。

移动机器人的控制问题根据控制目标可分为镇定和跟踪两大类。Brockett 必要条件^[9]指出履带式移动机器人由于自身的非完整性特性不可能通过光滑反馈控制达到镇定目的, 因此需要寻求非连续、逐段连续或者时变的控制律。而目前获得的镇定控制结果并不能直接扩展到跟踪控制领域, 由此一些学者提出了基于线性化模型的静态反馈^[10]、时变状态反馈^[11-12]或者基于链式变换的 Backstepping 设计^[13]等方法以解决跟踪控制问题。本文中对滑动效应的考虑进一步增加了机器人控制的难度, 由此提出一种基于动态反馈线性化的方法^[14-15], 结合指数收敛控制律对履带式移动机器人的滑动效应进行补偿, 从而达到了跟踪控制的目的。

2 履带式移动机器人的滑动建模 (Slippage modelling of tracked mobile robots)

2.1 运动学建模

图 1 所示为履带式机器人的平面运动示意图。首先给定两个假设: 一是视履带机器人为刚体, 即其在运动过程中车体和履带不会产生形变; 二是假设履带机器人执行低速运动, 以避免过大的滑动导致难于建模。图中给出了笛卡尔坐标系、相对坐标系的定义及车体的基本几何结构 (俯视)。其中, b 表示车体两履带中心间距; L 表示履带长度; 左右履带的驱动轮半径为 r ; $O_w X_w Y_w$ 表示全局笛卡尔坐标系; $O_m X_m Y_m$ 表示附着在车身上的相对坐标系, 其原点为车体质心 G 所在点。为了简单起见, 假设车体质心位于车体形心。

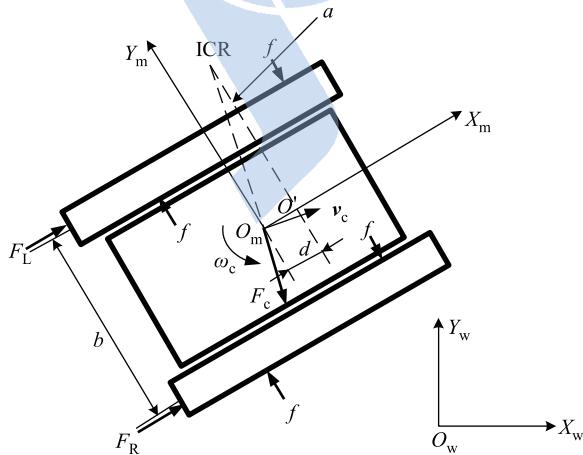


图 1 车体平面运动示意图

Fig.1 Platform of the vehicle undergoing planar motion

车体质心的运动由两部分合成, 即平动速度 $\mathbf{v}_c = [v_x, v_y]^T$ 和转动速度 $\omega_c = d\psi/dt$ 。 v_x, v_y 表示 \mathbf{v}_c

在相对坐标系两坐标轴上的投影。这里需要考虑车体行进方向 (纵向) 和侧向 (横向) 的滑动, 因此 v_x 中包含了行进方向上的滑动效应, 而 v_y 本身就是由侧滑产生的, 当侧滑不存在时, 则不存在横向上的运动, 即 $v_y = 0$ 。从整体上看, 可认为车体在围绕一个瞬间转动中心 ICR (instantaneous centre of rotation) 作圆周运动, 其线速度为 \mathbf{v}_c , 角速度为 ω_c 。当侧滑不存在时, 旋转中心 ICR 位于 $O_m Y_m$ 轴上, 其在 $O_m X_m$ 上的投影即为原点 O_m 。但由于侧滑的存在, 此中心相对于 $O_m Y_m$ 轴有个偏移。用 O' 表示 ICR 在相对坐标系横轴 $O_m X_m$ 上的投影, d 表示偏移量 $O_m O'$, α 表示 ICR 到原点 O_m 的直线与 $O_m Y_m$ 轴形成的夹角。

履带机器人横向上的滑动效应可直接采用偏移量 d 来表示。需要注意的是偏移量 d 不能超出履带驱动轮的轴线所在位置, 即 $|d| \leq L/2 - r$, 否则机器人将沿横向一直滑下去而失去控制^[16]。

定义左右履带的纵向滑动比为

$$i_L = \frac{r\omega_L - v_x}{r\omega_L}, \quad i_R = \frac{r\omega_R - v_x}{r\omega_R} \quad (1)$$

上式中 ω_L 和 ω_R 表示左右履带驱动轮的角速度。

在相对坐标系中, 易得带滑动参数的运动学方程为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v_x \\ \dot{y} &= v_y = -d\omega_c \\ \dot{\psi} &= \omega_c \end{aligned} \quad (2)$$

其中, x, y 为移动机器人在局部坐标系中的位置坐标, ψ 为车体的偏航角。辅助控制变量定义为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\eta} &= \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x \\ \omega_c \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{r(1-i_L)\omega_L + r(1-i_R)\omega_R}{2} \\ \frac{-r(1-i_L)\omega_L + r(1-i_R)\omega_R}{b} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

