

## 基于概率栅格地图的移动机器人可定位性估计

王 炜, 陈卫东, 王 勇

(上海交通大学自动化系系统控制与信息处理教育部重点实验室, 上海 200240)

**摘 要:** 基于广泛使用的概率栅格地图, 提出了一种移动机器人可定位性估计方法. 通过对定位 Fisher 信息矩阵进行栅格离散化, 提出了静态可定位性矩阵, 该矩阵适用于已知地图条件下的离线估计. 在此基础上, 针对在线估计中环境存在的非预期动态变化问题, 采用局部感知的未知障碍物影响因子来修正静态可定位性矩阵, 进而得到动态可定位性矩阵, 该矩阵定量描述了机器人可定位性能力及其方向性. 各种典型环境下的机器人实验结果表明了所提方法的有效性.

**关键词:** 概率栅格地图; 可定位性; 信息矩阵; 移动机器人

中图分类号: TP24

文献标识码: B

文章编号: 1002-0446(2012)-04-0485-07

### Probabilistic Grid Map Based Localizability Estimation for Mobile Robots

WANG Wei, CHEN Weidong, WANG Yong

(Key Laboratory of System Control and Information Processing, Ministry of Education of China, Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

**Abstract:** Based on the widely used probabilistic grid map, a localizability estimation method for mobile robots is proposed. Firstly, the Fisher information matrix (FIM) of robot localization is transformed into discrete form, and a static localizability matrix suitable for off-line estimation based on the known grid map is obtained. On this basis, the impact factor of locally sensed unknown obstacles is adopted to modify the static localizability matrix, and a dynamic localizability matrix is proposed for on-line estimation to deal with unexpected dynamic changes of environments. This matrix describes both the localizability index and localizability direction of mobile robots quantitatively. The results of real robot experiments under different typical environments demonstrate the validity of the proposed method.

**Keywords:** probabilistic grid map; localizability; information matrix; mobile robot

## 1 引言 (Introduction)

在移动机器人领域, 可靠的定位性能是机器人完成作业的基础. 定量地对机器人可定位性进行评估, 为已知地图的路径规划<sup>[1]</sup>、未知环境的探索<sup>[2]</sup>以及局部动态环境下的避障导航<sup>[3]</sup>提供了重要的依据. 因此探讨如何更精确、快速地对机器人可定位性进行估计, 对于指导机器人在复杂环境下完成任务具有重要的意义<sup>[4-6]</sup>.

根据地图表达形式的不同, 目前可定位性估计方法主要分为两大类. 一类是概率栅格地图下的可定位性估计, 以文 [1] 提出的海岸线导航 (coastal navigation) 为代表, 通过机器人定位概率分布的熵值来反映机器人可定位性, 作为路径规划指标. 不

过熵值是 1 维变量, 仅能体现可定位性整体性能, 无法反映其方向性, 而机器人在某位姿下的可定位性在各方向上并非一致, 具有方向性. 同时由于该方法要求传感器为全向, 限制了其应用. 第二类为几何地图 (geometric map) 下的可定位性估计, 该情况下地图结构 (线段、圆弧) 通过解析公式显式表达<sup>[7-8]</sup>. 为了对几何地图下配备激光测距仪的机器人可定位性进行估计, 文 [7] 通过计算期望激光数据以及激光扫描到的环境表面斜率, 得到定位 Fisher 信息矩阵, 该矩阵可以反映可定位性的整体性能和方向性. 然而未考虑地图信息的不确定性对评估的影响<sup>[9-10]</sup>. 同时, 由于在实际应用中难以获得地图结构的解析表达形式, 该方法目前只停留在仿真阶段.

针对上述问题,本文提出了基于概率栅格地图的可定位性评估方法.该方法在文[7]的基础上,对定位 Fisher 信息矩阵进行栅格离散化,提出了静态可定位性矩阵估计算法,可应用于离线可定位性估计.在此基础上,针对在线应用中存在的环境动态变化问题,采用局部感知的未知障碍物影响因子对静态可定位性矩阵进行变换,得到动态可定位性矩阵.基于该矩阵可以获得机器人的可定位性指标及其方向性.最后,在配备激光测距仪的移动机器人平台上将该算法与经典定位算法进行对比实验,验证了本文算法的有效性.

由于本文主要关注的问题是如何求解机器人在某一位姿下的可定位性,因此下文分析以及实验中均假设概率栅格地图中机器人真实位姿已知.

## 2 可定位性估计算法 (Localizability estimation algorithm)

文[7]将定位 Fisher 信息矩阵定义为期望激光数据及激光扫描到的环境表面斜率的函数,从而对机器人的可定位性进行估计,指出了可定位性指标的最差方向.该定位 Fisher 信息矩阵形式如下<sup>[7]</sup>:

$$\mathbf{I}_{\text{laser}}(\mathbf{P}) = \frac{1}{\sigma^2} \sum_i^n \left[ \left( \frac{\partial r_{iE}}{\partial \mathbf{P}} \right)^T \frac{\partial r_{iE}}{\partial \mathbf{P}} \right] \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{P}$  为机器人位姿,  $r_{iE}$  为激光测距仪的第  $i$  个激光束到障碍物的期望长度,  $\sigma^2$  为激光数据的噪声方差.

$\mathbf{I}_{\text{laser}}(\mathbf{P})$  以矩阵的形式描述了可定位性的整体性能及方向性,但其并没有反映地图的不确定性,同时,求解环境表面斜率要求机器人的观测模型为连续可导,导致  $\mathbf{I}_{\text{laser}}(\mathbf{P})$  无法直接用于概率栅格地图下的可定位性估计.

