

机器人的位姿标定及其误差补偿

卞振娥

(中南工业大学机器人研究中心, 长沙)

摘要 本文用建立机器人目标空间转换矩阵的方法, 通过对机器人几点位姿的标定, 从而补偿这几点及以这几点为中心的小区域的误差. 这种方法简便实用, 仅用标定和增加一些软件的方法可使工业机器人位姿精度大大提高.

关键词: 精度, 标定, 补偿, 目标空间.

1 引言

机器人的运动精度对于工业机器人在生产中的可靠性具有非常重要的意义, 有时甚至是决定其能否在工业界生存的决定因素. 影响机器人精度的因素很多, 主要是由于: (1)机构参数误差, 由于制造及装配的误差使机器人手臂的实际参数($\alpha_p, \theta_p, d_p, a_p$)与公称参数($\alpha_p^m, \theta_p^m, \alpha_p^m, a_p^m$)有一个偏差, 从而引起机器人位姿误差. (2)环境因素: 如温度、湿度、电噪声等因素也会影响机器人的精度. (3)动力学参数误差、惯性、刚度、力等参数的误差可能会影响机器人运动轨迹的精度. (4)测量、计算误差, 传感器的标定, 计算机由于字长限制的近似等等. (5)应用误差, 在具体使用时, 由于安装位置误差, 工件位置的误差也会引起机器人工作失误.

机器人的精度问题引起了国内外许多学者的密切关注, 发表了不少论文对误差原因进行分析并寻求各种补偿方法. 文献[1]用偏微分矩阵方程和最小二乘法技术来求解各机构参数误差并用迭代法来进行误差补偿. 这在算法上较复杂, 实用起来较困难. 文献[2]侧重于传动链中各因素对精度的影响, 而要对误差进行补偿则需传感器的反馈信息使成本上升. 文献[4]用形状矩阵对机器人位姿逐一分析, 分别求出各连杆的几何参数, 但对反向运动学问题却显得无力. 关于精度方面的文献很多, 但大部分是考虑操作器连杆机构误差及补偿的, 对于诸多综合因素引起的误差综合补偿则较少涉及. 本文在误差的综合补偿方面作一探讨, 用一简便、实用的方法, 在机器人应用中加以补偿.

2 机器人的绝对空间及目标空间

如图 1 所示与机架相连, 且以第一个运动副轴线为 Z 轴的 $X_1Y_1Z_1$ 坐标系即为机器人的绝对坐标系, 其所定义的空间即为绝对空间. 机器人在绝对空间中的位姿按 D-H 表示法可以写成:

$$[POS] = A_1 * A_2 * \dots * A_n * \text{FLANGE} * \text{GRIPPER}$$

其中 A_i 表示两相邻杆坐标系之间的坐标变换关系. FLANGE 表示操作机末端用于安装手爪的法兰盘上的坐标系与操作机最后一个坐标系之间的转换关系. CRIPPER 代表固联于手爪上的坐标系与法兰盘上坐标系之间的变换关系.

在工业机器人的具体应用中, 由于在绝对空间中表示工件的位置与方位并不方便, 因

此常常采用目标空间表示法. 所谓目标空间就是以机器人工作对象如工件、货架、运输带等为标而建立的坐标系所定义的空间(如图 2 所示).

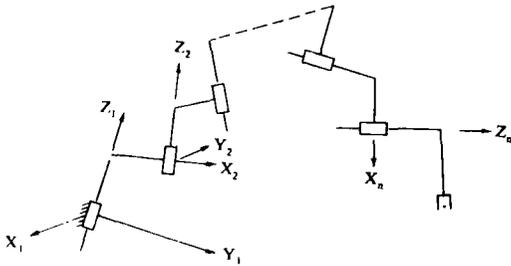


图 1 机器人的坐标系

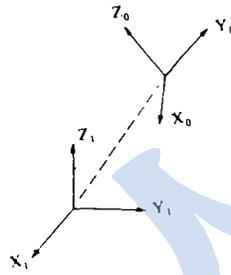


图 2 机器人的绝对空间与目标空间

而目标空间与绝对空间则可以通过一次坐标变换得到. 如在目标空间某一位置 $(W_{x_0}, W_{y_0}, W_{z_0})$ 点转换到绝对空间, 则为:

$$\begin{bmatrix} W_{x_1} \\ W_{y_1} \\ W_{z_1} \\ 1 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} W_{x_0} \\ W_{y_0} \\ W_{z_0} \\ 1 \end{bmatrix}$$