该辅助控制变量 $\boldsymbol{\eta}$ 与实际控制输入 $\mathbf{u} = [\omega_L, \omega_R]^T$ 之间的关系为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\eta} &= \mathbf{T} \mathbf{u} \\ &= r \begin{bmatrix} (1-i_L)/2 & (1-i_R)/2 \\ -(1-i_L)/b & (1-i_R)/b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_L \\ \omega_R \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$

从而可得到

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \mathbf{T}^{-1} \boldsymbol{\eta} \\ &= \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 1/(1-i_L) & -b/(2(1-i_L)) \\ 1/(1-i_R) & -b/(2(1-i_R)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

根据从局部坐标到全局坐标的旋转变换可得到全局坐标系中的运动学方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \cos \psi + d \omega \sin \psi \\ v \sin \psi - d \omega \cos \psi \\ \omega \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中 X 、 Y 表示移动机器人位置在全局坐标系中的坐标. 可将全局运动学改写为如下形式:

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{S}(\mathbf{q}) \boldsymbol{\eta} \quad (7)$$

其中 $\mathbf{q} = [X, Y, \psi]^T$ 表示全局坐标; 矩阵 $\mathbf{S}(\mathbf{q})$ 的定义为

$$\mathbf{S}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \cos \psi & d \sin \psi \\ \sin \psi & -d \cos \psi \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

2.2 动力学建模

如图1所示, 设 F_L 和 F_R 表示地面对左右两履带的纵向牵引力. 对于刚性无形变的地面来说, 该牵引力主要由摩擦力产生, 纵向无滑动时, 履带的摩擦力为静摩擦力, 其大小通过电机力矩平衡公式算出, 纵向有滑动时, 为滑动摩擦力, 将其与静摩擦力统一处理为摩擦因子 μ_x , 即当左右履带有纵向滑动时, 地面提供最大摩擦力为(等于滑动摩擦力)

$$F_L = \mu_x N/2, \quad F_R = \mu_x N/2 \quad (9)$$

其中 N 为地面提供的向上的支持力.

当地面为可变形地面, 如干沙、沙土、粘土、雪地等时, 牵引力是由履带剪切地面产生的, 地面能提供的最大牵引力由库仑公式推出^[16]:

$$F_{\max} = A \tau_{\max} = A (c_{\text{soil}} + \sigma_{\max} \tan \phi_{\text{soil}}) \quad (10)$$

上式中, c_{soil} 、 ϕ_{soil} 为地面土壤参数, 分别表示地面土壤的内聚力和内摩擦角. σ_{\max} 为车体对地面的最大压强, 为 $N/(2A)$, 其中 A 为履带面积. 考虑纵向滑动因子 i , 则地面提供的牵引力为

$$\begin{aligned} F &= F_{\max} (1 - (k_{\text{soil}} / (L|i|)) (1 - \exp(-L|i|/k_{\text{soil}}))) \text{sgn}(i) \\ &\approx F_{\max} (1 - \exp(-L|i|/k_{\text{soil}}) / |i|) \text{sgn}(i) \end{aligned} \quad (11)$$

式中 k_{soil} 表示土壤的剪切变形模量, $\text{sgn}(\cdot)$ 为符号函数. 可见, 履带可产生的牵引力 F 不仅与地面土壤参数有关, 还与滑动因子有关. 因为剪切力就是由于履带相对于土壤的滑动而产生的, 无滑动, 也就无剪切, 同时牵引力有一个最大值 F_{\max} . 并且此时地面的摩擦力变为阻力.

地面对车体的侧向作用力是由侧向滑动摩擦引起的, 其受力分布比较复杂. 当无转弯即 $\omega_c = 0$ 时无侧滑, 其作用主要为静摩擦. 当 $\omega_c \neq 0$ 时侧滑必然存在, 导致履带以过 ICR 和 O' 的直线为准分为两部分, 一部分受力向内侧, 另一部分受力向外侧, 如图1所示. 现在假设车体的重量由履带均匀分担, 也就是说, 履带给地面的压力均匀分布^[3] (一般情况下并不如此, 往往履带与两轮接触处压力大, 履带中间压力小), 则可近似认为引起的侧向力也是均匀分布的(更好的近似), 为了计算方便, 可设履带单位长度上的侧向力为 f , 有

$$f = \mu_y \frac{N}{2L} \quad (12)$$

式中 μ_y 为侧向滑动摩擦因子.

在相对坐标系中, 可得到机器人的动力学方程为

$$\begin{bmatrix} m\ddot{X} \\ m\ddot{Y} \\ I_c \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_L + F_R - F_c \sin \alpha \\ -F_c \cos \alpha + 4fd \\ (F_R - F_L)b/2 - 2f(L^2/4 - d^2) \end{bmatrix} \quad (13)$$

其中, m 表示机器人的质量, I_c 表示车体相对于质心的转动惯量, F_c 表示相对系中的惯性离心力

$$F_c = mR\omega_c^2 \quad (14)$$

其中 R 表示 ICR 到 O_m 的旋转半径.