本文针对概率栅格地图,在文[7]几何信息矩阵  $\mathbf{I}_{\text{laser}}(\mathbf{P})$  的基础上,提出了静态可定位性矩阵,并给出了概率栅格地图下可定位性估计算法.算法流程如图1所示,主要包括2个步骤.第1步:静态可定位性矩阵计算,将几何信息矩阵离散化为栅格信息矩阵,根据已知全局概率栅格地图,通过计算激光扫描的期望距离数据以及相应的离散栅格概率值,对栅格信息矩阵中的元素进行求解,得到静态可定位性矩阵(见2.1节);第2步:动态可定位性矩阵计算,将在线获取的局部激光扫描数据与已知的全局概率栅格地图匹配,求解出未知障碍物影响因子  $s_i$ ,来修正静态可定位性矩阵,得到机器人在当前位姿下的动态可定位性矩阵(见2.2节).

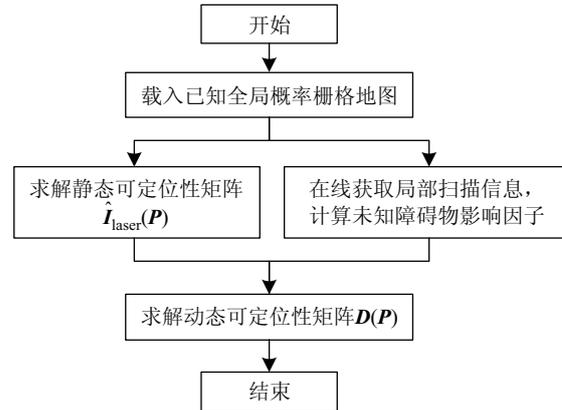


图1 可定位性估计算法

Fig.1 Localizability estimation algorithm

### 2.1 静态可定位性矩阵计算

针对概率栅格地图,本节首先对几何地图的定位 Fisher 信息矩阵  $\mathbf{I}_{\text{laser}}(\mathbf{P})$  进行离散化.

用  $\frac{\Delta r_{iE}}{\Delta \mathbf{P}}$  近似  $\frac{\partial r_{iE}}{\partial \mathbf{P}}$ , 得到矩阵  $\hat{\mathbf{I}}_{\text{laser}}(\mathbf{P})$ , 由于其只考虑了已知的静态全局地图,可将其称为静态可定位性矩阵:

$$\hat{\mathbf{I}}_{\text{laser}}(\mathbf{P}) = \sum_i^n \frac{1}{\sigma_i^2} \left( \frac{\Delta r_{iE}}{\Delta \mathbf{P}} \right)^T \left( \frac{\Delta r_{iE}}{\Delta \mathbf{P}} \right) \quad (2)$$

其中,

$$\frac{\Delta r_{iE}}{\Delta \mathbf{P}} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta r_{iE}}{\Delta x} & \frac{\Delta r_{iE}}{\Delta y} & \frac{\Delta r_{iE}}{\Delta \theta} \end{bmatrix} \quad (3)$$

将式(2)、(3)合并,求得:

$$\hat{\mathbf{I}}_{\text{laser}}(\mathbf{P}) = \sum_i^n \frac{1}{\sigma_i^2} \begin{bmatrix} \frac{\Delta r_{iE}^2}{\Delta x^2} & \frac{\Delta r_{iE}^2}{\Delta x \Delta y} & \frac{\Delta r_{iE}^2}{\Delta x \Delta \theta} \\ \frac{\Delta r_{iE}^2}{\Delta x \Delta y} & \frac{\Delta r_{iE}^2}{\Delta y^2} & \frac{\Delta r_{iE}^2}{\Delta y \Delta \theta} \\ \frac{\Delta r_{iE}^2}{\Delta x \Delta \theta} & \frac{\Delta r_{iE}^2}{\Delta y \Delta \theta} & \frac{\Delta r_{iE}^2}{\Delta \theta^2} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$\hat{\mathbf{I}}_{\text{laser}}(\mathbf{P})$  的行列式  $i(\mathbf{P})$  可作为衡量静态可定位性的指标:

$$i(\mathbf{P}) = \det(\hat{\mathbf{I}}_{\text{laser}}(\mathbf{P})) \quad (5)$$

其中,  $\sigma_i^2$  是激光数据高斯白噪声的方差,其值与可定位性能成反比;矩阵部分反映了原始地图结构对机器人可定位性各方向上的影响以及相互之间的耦合关系.

对于式(4)中的期望距离  $r_{iE}$  和方差  $\sigma_i^2$ ,本节结合概率栅格地图特点求取其近似值.

图2为概率栅格地图的局部放大图,灰度区域为已知障碍物栅格,  $\mu$  为栅格被占据的概率值,值越大,表示栅格被障碍物占有的可能性越大.根据概率模型,第  $i$  个激光束(与机器人轴线偏差  $\varphi_i$ )到

障碍物的期望长度  $r_{iE}$  可表示为

$$r_{iE} = \frac{\sum_j^m r_{ij} \mu_{ij}}{\sum_j^m \mu_{ij}} \quad (6)$$

其中,  $r_{ij}$  为机器人沿着第  $i$  条激光束方向, 到第  $j$  个概率栅格的距离,  $\mu_{ij}$  为对应的栅格概率值. 由于只需考虑该方向的最近已知障碍物, 因此截至栅格序号  $m$  需满足条件:  $\mu_{im} < T$  且  $\mu_{i(m-1)} > \mu_{im}$ ,  $T$  为概率阈值, 当栅格概率值小于  $T$  时, 近似认为该栅格没有被占据的可能性.