其中 $[T]$ 为目标空间到绝对空间的转换矩阵. 空间两任意坐标系之间的变换可用沿坐标轴的三次移动和三次转动来实现, 即转换矩阵可写作:

$$[T] = \text{Trans}(a, 0, 0) * \text{Trans}(0, b, 0) * \text{Trans}(0, 0, c) * \text{Rot}(\varphi, z) * \text{Rot}(\theta, x) * \text{Rot}(\psi, z)$$

因此只要测量出 $(a, b, c, \varphi, \theta, \psi)$ 这六个参数, 矩阵 $[T]$ 就唯一地确定了. 问题是工业机器人实际应用中要准确地测量出上述六个几何参数并非容易, 误差或多或少地会存在. 因此, 机器人在目标空间中的误差将会是:

$$E_r^0 = \delta_r + \delta_0$$

其中 E_r^0 ——机器人在目标空间中的位姿误差为一向量; δ_r ——机器人在绝对空间中的位姿误差为一向量; δ_0 ——目标空间与绝对空间的转换误差、向量. 要对机器人在目标空间中的位姿精度加以提高, 也就是要使 $E_r^0 \rightarrow 0$.

如果能找到这样一个转换矩阵 $[T]$, 它的误差 $\delta_0 = -\delta_r$ 就可使机器人的位姿尽管在绝对空间中不为零, 而在目标空间中却能大大地缩小其误差量.

由于机器人位姿的非线性特点, 机器人操作器在各类位置的误差是不同的, 也就是在各个不同的点, δ_r 具有不同的值. 又由于环境因素的影响, 如温度的影响, 在 20°C 时的 δ_r 与 200°C 时的 δ_r 显然是不同的. 因此要对 δ_r 进行补偿就必须考虑不同的位置及不同的环境因素. 在不同的机器人应用中, 可视工作要求将工作空间划分成几个子空间, 并根据工作条件可能出现的环境分成若干种环境条件, 在每一种环境条件下对每一个子空间的机器人位姿进行标定, 从而求出各不同环境条件下的不同子空间的精度补偿转换矩阵.

如某一冶金机器人,根据其工作要求,可将其工作空间分成四个子空间,环境条件分成两种情况:常温与高温.因此其转换矩阵也就应该有对应的八种矩阵(表1).

表1 八种矩阵

		子空间			
		I	II	III	IV
环境	常温	T_{10}	T_{20}	T_{30}	T_{40}
	高温	T_{1H}	T_{2H}	T_{3H}	T_{4H}

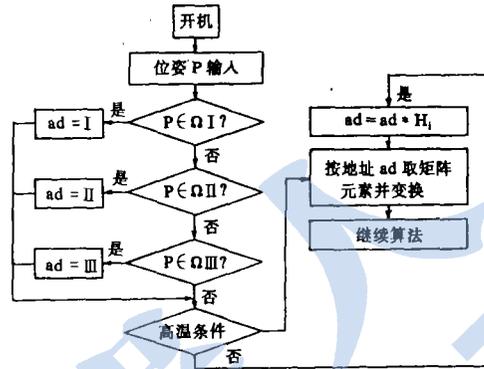


图3 误差补偿的计算框图

这8个转换矩阵要在各子空间及不同的环境条件中标定求得,存入存储器中.当机器人开始执行任务时,首先要进行判断所要执行的点是在哪一子空间及哪一环境条件,判断后再从存储器中取出对应的矩阵来进行目标空间到基础空间的转换(如图3所示).

当然,这种子空间分隔越细,误差越小,但是在校准点附近 $r < \epsilon$ 的区域内精度是相同的,只是离校准点越远,误差就越大.

3 目标空间转换矩阵的建立

当机器人自认为它是位于点 (X, Y, Z) 时,但实际上由于各因素的影响,它是位于点 (U, V, W) .假设操作器的位姿误差很小,因此误差在工作空间中某一小区域中分布比较均匀.那么我们就假设误差在这个小区域中是一致的,在补偿时也将此小区域作同一处理.