式(13)左乘旋转变换阵变换到惯性系中得全局坐标系中的动力学方程为

$$\begin{bmatrix} m\ddot{X} \\ m\ddot{Y} \\ I_c \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_L + F_R - F_c \sin \alpha) \cos \psi - (-F_c \cos \alpha + 4fd) \sin \psi \\ (F_L + F_R - F_c \sin \alpha) \sin \psi + (-F_c \cos \alpha + 4fd) \cos \psi \\ (F_R - F_L)b/2 - 2f(L^2/4 - d^2) \end{bmatrix} \quad (15)$$

2.3 运动学的非完整性约束

根据式 (6) 可将移动机器人运动学约束推导为如下的 Pfaffian 约束形式

$$\mathbf{A}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} = 0 \quad (16)$$

其中

$$\mathbf{A}(\mathbf{q}) = (\sin \psi \quad -\cos \psi \quad -d) \quad (17)$$

利用 Frobenius 定理, 可证明式 (16) 不可积, 因此为非完整性约束, 但它不再是滑动情况下的理想非完整性约束. 从而有

$$\mathbf{A}(\mathbf{q})\mathbf{S}(\mathbf{q}) = 0 \quad (18)$$

3 基于 SR-UKF 的在线联合估计 (SR-UKF based on-line joint estimation)

在已建立带滑动参数的运动学模型的基础上, 本文采用联合估计的方法来同时解决滑动参数的在线辨识和机器人位姿估计问题. 所谓联合估计, 是指通过定义一个包含待估计参数和变量的增广状态, 采用同一个滤波方法完成相应增广状态的估计^[17]. 该联合估计问题可采用一般性的在线估计方法来解决, 例如常用的 EKF 方法、UKF 方法和 PF (粒子滤波) 方法等等. 本文中采用了一种基于方根分解的 UKF 方法 (SR-UKF) 来在线估计滑动参数和机器人状态. 该方法将无迹变换和矩阵方根分解的理论结合起来, 可提高传统 UKF 方法的数值稳定性, 并获得更为精确的估计结果, 同时其计算复杂度和 UKF 方法同阶, 因而可视为 UKF 方法的一种改进, 更适合于在线辨识和估计应用.

给定如下的一般性非线性系统的状态模型和观测模型:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) + \mathbf{w}_k \\ \mathbf{y}_{k+1} &= \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{n}_{k+1} \end{aligned} \quad (19)$$

其中 $\mathbf{x}_{k+1} \in \mathbb{R}^n$ 和 $\mathbf{y}_{k+1} \in \mathbb{R}^m$ 分别为状态和观测变量, $\mathbf{u}_k \in \mathbb{R}^r$ 为输入变量, $\mathbf{w}_k \in \mathbb{R}^n$ 和 $\mathbf{n}_k \in \mathbb{R}^m$ 为可加性高斯噪声, 协方差矩阵分别为 \mathbf{Q}^w 和 \mathbf{Q}^n , 初始状态变量设为 \mathbf{x}_0 . 则具体 SR-UKF 算法步骤如下^[5]:

1) 初始化

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{x}}_0 = \mathbf{E}(\mathbf{x}_0) \\ \mathbf{S}_0 = \text{chol}(\mathbf{E}((\mathbf{x}_0 - \bar{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}_0 - \bar{\mathbf{x}}_0)^T)) \end{cases} \quad (20)$$

2) Sigma 点的计算

$$\mathbf{x}_{k-1} = [\bar{\mathbf{x}}_{k-1}, \bar{\mathbf{x}}_{k-1} + \sqrt{n + \lambda} \mathbf{S}_{k-1}, \bar{\mathbf{x}}_{k-1} - \sqrt{n + \lambda} \mathbf{S}_{k-1}] \quad (21)$$

其中 $\lambda = n(\alpha^2 - 1)$, α 为控制 Sigma 点分布的常数.

3) 时间更新

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k|k-1}^* = \mathbf{f}(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_k) \\ \bar{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \sum_{i=0}^{2n} w_i^m \mathbf{x}_{i,k|k-1}^* \\ \mathbf{S}_{k|k-1} = \text{QR} \left\{ \left[\sqrt{w_1^c} (\mathbf{x}_{1:2n,k|k-1}^* - \bar{\mathbf{x}}_{k|k-1}), \sqrt{\mathbf{Q}^w} \right] \right\} \\ \mathbf{S}_{k|k-1} = \text{cholupdate} \left\{ \mathbf{S}_{k|k-1}, \mathbf{x}_{0,k|k-1}^* - \bar{\mathbf{x}}_{k|k-1}, w_0^c \right\} \\ \mathbf{x}_{k|k-1} = [\bar{\mathbf{x}}_{k|k-1}, \bar{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \sqrt{n + \lambda} \mathbf{S}_{k|k-1}, \\ \quad \bar{\mathbf{x}}_{k|k-1} - \sqrt{n + \lambda} \mathbf{S}_{k|k-1}] \\ \mathbf{y}_{k|k-1} = \mathbf{h}(\mathbf{x}_{k|k-1}) \\ \bar{\mathbf{y}}_{k|k-1} = \sum_{i=0}^{2n} w_i^m \mathbf{y}_{i,k|k-1} \end{cases} \quad (22)$$