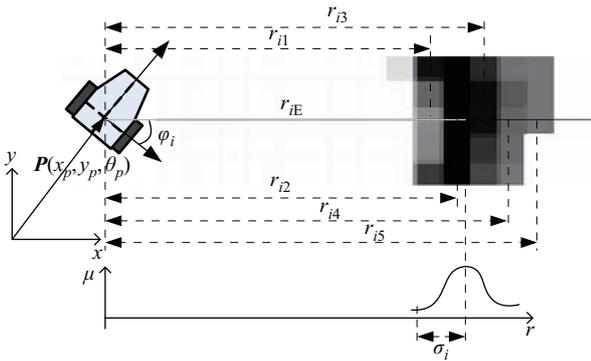


图 2 配置激光测距仪的机器人观测模型

Fig.2 Observation model of robot with laser range finder

栅格的概率值描述了感知信息的不确定性<sup>[10]</sup>, 因此方差  $\sigma_i^2$  可以通过下式近似求得:

$$\sigma_i^2 = E[(r_{ij} - r_{iE})^2] \quad (7)$$

对于式 (6)、(7) 中  $\{r_{ij}\}_{j=1, \dots, m}$ , 本文采用以下算法对其进行求解.

如图 3, 机器人位姿坐标为  $P = (x_p, y_p, \theta_p)$ , 以该坐标为圆心, 以激光测距仪的扫描范围为半径, 可以得到机器人最大扫描边界:

$$(x - x_p)^2 + (y - y_p)^2 = L_d^2 \quad (8)$$

以  $\Delta\varphi$  为间隔, 可以得到  $n$  条激光束, 其方程为

$$(y - y_p) / (x - x_p) = \tan(\theta_p + \varphi_i) \quad (9)$$

其中:

$$\varphi_i = i \cdot \Delta\varphi \quad (10)$$

式 (9) 称作扫描方程, 在式 (8) 的约束范围内, 按照激光测距仪的扫描顺序, 对每条激光束  $i$ , 通过判断栅格概率值  $\mu$  的变化, 得到  $\varphi_i$  方向上机器人到障碍物栅格的距离  $\{r_{ij}\}_{j=1, \dots, m}$ , 进而根据式 (6) 和 (7) 依次求解期望长度  $r_{iE}$  和方差  $\sigma_i^2$ . 将结果代入方程 (4), 可得位姿  $P$  下的静态可定位性矩阵.

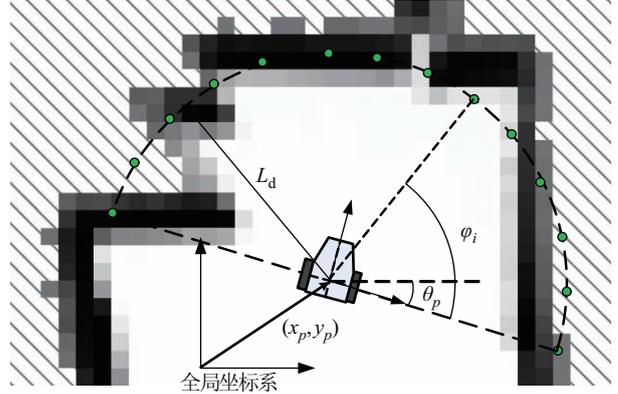


图 3 激光测距仪扫描模型

Fig.3 Scanning model of laser range finder

### 2.2 动态可定位性矩阵计算

上述  $\hat{I}_{laser}(P)$  仅考虑了已知的静态概率栅格地图, 未考虑局部动态信息对机器人可定位性的影响. 而在实际环境中, 当局部地图更新后, 由于未知障碍物的存在, 部分原始地图信息会被遮挡而无法观测到, 降低了可定位性<sup>[1]</sup>. 因此, 本文在  $\hat{I}_{laser}(P)$  基础上, 考虑局部激光扫描数据, 引入未知障碍物影响因子, 求解出实际环境中当前位姿下的动态可定位性矩阵.

首先, 需要根据在线激光数据计算其扫描到已知地图栅格的概率.

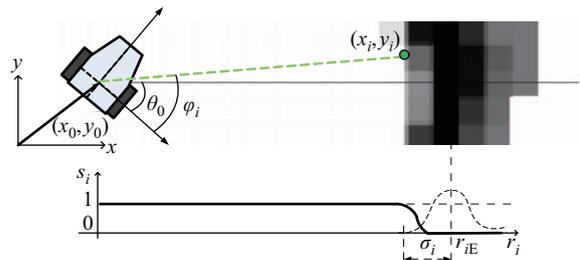


图 4 在线激光数据示意图

Fig.4 On-line laser data

如图 4 所示, 在参考位置  $P_0 = (x_0, y_0, \theta_0)$  已知前提下, 设激光测距仪实际获取的第  $i$  个激光束的长度为  $r_i$ , 扫描到已知栅格为事件 A, 扫描到未知障碍物为事件 B, 则根据贝叶斯公式, 该激光点扫描到已知栅格的概率为

$$p(A|r_i) = \frac{p(r_i|A)p(A)}{p(r_i|A)p(A) + p(r_i|B)p(B)} \quad (11)$$

设第  $i$  个激光束的全局坐标位置  $(x_i, y_i)$  为

$$\begin{cases} x_i = x_0 + r_i \cos(\varphi_i + \theta_0 - \pi/2) \\ y_i = y_0 + r_i \sin(\varphi_i + \theta_0 - \pi/2) \end{cases} \quad (12)$$

则  $p(r_i|A) = \mu_{x_i y_i} \cdot \mu_{x_i y_i}$  为原始地图中  $(x_i, y_i)$  处的栅格概率值.