若操作器的基础坐标系为 (X, Y, Z) ,又其工作对象设置一坐标系称为目标空间坐标.这一坐标的设置以工件或工作对象的位置最易测量为原则.那么操作器的位置和姿态在目标空间中就可以表示为:

$$POS_{obj} = T * A_1 * \dots * A_n * FLANGE * GRIPPER$$

其中 T 为基础坐标与目标空间坐标系之间的转换矩阵.

在工作空间中取一点,测得它在目标空间中的位置为 (u_1, v_1, w_1) ,而此点在操作器基础坐标中则是 (x_1, y_1, z_1) .在 (u_1, v_1, w_1) 值测量时要保证其测量精度大大地高于机器人精度,以测得的数据 (u_1, v_1, w_1) 作为校准标定值,而 (x_1, y_1, z_1) 是操作器基础坐标中的数据,是经计算机运动学直接位置计算出来的,它包含了机器人各因素形成的误差.然而 (u_1, v_1, w_1) 和 (x_1, y_1, z_1) 是表示空间同一点,因此存在同一点在两坐标中的变换关系式:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{即: } \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

其中 (x_1, y_1, z_1) 及 (u_1, v_1, w_1) 为已知, $T(i=1, \dots, 4; j=1, \dots, 4)$ 为 16 个未知元素. 取空间相距不太远的四个点就可相应得到四个上述的矩阵方程 $X_i = TU_i (i=1 \dots 4)$ 展开这四个矩阵方程成 16 个线性方程, 并将其分列为四组四元线性方程组, 如以解 $T_{1i} (i=1 \dots 4)$ 为例:

$$\begin{aligned} x_1 &= T_{11}u_1 + T_{12}v_1 + T_{13}w_1 + T_{14} \\ x_2 &= T_{11}u_2 + T_{12}v_2 + T_{13}w_2 + T_{14} \\ x_3 &= T_{11}u_3 + T_{12}v_3 + T_{13}w_3 + T_{14} \\ x_4 &= T_{11}u_4 + T_{12}v_4 + T_{13}w_4 + T_{14} \end{aligned}$$

解出以上方程组便求得了 $T_{1i} (i=1 \dots 4)$, 其它元素 T_{2i}, T_{3i}, T_{4i} 则可分别如此列出方程式, 即可解得全部矩阵元素.

以平面问题为例: 在机器人基础坐标中取相距不远的三个点, 其坐标分别为 $(x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2)$, 为简便起见, 使 (x_2, y_2) 与 (x_0, y_0) 的连线垂直于 (x_1, y_1) 与 (x_0, y_0) 的连线, 如图 4 所示.



图 4 坐标子空间坐标系的设计

再设置一个目标空间坐标系, 为便于测量, 以 (x_0, y_0) 点为目标空间坐标系的原点, 且 (x_1, y_1) 点和 (x_2, y_2) 点又正好在坐标系的轴线上. 高精度地测得 (x_1, y_1) 点在目标空间坐标系中为 $(d, 0)$; (x_2, y_2) 点的对应坐标为 $(0, D_2)$. 而任意点 (x, y) 在目标空间中的对应值为 (u, v) , 这一点在两个坐标系中的转换关系为:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix}$$

这是两坐标系中坐标变换的一般关系, 当然也适用于 (x_0, y_0) 点:

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

从上式可以解得:

$$T_{13} = x_0$$

$$T_{23} = y_0$$

$$T_{33} = 1$$

又有:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

解上面方程可得:

$$T_{11} = (x_1 - T_{13}) / d_1 = (x_1 - x_0) / d_1$$

$$T_{21} = (y_1 - T_{23}) / d_1 = (y_1 - y_0) / d_1$$

$$T_{31} = (1 - T_{33}) / d_1 = 0$$

同样对于 (x_1, y_1) 点也有关系式:

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ d_2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

解得:

$$T_{12} = (x_2 - T_{13}) / d_2 = (x_2 - x_0) / d_2$$

$$T_{22} = (y_2 - T_{23}) / d_2 = (y_2 - y_0) / d_2$$

$$T_{32} = (1 - T_{33}) / d_2 = 0$$

于是, 求得由 $(x_0, y_0)(x_1, y_1)(x_2, y_2)$ 这三点校准的一小区域的转换矩阵 T :

$$T = \begin{bmatrix} (x_1 - x_0) / d_1 & (x_2 - x_0) / d_2 & x_0 \\ (y_1 - y_0) / d_1 & (y_2 - y_0) / d_2 & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