4) 测量更新

$$\begin{cases} \mathbf{S}_{\bar{\mathbf{y}}_k} = \text{QR} \left\{ \left[\sqrt{w_1^c} (\mathbf{y}_{1:2n,k|k-1} - \bar{\mathbf{y}}_{k|k-1}), \sqrt{\mathbf{Q}^n} \right] \right\} \\ \mathbf{S}_{\bar{\mathbf{y}}_k} = \text{cholupdate} \left\{ \mathbf{S}_{\bar{\mathbf{y}}_k}, \mathbf{y}_{0,k|k-1} - \bar{\mathbf{y}}_{k|k-1}, w_0^c \right\} \\ \mathbf{P}_{\bar{\mathbf{x}}_k \bar{\mathbf{y}}_k} = \sum_{i=0}^{2n} w_i^c (\mathbf{x}_{i,k|k-1} - \bar{\mathbf{x}}_{k|k-1})(\mathbf{y}_{i,k|k-1} - \bar{\mathbf{y}}_{k|k-1})^T \\ \mathbf{K}_k = (\mathbf{P}_{\bar{\mathbf{x}}_k \bar{\mathbf{y}}_k} / \mathbf{S}_{\bar{\mathbf{y}}_k}^T) / \mathbf{S}_{\bar{\mathbf{y}}_k} \\ \bar{\mathbf{x}}_k = \bar{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \bar{\mathbf{y}}_{k|k-1}) \\ \mathbf{U} = \mathbf{K}_k \mathbf{S}_{\bar{\mathbf{y}}_k} \\ \mathbf{S}_k = \text{cholupdate} \left\{ \mathbf{S}_{k|k-1}, \mathbf{U}, -1 \right\} \end{cases} \quad (23)$$

上述算法中各 Sigma 点的权值选取为

$$\begin{cases} w_0^m = \frac{\lambda}{n + \lambda} \\ w_0^c = \frac{\lambda}{n + \lambda} + (1 - \alpha^2 + \beta) \\ w_i^m = w_i^c = \frac{1}{2(n + \lambda)} \quad i = 1, \dots, 2n \end{cases} \quad (24)$$

其中, β 是非负常数, 其作用是使变换后的方差含有部分的高阶信息.

在标准 UKF 算法中, 每次迭代都要计算方差 \mathbf{P} 的平方根 \mathbf{S} . 而在 SR-UKF 算法中, 通过利用 QR 分解、cholesky 因子更新和高效最小二乘法, 实现了 \mathbf{S} 的直接传播. 相对于标准 UKF 算法, SR-UKF 算法可保证等价的估计精度, 并具有更高的实时性以及更好的稳定性.

在本文中, 根据联合估计的结构, 将包含滑动参数和机器人位姿的增广状态定义如下

$$\mathbf{x}_a = [X, Y, \psi, i_L, i_R, d]^T \quad (25)$$

其中, 表示机器人位姿的状态分量 X, Y, ψ 的过程模型由式(7)经离散化给出. 而对于3个滑动参数 i_L, i_R, d , 由于其动态特性是未知且时变的, 可将其过程模型处理为如下的噪声驱动形式:

$$\mathbf{p}_{k+1} = \mathbf{p}_k + \mathbf{w}_{p,k} \quad (26)$$

其中 $\mathbf{p}_k = [i_{L,k}, i_{R,k}, d_k]^T \in \mathbb{R}^3$ 为参数矢量; $\mathbf{w}_{p,k} \in \mathbb{R}^3$ 为驱动模型的可加性噪声. 由式(7)和(26)即构成了增广状态的过程模型, 建模不确定性由可加性过程噪声来描述.

对于观测模型而言, 测量量需要根据机器人平台自身安装的传感器来确定. 除了常规的编码器等局部传感器之外, 由于本文的滑动估计需要全局位姿信息, 因此可采用加速度计、罗盘等全局传感器, 或者利用激光、摄像头等测量方式结合特定路标地图完成机器人的全局定位. 这里为了简化问题的讨论, 假设机器人的全位姿状态可观, 即有

$$\mathbf{y}_{k+1} = \mathbf{q}_{k+1} + \mathbf{n}_k = [X_{k+1}, Y_{k+1}, \psi_{k+1}]^T + \mathbf{n}_k \quad (27)$$

其中 $\mathbf{n}_k \in \mathbb{R}^3$ 为观测噪声, 用于建模传感器精度带来的测量误差. 由上述分析可知, 机器人的全局位姿信息可采用适当的传感器并对测量数据进行一定的转换和预处理获得, 假设式(27)是合理且可行的. 此外, 可加性过程噪声和观测噪声均假设为零均值的高斯分布, 以满足UKF方法的前提假设, 两者分别描述了系统的建模不确定性和测量精度, 在此条件下可获得等价于二阶泰勒展开的估计精度.