若设未知障碍物与机器人的真实距离为  $r_B \in (0, r_{iE})$ , 则有

$$p(r_i|B) = \int p(r_i|r_B) \frac{dr_B}{r_{iE}} \quad (13)$$

设激光测距仪扫描到未知障碍物的距离符合方差为  $\sigma_B^2$  的高斯分布, 则:

$$p(r_i|r_B) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_B}} e^{-\frac{(r_B-r_i)^2}{2\sigma_B^2}} \quad (14)$$

当  $|r_B - r_i| > k\sigma_B^2$  时,  $p(r_i|r_B) \rightarrow 0$ , 可将式 (13) 以  $\Delta r_B$  为步长进行离散:

$$p(r_i|B) = \frac{\Delta r_B}{r_{iE}} \sum_{r_B=0}^{r_{iE}} p(r_i|r_B) \approx \frac{\Delta r_B}{r_{iE}} \sum_{r_B=r_i-k\sigma_B^2}^{r_i+k\sigma_B^2} p(r_i|r_B) \quad (15)$$

将式 (11)、(15) 合并得

$$p(A|r_i) = \frac{\mu_{x_i y_i} p(A)}{\mu_{x_i y_i} p(A) + \frac{\Delta r_B}{r_{iE}} p(B) \sum p(r_i|r_B)} \quad (16)$$

$p(B)$  为环境中存在未知障碍物的先验概率, 需统计获得,  $p(A) = 1 - p(B)$ .

分析式 (16): 当  $r_i \ll r_{iE} - k\sigma_i$  时,  $\mu_{x_i y_i} \rightarrow 0$ ,  $p(A|r_i) \rightarrow 0$ ; 当  $r_i > r_{iE} - k\sigma_i$  时,  $p(r_i|A)p(A) \gg p(r_i|B)p(B)$ ,  $p(A|r_i) \rightarrow 1$ .

将  $1 - p(A|r_i)$  定义为未知障碍物影响因子  $s_i$ , 即激光扫到未知障碍物的概率. 则  $s_i$  与  $r_i$  关系如图 4 所示.  $s_i$  值越大, 则该激光点数据对机器人可定位性的提高越小, 将其代入静态可定位性矩阵  $\hat{\mathbf{I}}_{\text{laser}}(\mathbf{P})$ , 得到动态可定位性矩阵  $\mathbf{D}(\mathbf{P})$ :

$$\mathbf{D}(\mathbf{P}) = \sum_i^n \frac{1-s_i}{\sigma_i^2} \begin{bmatrix} \frac{\Delta r_{iE}^2}{\Delta x^2} & \frac{\Delta r_{iE}^2}{\Delta x \Delta y} & \frac{\Delta r_{iE}^2}{\Delta x \Delta \theta} \\ \frac{\Delta r_{iE}^2}{\Delta x \Delta y} & \frac{\Delta r_{iE}^2}{\Delta y^2} & \frac{\Delta r_{iE}^2}{\Delta y \Delta \theta} \\ \frac{\Delta r_{iE}^2}{\Delta x \Delta \theta} & \frac{\Delta r_{iE}^2}{\Delta y \Delta \theta} & \frac{\Delta r_{iE}^2}{\Delta \theta^2} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$\mathbf{D}(\mathbf{P})$  的特征值与其对应的特征向量为  $\{\lambda_D^i, \mathbf{p}_D^i\}_{i=1,2,3}$ .

$\mathbf{D}(\mathbf{P})$  的行列式  $d(\mathbf{P})$  作为衡量可定位性整体性能指标:

$$d(\mathbf{P}) = \det(\mathbf{D}(\mathbf{P})) \quad (18)$$

根据 Cramér-Rao 界 (CRB) 定理<sup>[11]</sup> 可知, 本文求得的动态可定位性矩阵即为机器人定位概率分布的最小协方差矩阵的逆:

$$\text{cov}_D(\mathbf{P}) = \frac{1}{\mathbf{D}(\mathbf{P})} \quad (19)$$

分析式 (17),  $s_i$  因子反映未知障碍物对机器人可定位性的影响,  $\sum_i s_i$  越大, 表示环境中未知障碍物越多, 则  $d(\mathbf{P})$  越小, 可定位性越差.

动态可定位性矩阵  $\mathbf{D}(\mathbf{P})$  兼顾了原始地图和局部动态信息的影响, 反映了机器人在  $\mathbf{P}$  处的可定位性的性能及方向性.  $d(\mathbf{P})$  作为评价机器人可定位性整体性能的指标.

$\mathbf{D}(\mathbf{P})$  计算的时间复杂度为  $O(n)$ , 计算量较小, 可以保证在线的实时性应用.

### 2.3 动态可定位性矩阵的方向性分析

动态可定位性矩阵  $\mathbf{D}(\mathbf{P})$  为 3 维矩阵, 不仅可以估计可定位性的整体性能, 还反映了概率栅格地图信息对可定位性不同方向上的影响以及相互之间的耦合关系.

根据式 (19), 首先对机器人的定位协方差矩阵的性质进行分析, 设协方差矩阵的单位特征向量与特征值为  $\mathbf{p}_c$ 、 $\lambda_c$ , 则由矩阵特征值与特征向量的定义可得:

$$\text{cov}_D(\mathbf{P}) \mathbf{p}_c = \lambda_c \mathbf{p}_c \quad (20)$$

协方差的定义为

$$\text{cov}(a, b) = E(ab) - E(a)E(b) \quad (21)$$

将机器人的位姿  $\mathbf{P} = (x, y, \theta)$  代入协方差矩阵:

$$\text{cov}_D(\mathbf{P}) = \begin{bmatrix} \text{cov}(x, x) & \text{cov}(x, y) & \text{cov}(x, \theta) \\ \text{cov}(x, y) & \text{cov}(y, y) & \text{cov}(y, \theta) \\ \text{cov}(x, \theta) & \text{cov}(y, \theta) & \text{cov}(\theta, \theta) \end{bmatrix} \quad (22)$$

式 (20) ~ (22) 合并可得:

$$\lambda_c = \text{cov}(\mathbf{P} \cdot \mathbf{p}_c, \mathbf{P} \cdot \mathbf{p}_c) \quad (23)$$

即协方差矩阵的特征值为其特征向量方向上的方差. 对于定位协方差矩阵, 特征值越大, 表示该方向上的可定位性越差.