在此矩阵中 d_1, d_2 是由高精度仪器测量出来的, 其精度要求根据机器人所要求的精度补偿等级而定. $(x_0, y_0)(x_1, y_1)(x_2, y_2)$ 则是通过机器人软件经过一系列计算而得到的机器人基础坐标中的位置, 它反映机器人的位置状态, 但也包含了由于操作器杆长误差, 夹角误差及编码器误差, 操作器安装误差, 环境影响等综合误差效果. 通过转换矩阵 T , 实际上是对机器人的基础坐标进行标定, 在手爪的位置和方位上对操作器中的各项误差进行综合补偿.

应该指出, 这种目标空间的补偿方法对于如杆长误差, 夹角误差及运动误差等可重复误差有很好的效果, 经过标定后, 在标定点周围的小区域中, 位姿精度可有显著提高. 但是对于随机误差, 如间隙、润滑及动力学等因素引起的误差却不能完全补偿. 不过在工业机器人的实际应用中, 若能最初定位精度在 10mm 左右的水平降低到 1mm 左右, 就可以满足大量机器人的实际工作要求了.

4 冶金用双臂机器人的误差补偿方案

冶金双臂机器人是用于冶金除渣、搅拌的工业机器人(图 5). 它有六个自由度属平面关节型. 其工作空间是三维的, 但为了便于说明, 在此仅讨论 $X-Y$ 平面上的补偿问题.

以左臂为例，其工作程序为：

- (1) 从零位开始，运动到搅棒架某一位置；
- (2) 手爪夹紧取搅棒；
- (3) 手爪握搅棒运动到合金坩锅上方；
- (4) 下降搅棒使之插入合金溶液；
- (5) 按某规律搅拌溶液，诱导浮渣；
- (6) 手爪上升，带搅棒回零位，以清除累积误差；
- (7) 从零位运动到搅棒架，将搅棒放回架上冷却；
- (8) 回复零位。

这就完成了一次搅拌任务。

在整个动作过程中，要求较高定位精度的区域有两个，一个是在搅棒架区域，要保证手爪能准确地拿到并夹持好搅棒。在一次工作完成时能将搅棒准确地放在预定位置。第二区域是坩锅区，在搅拌过程中能按预定轨迹运动而不发生与坩锅壁碰撞现象。根据这个运动特点，将整个左臂的工作空间分成两个区域，即目标子空间；以搅棒架为中心的目标空间与以坩锅为中心的目标空间。

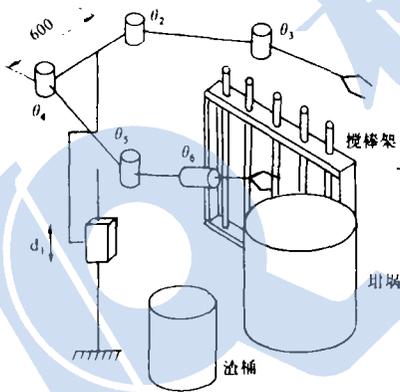


图 5 除渣搅拌的冶金双臂机器人

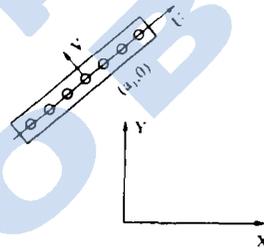


图 6 搅拌目标子空间

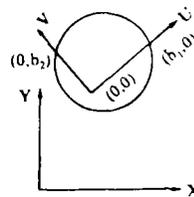


图 7 坩锅目标子空间

如图 5 为机器人左臂的基础坐标 $XY(Z)$ 和以搅棒架为中心的目标空间坐标 $U, V(W)$ 。以某棒架孔中心为坐标原点，其坐标值为 $(0,0,0)$ ，且坐标系的设置使各孔中心都在坐标轴线上。以另一个孔中心作为校准第二点，其坐标为 $(a_1, 0, 0)$ 。第三点在 V 轴线上取一点其坐标为 $(0, a_2, 0)$ 。