4 基于动态反馈的跟踪控制律 (Dynamic feedback based tracking control law)

4.1 控制目标

设参考轨迹由下列参考系统产生

$$\dot{\mathbf{q}}_r = \begin{bmatrix} \cos \psi_r & 0 \\ \sin \psi_r & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_r \quad (28)$$

其中, $\mathbf{q}_r(t) = [X_r(t) \ Y_r(t) \ \psi_r(t)]^T \in \mathbb{R}^3$ 为期望的时变位置和偏航角轨迹, $\boldsymbol{\eta}_r = (v_r(t) \ \omega_r(t))^T \in \mathbb{R}^2$ 为参考系统的时变参考线速度和角速度. 假设参考系统满足如下条件:

- (1) $\boldsymbol{\eta}_r(t)$ 、 $\dot{\boldsymbol{\eta}}_r(t)$ 、 $\mathbf{q}_r(t)$ 和 $\dot{\mathbf{q}}_r(t)$ 均为有界的;
- (2) $\psi_r(t)$ 的取值范围为 $(-\pi, \pi]$;
- (3) 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $v_r(t)$ 不趋于 0 则跟踪控制的控制目标可描述为:

定义1 (轨迹跟踪控制目标): 给定移动机器人的实际位姿动态特性式(7), 以及系统的参考轨迹(28), 设计辅助控制律 $\boldsymbol{\eta}(t)$ 使得

$$\lim_{t \rightarrow 0} (\mathbf{q}(t) - \mathbf{q}_r(t)) = \mathbf{0}_{3 \times 1} \quad (29)$$

当求出了辅助控制律 $\boldsymbol{\eta}(t)$ 之后, 可根据式(5)获得真实输入 $\mathbf{u}(t)$.

4.2 动态反馈线性化

为了通过动态反馈使得系统(7)输入输出解耦以实现完全线性化, 首先定义线性化输出为

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X + d \cos \psi \\ Y + d \sin \psi \end{bmatrix} \quad (30)$$

则可得到线性化输出的动态模型为

$$\dot{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{X} - d \psi \sin \psi \\ \dot{Y} + d \psi \cos \psi \end{bmatrix} \quad (31)$$

将式(7)代入式(31), 得到

$$\dot{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} \cos \psi \\ \sin \psi \end{bmatrix} v \quad (32)$$

由于 $\dot{\mathbf{z}}$ 仅与输入 v 有关, 而另一个输入 ω 未被包含在 $\dot{\mathbf{z}}$ 之中, 因此需要继续对其进行微分, 得

$$\ddot{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} \cos \psi \\ \sin \psi \end{bmatrix} \dot{v} + \begin{bmatrix} -\sin \psi \\ \cos \psi \end{bmatrix} \psi v \quad (33)$$

将式(7)代入上式, 有

$$\ddot{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -v \sin \psi \\ \sin \psi & v \cos \psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \omega \end{bmatrix} \quad (34)$$

上式中出现了 v 的一阶微分, 需要加入积分器, 即

$$v = \xi, \quad \dot{\xi} = a \quad (35)$$

其中 a 代表了移动机器人的纵向加速度. 这样可将式(34)转化为

$$\ddot{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\xi \sin \psi \\ \sin \psi & \xi \cos \psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ \omega \end{bmatrix} = \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{q}, \xi) \begin{bmatrix} a \\ \omega \end{bmatrix} \quad (36)$$

式(36)实现了输入输出解耦的目的. 当解耦矩阵 $\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{q}, \xi)$ 非奇异, 即

$$\det(\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{q}, \xi)) = \xi \neq 0 \quad (37)$$

上式意味着纵向速度 v 不会退化为 0. 在此假设下, 可设计控制律为

$$\begin{bmatrix} a \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\xi \sin \psi \\ \sin \psi & \xi \cos \psi \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} \quad (38)$$

其中 $\mathbf{s} = [s_1, s_2]^T$ 为定义的中间控制变量. 从而得到完全反馈系统为

$$\ddot{\mathbf{z}} = \mathbf{s} \quad (39)$$

综合 (34)、(35) 和 (39) 三式, 得到相应的动态补偿器为

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= s_1 \cos \psi + s_2 \sin \psi \\ v &= \xi \\ \omega &= (s_2 \cos \psi - s_1 \sin \psi) / \xi \end{aligned} \quad (40)$$

4.3 指数收敛状态反馈

针对解耦系统 (39) 设计控制律使其能够跟踪线性化输出的参考轨迹

$$\mathbf{z}_r = \begin{bmatrix} z_{1,r} \\ z_{2,r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_r + d \cos \psi_r \\ Y_r + d \sin \psi_r \end{bmatrix} \quad (41)$$

选取全局指数收敛的 PD 镇定律为

$$\begin{aligned} s_1 &= \ddot{z}_{1,r} + k_{d1}(\dot{z}_{1,r} - \dot{z}_1) + k_{p1}(z_{1,r} - z_1) \\ s_2 &= \ddot{z}_{2,r} + k_{d2}(\dot{z}_{2,r} - \dot{z}_2) + k_{p2}(z_{2,r} - z_2) \end{aligned} \quad (42)$$

其中 PD 增益选择需要使得如下多项式

$$\lambda^2 + k_{di}\lambda + k_{pi}, \quad i = 1, 2 \quad (43)$$

为 Hurwitz 的, 即其特征值均具有负实部. 可得

$$k_{pi} > 0, \quad k_{di} > 0, \quad i = 1, 2 \quad (44)$$

在根据式 (35) 和式 (38) 求得辅助输入 \mathbf{u} 之后, 即可根据 $\boldsymbol{\eta} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{u}$ 求得系统的实际输入 $\boldsymbol{\eta}$.