动态可定位性矩阵的特征值与最小协方差矩阵的特征值互为倒数, 由此可得, 动态可定位性矩阵的特征值越大, 表示所对应特征向量方向上的定位性能越好. 本文将最大特征值所对应的特征向量定义为可定位性的最优方向, 最小特征值所对应的特征向量定义为最差方向.

由于机器人的位置  $(x, y)$  与朝向  $\theta$  量纲不同, 两者难以进行比较, 因此下文对可定位性最差与最优方向进行分析时, 仅针对位置坐标系, 求解相应的特征值  $\lambda_c^{x,y}$  与特征向量  $\mathbf{p}_c^{x,y}$ .

### 3 实验与结果分析 (Experiment and result analysis)

实验机器人采用自主研发的交龙智能轮椅 (如图 5 所示) [12], 配置了里程计和激光测距仪 (SICK LSM111). 概率栅格地图的创建采用 Scan-matching 算法 [13]. 控制器采用的 CPU 为 Intel Core2 E7200 的工控机, 主频 2.53 GHz, 内存 2G, 使用 Windows XP 操作系统. 算法参数设置如下: 激光扫描距离  $L_d = 10\text{m}$ , 扫描范围  $\varphi_i \in [0^\circ, 180^\circ]$ , 分辨率  $\Delta\varphi = 1^\circ$ , 激光束数目  $n = 181$ , 扫描周期  $T = 30\text{ms}$ ; 概率栅格地图分辨率为  $0.1\text{m} \times 0.1\text{m}$ ; 信息矩阵离散化参数为  $\Delta x = 0.1\text{m}$ ,  $\Delta y = 0.1\text{m}$ ,  $\Delta\theta = 1^\circ$ .



图 5 交龙智能轮椅  
Fig.5 Intelligent wheelchair JiaoLong

#### 3.1 静态可定位性估计结果

以办公室和走廊两种环境的概率栅格地图为例, 根据式 (4), 求解全地图各处的静态可定位性矩阵  $\hat{I}_{\text{laser}}(\mathbf{P})$  及其行列式数值  $i(\mathbf{P})$ . 以栅格灰度值表示  $i(\mathbf{P})$ , 形成静态可定位性地图. 灰度值越大, 表示该栅格静态可定位性越强.

计算结果如图 6 所示, 其中限定机器人位姿角度  $\theta$  为  $0^\circ$  (朝向右侧), 左侧为概率栅格地图, 右侧为在概率栅格地图各处的静态可定位性地图. 从图中可以看出, 由于走廊环境中地图特征相对比较单一, 走廊环境整体静态可定位性偏低于办公室环境. 对于图中标出的各个区域进行分析可得: A 区域中, 机器人可观测到的地图信息丰富, 使得  $\hat{I}_{\text{laser}}(\mathbf{P})$  矩阵中对角线元素偏高, 其行列式  $i(\mathbf{P})$  较大, 静态可定位性明显优于周围区域以及 B、C、D 区域; B 区域中, 虽然地图结构特征丰富, 但建图质量差, 导致  $\hat{I}_{\text{laser}}(\mathbf{P})$  中  $\sigma_i^2$  值偏大, 静态可定位性整体下降; C 与 D 区域相比, D 区域中环境单一, 导致  $\hat{I}_{\text{laser}}(\mathbf{P})$  中对角线元素部分值接近 0, 静态可定位性偏低, C 区域地图信息丰富程度介于 A 和 D 区域之间, 静态可定位性指标  $i(\mathbf{P})$  也体现了这一特征.

总体来看, 静态可定位性估计结果与人们对于

地图的直观理解相符合. 可以通过该估计方法计算离线地图的静态可定位性, 作为评价指标运用到路径规划算法中, 保证机器人沿着静态可定位性较好的方向运动.

对于图中  $10.3\text{m} \times 9.6\text{m}$  的走廊环境, 利用静态可定位性估计算法离线计算了约 10000 个栅格的静态可定位性, 花费时间约为 100s, 由此可知每个栅格的平均计算时间约为 10ms, 小于激光数据扫描周期. 该静态可定位性估计方法符合实验系统的实时性要求, 可以用于机器人实时控制中.

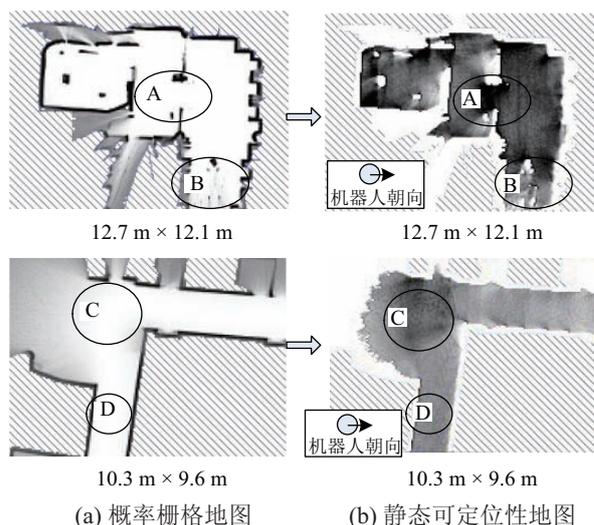


图 6 静态可定位性估计结果  
Fig.6 Estimation results of static localizability

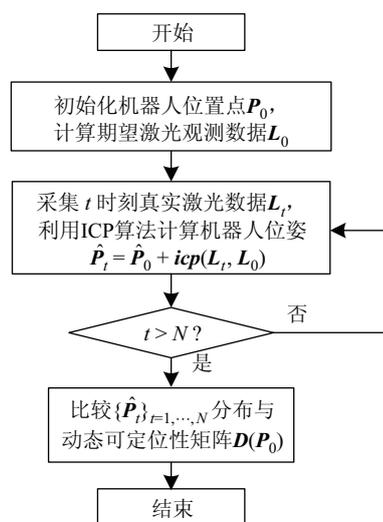


图 7 与 ICP 算法的对比实验流程  
Fig.7 Flowchart of an experiment for comparing with ICP algorithm