测得实际数据 a_1, a_2 ，并找出操作器手爪到达各点位置时其软件中的基础坐标值，将这些数据代入方程：

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix}$$

再就是简单的求解线性代数方程的问题。当解出矩阵方程 T 的各元素后便求得搅拌棒架区域的误差补偿转换矩阵。当这种测量标定是在高温下进行的便得到高温下的补偿矩阵；同样在常温下标定就得到常温下的补偿矩阵。

这个以搅拌棒架为中心的目标子空间在没有误差补偿时其到绝对坐标的转换矩阵为：

$$\begin{bmatrix} 0.7071 & -0.7071 & -620 \\ 0.7071 & 0.7071 & 850 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

用上述方法对其位置误差进行仿真补偿，运算结果如下：

	U	V	X	Y
(1)	0	0	-619.3954	848.6626
(2)	20	0	-604.9372	862.8046
(3)	0	15	-630.1249	859.3010

误差补偿的转换矩阵 T 为：

$$\begin{bmatrix} 0.7229 & -0.7153 & -619.3954 \\ 0.7071 & 0.7098 & 848.6626 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

此转换矩阵综合地补偿了由于机器人及搅拌棒架安装的误差，机器人连杆的几何参数误差。这种精度补偿在几个补偿点上或周围的小区域中可得到最令人满意的结果，越是远离这些校准点，补偿效果就越差。必要时可以另建目标空间以提高精度。

对于第二区域以坩锅为中心的目标子空间标定方法完全一样，关键就在于目标空间坐标系的设立要合理，各标定应以最容易求解和要求定位精度最高和最易测量的点上。如图将几个标定设在坩锅靠近周边的三个点上，并且都在坐标上，因此坐标为 $(b_1, 0)(0, 0)(0, b_2)$ ，使标定过程大为简化，且这三个标定又都是机器人的工作点。

4 结论

本文在对机器人的误差进行分析的基础上，提出了一种简便实用的精度补偿方法。这对于工业机器人在精度不足以完成生产要求的情况，只要进行一下标定，增加一些软件就可以得到令人满意的结果。且用这种方法不需增加任何硬件设备如传感器等，投资少但精度提高的幅度较大。这种方法对于提高静态位姿精度效果较好，但对于动态轨迹精度则帮助不大。

参 考 文 献

- 1 William K. Veitschegger. Robot calibration and compensation. IEEE J of Robotics and Automation, 1988; 14(6)
- 2 Shaheen Ahmad. Analysis of robot drive train errors, their static effects, and their compensations. IEEE J of Robotics and Automation, 1988; 14 (6)

- 3 Chia P Day. Robot accuracy issues and methods of improvement. *Robotics Today*, 1989; Spring
- 4 Broderick P L. A method for determining and correcting robot position and orientation errors due to manufacturing *ASME* 1988; 10(1)
- 5 Richard P, Paul. *Robot manipulators*. MIT Press, 1982
- 6 黄 真. 串联机器人机构的误差分析. 全国第一届机器人学术交流论文, 1987
- 7 上海交大. 外籍专家讲学讲稿(12), 1980; 2

ROBOT POSITION CALIBRATION AND ERROR COMPENSATION

BIAN Zhen'e

(Robotics Research Center of Central South University of Technology)

Abstract

There are a number of factors which may contribute to robot position error. For industrial application, it is reasonable to have high position precision on a few work points instead of having high precision all over the work space that may be costly. This paper presents a method of calibrating and compensating for the positioning error of robot manipulator in working area. A new objective coordinate transformation matrix is established based on robot position calibration. A relatively simple algorithm is developed for compensating position error in subarea within the robot envelope. Simulation results show that the positioning accuracy of a robot manipulator can be substantially improved in calibrated points and small area around. It is a simple and realistic way to synthetically compensate robot position errors in finite working points.

Keywords: robot manipulator, robotics, position error, position calibration, error compensation.

具有加速度反馈的机器人伺服系统的鲁棒性控制

周权有

(中科院沈阳自动化研究所 87 届硕士生)

本文提出了利用加速度反馈实现机器人伺服系统的鲁棒性控制. 作者从动力学及工程角度详细地讨论分析了该方法, 证明了该方法对机器人的强耦合及变惯量和抑制作用. 并具体实现了利用此方法实现的系统, 且给出了详尽的实验数据, 证实了该方法的有效性. 另外介绍了加速度计的使用方法.

导师: 蒋新松