上面的动态反馈控制律需要注意以下几个方面:

(1) 根据式 (40), 动态反馈线性化控制器在 $\xi = v = 0$ 处奇异. 根据持续性激励假设, 由于参考线速度 v_r 不总为 0, 因此 v 本身也不会总是为 0, 只可能在某些离散的时刻暂时为 0, 可以设定一个阈值 $\varepsilon > 0$, 当 $|\xi| \leq \varepsilon$ 时, 重设其值为 $|\xi| > \varepsilon$, 由此解决了控制器的奇异性问题.

(2) 积分器中 ξ 的初始值需选取 $\xi(0) = v_r(0)$, 以保证系统的实际轨迹能够跟踪参考轨迹.

5 仿真实验 (Simulation experiments)

仿真实验以履带式移动机器人的运动学方程 (7) 为模型, 并假设系统全状态可观测. 模型包含的常数取值为: 两履带中心距离为 $b = 0.65$ m, 驱动轮半径为 $r = 0.35$ m. 仿真中, 对于过程噪声 \mathbf{w}_k 、参数驱动噪声 $\mathbf{w}_{p,k}$ 和观测噪声 \mathbf{v}_{k+1} , 均考虑 5% 方差的高斯噪声. 动态反馈跟踪控制仿真总时间为 $t = 60$ s, 采样时间间隔为 $\Delta T = 0.1$ ms. 在 $t = 30$ s 时对 3 个时变滑动参数加入一个阶跃变化, $i_L = 0.1$, $i_R = -0.1$ 和 $d = 0.1$. 仿真中以 SR-UKF 来估计滑动参数, 其滤波器参数取值为 $\alpha = 1$, $\beta = 2$, $\gamma = 0$. 此外, 产生参考轨迹的持续激励设计如下所示^[18]:

$$\begin{aligned} 0 \leq t < 5: v_r &= 0.25 \left(1 - \cos \frac{\pi t}{5}\right), \omega_r = 0 \\ 5 \leq t < 20: v_r &= 0.5, \omega_r = 0 \\ 20 \leq t < 25: v_r &= 0.25 \left(1 + \cos \frac{\pi t}{5}\right), \omega_r = 0 \\ 25 \leq t < 30: v_r &= 0.15\pi \left(1 - \cos \frac{2\pi t}{5}\right), \omega_r = -v_r/1.5 \\ 30 \leq t < 35: v_r &= 0.15\pi \left(1 - \cos \frac{2\pi t}{5}\right), \omega_r = v_r/1.5 \\ 35 \leq t < 40: v_r &= 0.25 \left(1 + \cos \frac{\pi t}{5}\right), \omega_r = 0 \\ 40 \leq t: v_r &= 0.5, \omega_r = 0 \end{aligned} \quad (45)$$

仿真中对 SR-UKF 方法和 EKF、UKF、PF 三种方法的估计结果从状态和参数估计的最小均方差 (MSE) 以及迭代时间 3 个方面进行了相应的比较, 结果如表 1 所示. 其中 3 种方法的噪声假设和 SR-UKF 估计相同, PF 采用的是以 UKF 为重要性采样的 UPF (无迹粒子滤波)^[6] 方法, 粒子数为 20. 此外, UKF、SR-UKF 和 UPF 的滤波器参数 (α 、 β 、 γ) 选择相同.

表 1 4 种估计方法的性能比较
Tab.1 Performance comparison of four filters

	状态 MSE (10^{-4})	参数 MSE (10^{-2})	CPU 时间 /s
EKF	1.573	3.585	1.250
UKF	1.456	1.926	4.672
UPF	1.456	1.925	104.016
SR-UKF	1.422	1.862	2.012

从表 1 可见, SR-UKF 方法的状态、参数估计精度和 UKF、UPF 方法非常接近, 且优于 EKF 估计方法; 从消耗的 CPU 时间来看, SR-UKF 方法的实时性要高于常规的 UKF 方法以及 UPF 方法. 另外, 由于采用方根分解形式, SR-UKF 方法的稳定性得到了更好的保证.