#### 3.2 动态可定位性估计结果

将智能轮椅放置于几种典型的真实环境中, 通过对比实验评估本文算法的有效性. 典型实验环境

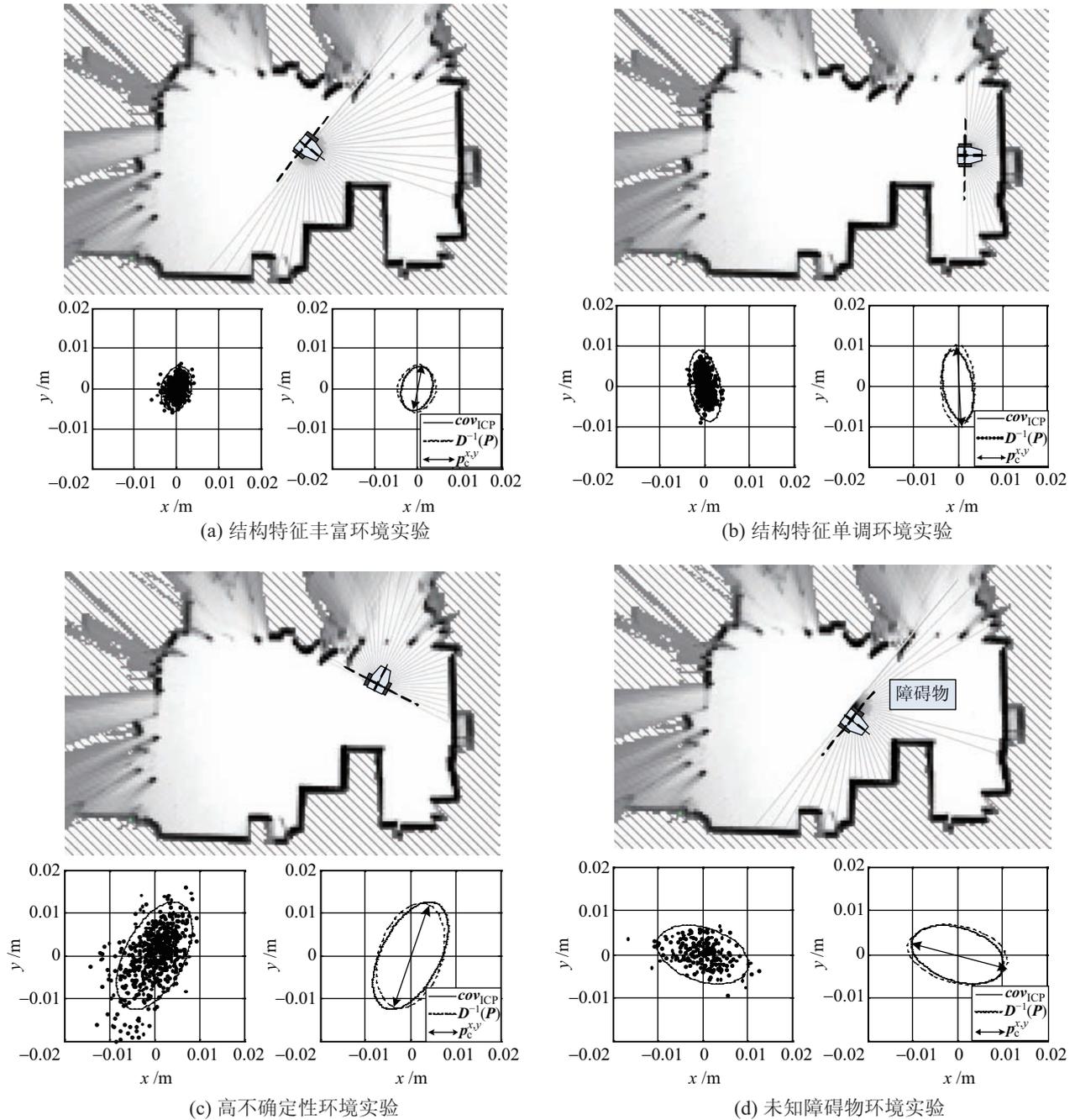


图8 动态可定位性估计实验分析图

Fig.8 Analysis of dynamic localizability estimation experiment

包括：1) 结构特征丰富环境；2) 结构特征单调环境；3) 高不确定性环境；4) 未知障碍物环境。

对比实验中选择高性能的 ICP 定位算法 [14]，与本文算法进行比较。ICP 为一种迭代最优化算法，其定位协方差与 CRB 接近 [8]，但计算复杂，不适于在线应用。本文计算出动态可定位性矩阵，同时利用 ICP 算法对机器人位姿进行  $N$  次估计，得到机器人定位概率分布，通过两者比较，验证本文算法在不同环境下的有效性。具体实验流程如图 7 所示，其中  $N$  取 500。

选取地图中 4 种不同情况进行该实验，如图 8 所示。实验的对比结果见表 1， $cov_{1CP}$  为通过 ICP 算法得到的定位协方差矩阵， $D^{-1}(P)$  为动态可定位性矩阵的逆，将不同环境下两者的方差  $\sigma(x)$ 、 $\sigma(y)$ 、 $\sigma(\theta)$  以及位置坐标系下最大特征值  $\lambda_c^{x,y}$  所对应的特征向量  $p_c^{x,y}$  (可定位性最差方向) 进行对比。具体分析如下：

1) 结构特征丰富环境

结果：机器人在该姿态下的动态可定位性较高，ICP 定位结果的概率分布集中，定位误差较小，其协

表 1 ICP 算法协方差与动态可定位性矩阵对比实验结果

Tab.1 The comparison between ICP covariance and dynamic localizability matrix

实验数据		结构特征丰富环境		结构特征单调环境		高不确定性环境		未知障碍物环境	
		$cov_{ICP}$	$D^{-1}(P)$	$cov_{ICP}$	$D^{-1}(P)$	$cov_{ICP}$	$D^{-1}(P)$	$cov_{ICP}$	$D^{-1}(P)$
定位误差	$\sigma(x)/(10^{-3} m)$	1.3	1.5	1.3	1.4	4.2	3.8	4.5	5.1
	$\sigma(y)/(10^{-3} m)$	1.9	2.0	3.2	3.9	6.4	6.2	3.0	3.1
	$\sigma(\theta)/(0.01^\circ)$	1.8	2.1	2.6	2.4	8.9	8.7	4.8	5.3
$\max \lambda_c^{x,y}/(10^{-5} m^2)$		0.38	0.40	1.1	1.5	4.8	4.1	2.2	2.7
$\max p_c^{x,y}$		$\begin{bmatrix} 0.23 \\ 0.97 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.16 \\ 0.99 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.14 \\ 0.99 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.10 \\ 0.99 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.43 \\ 0.90 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.27 \\ 0.96 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.95 \\ 0.32 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.98 \\ 0.21 \end{bmatrix}$

方差与动态可定位性矩阵的逆基本吻合。

分析: 图 8(a) 中, 激光测距仪扫描到的地图信息丰富, 地图边缘建图清晰, 且几乎没有不匹配的未知障碍物。

#### 2) 结构特征单调环境

结果:  $\sigma(y)$  远大于  $\sigma(x)$ ,  $y$  轴方向定位较差,  $p_c^{x,y}$  与  $y$  轴几乎重合。

分析: 图 8(b) 中, 地图边缘比较清晰, 但机器人在该位姿下获取的地图结构特征单一, 激光在  $y$  轴方向上扫描到的距离数据远远少于  $x$  轴方向, 导致  $y$  轴方向误差偏大。

#### 3) 高不确定性环境

结果: ICP 定位协方差与动态可定位性矩阵的逆基本吻合。可定位性远低于结构特征丰富的环境, 最差方向指向地图的高不确定性部分。

分析: 图 8(c) 中, 机器人被摆放在玻璃门前。玻璃材质使得激光数据噪声  $\sigma_i^2$  偏高, 信息不确定性增加, 导致地图在该处模糊, 对真实定位结果造成影响, 降低了机器人的可定位性。

#### 4) 未知障碍物环境

结果: ICP 定位协方差与动态可定位性矩阵的逆基本吻合。机器人在  $x$  轴方向的定位概率分布分散,  $\sigma(x)$  较大, 可定位性最差方向偏向  $x$  轴方向。

分析: 图 8(d) 与图 8(a) 相比, 存在未知障碍物, 遮挡了部分已知地图。由于机器人和障碍物的相互位置关系, 未知障碍物影响了机器人  $x$  轴方向的定位, 机器人可定位性降低。

上述实验结果表明, 动态可定位性矩阵的逆  $D^{-1}(P)$  与 ICP 定位算法得到的协方差接近, 方向性与 ICP 定位结果基本一致。从环境的影响上看, 结构特征丰富的环境的可定位性明显高于高不确定性环境以及未知障碍物环境, 这与一般的认知规律相吻合。

## 4 结论 (Conclusion)

针对概率栅格地图下的机器人可定位性估计问题, 基于 Fisher 信息矩阵的离散化, 提出了适用于离线估计的静态可定位性矩阵, 在此基础上, 针对局部动态环境, 提出了适用于在线估计的动态可定位性矩阵。

动态可定位性矩阵综合考虑了地图结构、观测模型、未知障碍物对可定位性的影响, 不仅反映了概率栅格地图下机器人可定位性的整体性能, 还能够分析机器人可定位性在不同方向上的差异, 体现了可定位性的方向性, 从而为基于可定位性的定位改进以及路径规划提供了依据。多种典型环境下的实验结果表明了本文方法的有效性。本文可定位性估计结果可应用于移动机器人的运动规划、导航、未知环境探索等各类任务中。

## 参考文献 (References)

- [1] Roy N, Burgard W, Fox D, et al. Coastal navigation – Mobile robot navigation with uncertainty in dynamic environments [C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 1999: 35-40.
- [2] Makarenko A A, Williams S B, Bourgault F, et al. An experiment in integrated exploration[C]//IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2002: 534-539.
- [3] MacMillan N, Allen R, Marinakis D, et al. Range-based navigation system for a mobile robot[C]//Canadian Conference on Computer and Robot Vision (CRV). Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2011: 16-23.
- [4] Fox D, Burgard W, Thrun S. Markov localization for mobile robots in dynamic environments[J]. Journal of Artificial Intelligence Research, 1999, 11(3): 391-427.
- [5] Zhou X S, Roumeliotis S I. Robot-to-robot relative pose estimation from range measurements[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2008, 24(6): 1379-1393.
- [6] Parikh S P, Grassi Jr V, Kumar V, et al. Integrating human inputs with autonomous behaviors on an intelligent wheelchair platform[J]. IEEE Intelligent Systems, 2007, 22(2): 33-41.