图2展示了SR-UKF估计方法对3个滑动参数 i_L 、 i_R 和 σ 的估计性能,其中虚线表示仿真中给定的真实滑动参数,实线表示SR-UKF估计得到的滑动参数。由图可见,虽然在 $t=30$ s加入了一个较大的阶跃变化,然而SR-UKF能够跟踪上这个变化,具有很好的鲁棒性。

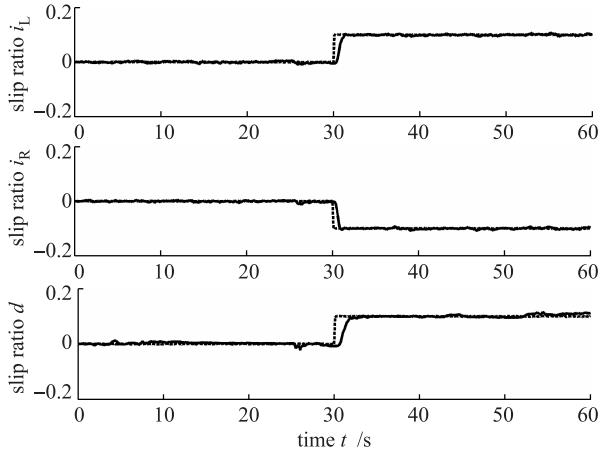


图2 滑动参数估计

Fig.2 Estimation of slipping parameters

图3为跟踪的误差 $\mathbf{q} - \mathbf{q}_r$ 随时间的变化规律,其中虚线为位置 X 的跟踪误差,实线为位置 Y 的跟踪误差,而点划线为偏航角 Ψ 的跟踪误差。由图可见,由于本参考轨迹的 ω_r 最终趋于0,3个误差都能够随时间而逐渐变小直至收敛于0。在 $t=30$ s处可以观测到由于滑动参数阶跃变化而带来的短暂调整期。

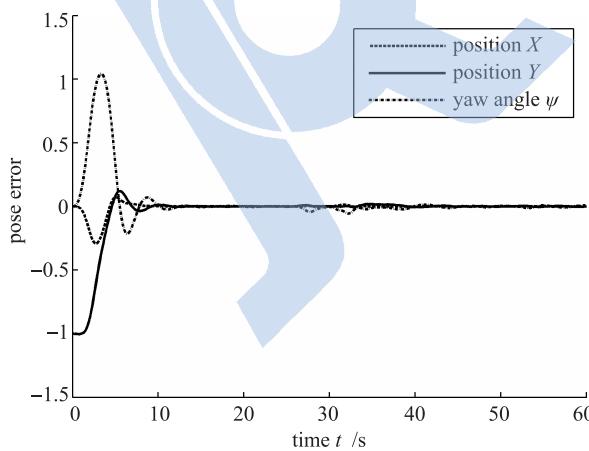


图3 跟踪误差

Fig.3 Tracking error

图4为轨迹跟踪的情况,其中虚线表示参考轨迹,而实线表示跟踪轨迹。

图5为控制律产生的输入量 $\mathbf{u} = [\omega_L \ \omega_R]^T$ 的变化规律,其中虚线表示 ω_L 的变化情况,而实线表示 ω_R 的变化情况。

从图2~5可以看出,本文所提出的动态反馈方法可达到原系统的跟踪目的,并且仿真中在30s处给出的滑动参数阶跃变化可以被SR-UKF迅速检测到,所设计的控制器能够使得系统正确跟踪参考轨迹,从而证明了该方法具有较好的鲁棒性。

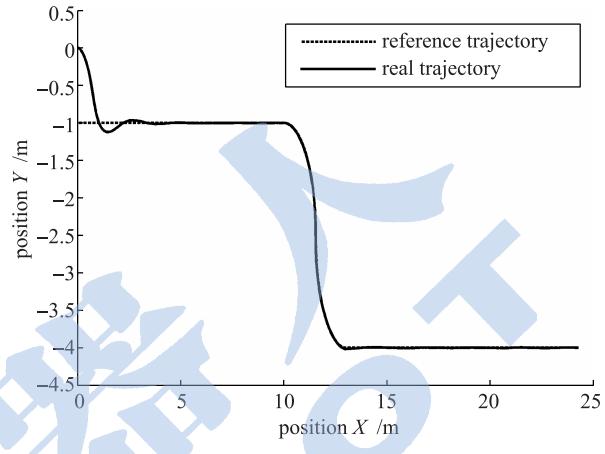


图4 轨迹比较

Fig.4 Trajectory comparison

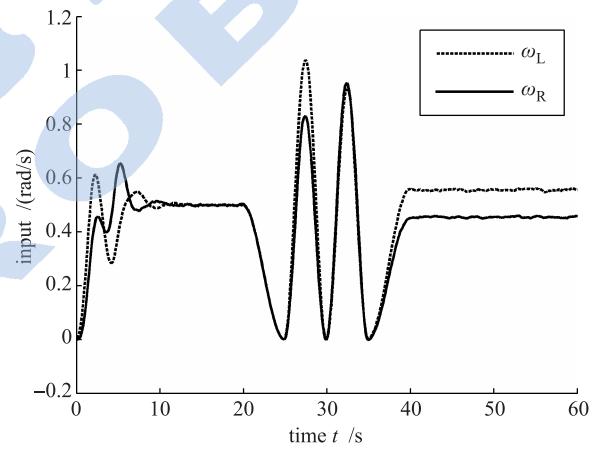


图5 输入量

Fig.5 Input

6 结论 (Conclusions)

本文从运动学和动力学两个方面分析了滑动效应对履带式机器人建模带来的影响,将其表示为时变的滑动参数,由此建立带滑动参数的机器人模型,采用SR-UKF非线性滤波方法对滑动参数进行在线辨识和估计,在此基础上提出了基于动态反馈方法的指数收敛跟踪控制律,完成了滑动效应的补偿和机器人的跟踪控制。本文是对机器人滑动效应的初步探索,进一步的研究工作将针对滑动的深层物理机制以及动力学层次的控制问题展开。

参考文献 (References)

- [1] Almazan C B, Youssef M, Aqrwala A K. Rover: An integration and fusion platform to enhance situational awareness[C]//

- International Performance, Computing, and Communications Conference. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2007: 582-587.
- [2] Howard A, Seraji H. An intelligent terrain-based navigation system for planetary rovers[J]. IEEE Robotics and Automation Magazine, 2009, 8(4): 9-17.
- [3] Le A T, Rye D C, Durrant-Whyte H F. Estimation of track-soil interactions for autonomous tracked vehicles[C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 1997: 1388-1393.
- [4] Jung S, Hsia T C. Explicit lateral force control of an autonomous mobile robot with slip[C]//IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2005: 388-393.
- [5] Van der Merwe R, Wan E A. The square-root unscented Kalman filter for state and parameter estimation[C]//IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Process. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2001: 3461-3466.
- [6] Julier S J, Uhlmann J K. Unscented filtering and nonlinear estimation[J]. Proceedings of the IEEE, 2004, 92(3): 401-422.
- [7] Grewal M S, Andrews A P. Kalman filtering: Theory and practice using Matlab[M]. 2nd ed. Chichester, NY, USA: Wiley, 2001.
- [8] Doucet A, Freitas N, Gordon N, et al. Sequential Monte-Carlo methods in practice[M]. New York, NY, USA: Springer, 2010.
- [9] Brockett R W, Millman R S, Sussmann H J, et al. Asymptotic stability and feedback stabilization[M]//Differential Geometric Control Theory. Boston, MA, USA: Birkhäuser, 1983.
- [10] Kanayama Y, Kimura Y, Miyazaki F, et al. A stable tracking control method for an autonomous mobile robot[C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 1990: 384-389.
- [11] Raimondi F M, Melluso M. A new fuzzy dynamics controller for autonomous vehicles with nonholonomic constraints[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2006, 52(2/3): 115-131.
- [12] Noijen S P M, Lambrechts P F, Nijmeijer H. An observer controller combination for a unicycle mobile robot[J]. International Journal of Control, 2005, 78(2): 81-87.
- [13] Jiang Z P, Nijmeijer H. A recursive technique for tracking control of nonholonomic systems in chained form[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1999, 44(2): 265-279.
- [14] Khalil H K. Nonlinear systems[M]. 3rd ed. Englewood Cliffs, NJ, USA: Prentice Hall, 2002.
- [15] Oriolo G, De Luca A, Vanditelli M. WMR control via dynamic feedback linearization: Design, implementation, and experimental validation[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2002, 10(6): 835-852.
- [16] Wong J Y. Theory of ground vehicle[M]. 3rd ed. Chichester, NY, USA: Wiley, 2001.
- [17] Brunke S, Campbell M. Estimation architecture for future autonomous vehicles[C]//American Control Conference. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2002: 1108-1114.
- [18] Fukao T, Nakagawa H, Adachi N. Adaptive tracking control of a nonholonomic mobile robot[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2000, 16(5): 609-615.

作者简介：

- 周 波 (1981-), 男, 博士, 讲师. 研究领域: 非线性估计与控制, 机器人技术.
- 戴先中 (1954-), 男, 博士, 教授. 研究领域: 非线性系统理论, 电力系统控制, 机器人技术和应用.
- 韩建达 (1968-), 男, 博士, 研究员. 研究领域: 机器人控制, 多机器人系统, 智能控制系统设计.

(上接第 264 页)

- [14] Storn R, Price K. Differential evolution – A simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces[J]. Journal of Global Optimization, 1997, 11(4): 1-15.
- [15] Guo Y, Bao J T, Song A G. Designed and implementation of a semi-autonomous search robot[C]//IEEE International Conference on Mechatronics and Automation. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2009: 4621-4626.
- [16] Chang C C, Lin C J. Libsvm: A library for support vector machines [DB/OL]. [2009-07-01]. <http://www.csie.ntu.edu.tw/~cjlin/libsvm>.

作者简介：

- 郭 晏 (1984-), 男, 博士生. 研究领域: 机器人传感与控制, 移动机器人, 机器人视觉.
- 宋爱国 (1968-), 男, 博士, 教授, 博士生导师. 研究领域: 机器人传感与控制.
- 包加桐 (1983-), 男, 博士生. 研究领域: 机器人传感与控制, 移动机器人, 机器人视觉.