- lines[C]//Proceedings of SICE Annual Conference. 2005: 504-509.
- [7] Pouliot N, Latulippe P, Montambault S, et al. Reliable and intuitive teleoperation of Linescout: A mobile robot for live transmission line maintenance[C]//IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2009: 1703-1710.
- [8] Wu G P, Xiao X H, Xiao H, et al. Motion planning of non-collision obstacles overcoming for high-voltage power transmission-line inspection robot[C]//International Conference on Intelligent Robotics and Applications. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2008: 1195-1205.
- [9] Tang L, Fu S F, Fang L J, et al. Obstacle-navigation strategy of a wire-suspend robot for power transmission lines[C]//IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2004: 82-87.
- [10] 付双飞, 王洪光, 房立金, 等. 超高压输电线路巡检机器人越障控制问题的研究 [J]. 机器人, 2005, 27(4): 341-345.
- Fu S F, Wang H G, Fang L J, et al. On obstacle-navigation control of inspection robot for the extra-high voltage power transmission lines[J]. Robot, 2005, 27(4): 341-345.
- [11] 王鲁单, 王洪光, 房立金, 等. 一种输电线巡检机器人控制方法研究 [C]//第十一届中国人工智能学术年会. 2005: 1684-1689.
- Wang L D, Wang H G, Fang L J, et al. Research on the control strategy of an inspection robot for the power transmission lines[C]//11th China Association of Artificial Intelligence Annual Meeting. 2005: 1684-1689.
- [12] Goncalves R S, Carvalho J, Carvalho M. Kinematics analysis of a four legged robot suspended on wire[C]//ABCAM Symposium Series in Mechatronics. 2006, 2: 273-280.
- [13] 李恩, 梁自泽, 谭民. 基于规则库的巡线机器人自主越障动作规划 [J]. 机器人, 2005, 27(5): 400-405.
- Li E, Liang Z Z, Tan M. Rule base based motion planning method for inspection robot to cross obstacles autonomously[J]. Robot, 2005, 27(5): 400-405.
- [14] Mineo H, Yoichiro M, Sadahiro T, et al. Development of a mobile inspection robot for power transmission lines[J]. Journal of the Robotics Society of Japan, 1991, 9(4): 457-463.
- [15] Tavares L, Sequeira J. RIOL – Robotic inspection over power lines[C]//6th IFAC Symposium on Intelligent Autonomous Vehicles. 2007.
- [16] Ramadge P J, Wonham W M. Supervisory control of a class of discrete event processes[J]. SIAM Journal on Control and Optimization, 1987, 25(1): 206-230.
- [17] 徐心和, 戴连贵, 李彦平. DEDS 监控理论的最新发展 [J]. 控制与决策, 1997, 12(suppl.): 396-402.
- Xu X H, Dai L G, Li Y P. Recent development in supervisory control of DEDS[J]. Control and Decision, 1997, 12(suppl.): 396-402.
- [18] 姜勇, 王洪光, 房立金. 基于主动试探的微型爬壁机器人步态控制 [J]. 机械工程学报, 2009, 45(7): 56-62.
- Jiang Y, Wang H G, Fang L J. Gait control of micro wall-climbing robot based on initiative exploration[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(7): 56-62.
- [19] 孙亮, 呼德夫. 两轮机器人的舞步运动规划和仿真研究 [J]. 制造业自动化, 2011, 33(11): 6-8.
- Sun L, Hu D F. Dancing motion planning of two-wheeled robot and simulation research[J]. Manufacturing Automation, 2011, 33(11): 6-8.
- [20] 郭伟斌, 陈勇. 基于模糊控制的除草机器人自主导航 [J]. 机器人, 2010, 32(2): 204-209.
- Guo W B, Chen Y. Fuzzy control based autonomous navigation for a weeding robot[J]. Robot, 2010, 32(2): 204-209.

#### 作者简介:

- 郭伟斌 (1982-), 男, 博士生, 研究领域: 机器人机构与控制.
- 王洪光 (1965-), 男, 博士, 研究员, 博士生导师. 研究领域: 机器人机构学, 特种机器人及机电一体化技术.

(上接第 491 页)

- [7] Censi A. On achievable accuracy for range-finder localization[C]//2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2007: 4170-4175.
- [8] Censi A. On achievable accuracy for pose tracking[C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2009: 1-7.
- [9] Diosi A, Kleeman L. Uncertainty of line segments extracted from static Sick PLS laser scans[C]//Proceedings of Australasian Conference on Robotics and Automation. Brisbane, Australia: Australasian Conference, 2003: MECSE-26-2003.
- [10] 王卫华, 陈卫东, 席裕庚. 移动机器人地图创建中的不确定传感信息处理 [J]. 自动化学报, 2003, 29(2): 267-274.
- Wang W H, Chen W D, Xi Y G. Uncertainty sensor information processing in map building of mobile robot[J]. Acta Automatica Sinica, 2003, 29(2): 267-274.
- [11] Bobrovsky B, Zakai M. A lower bound on the estimation error for Markov processes[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1975, 20(6): 785-788.
- [12] Li Q N, Chen W D, Wang J C. Dynamic shared control for human-wheelchair cooperation[C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2011: 4278-4283.
- [13] Thrun S. Robotic mapping: A survey[M]. Pittsburgh, USA: Carnegie Mellon University, 2002.
- [14] Zhang Z Y. Iterative point matching for registration of free-form curves and surfaces[J]. International Journal of Computer Vision, 1994, 13(2): 119-152.

#### 作者简介:

- 王 炜 (1987-), 男, 硕士生. 研究领域: 服务机器人.
- 陈卫东 (1968-), 男, 博士, 教授, 博士生导师. 研究领域: 智能机器人, 多机器人系统.
- 王 勇 (1982-), 男, 博士生. 研究领域: 智能机器人, 多机器人系统.