

# 机械手的自适应线性控制器

Anttj Koivo Ten-Huei Guo

**〔摘要〕** 本文对机械手的位置和速度提出了一种新的控制方法, 该方法是  
对机械手的每个关节都使用一个自校正控制器。一个复杂的机械手系统是由一  
系列差分方程描述的, 模型的参数是根据使方程误差的平方和最小, 由递推算  
法在线确定。根据机械手的差分模型和选择一个合适的性能指标, 设计每个关  
节的自适应控制器。利用参数的估值, 在线计算控制器增益。仿真结果表明了  
该算法的可行性, 并讨论了在其某些方面的实现问题。

在近十年中, 提出了许多种对机械手进行直接控制的方案。大部分方法建立在以牛顿力学为基础导出的数学模型上。这些控制方案包括古典控制器<sup>[1,2]</sup>以及最优控制器<sup>[4,6,10]</sup>。在这些古典设计方法中, [1]提出了计算额定轨迹力矩的方法, 实践证明, 该方法需要大量的计算和存储。另一种早期提出的方法是求解运动速率控制<sup>[3]</sup>。在这种方法中, 为了使机械手的端点沿规定的方向运动, 需要计算关节的角速度。更多的近期研究是将最优控制理论应用到机械手的控制上去。例如, [4], [5]研究了沿指定路径的最小时间解问题。在[4]中, 用一个全面简化的线性连续时间二阶模型来解决最小时间问题。在[5]中, 用线性程序解决了相同的问题。[4], [5]只给出了其仿真研究, 而没有给出其实际应用的结果。[6]把变结构理论应用于机械手控制, 而变结构理论的缺点是其最小时间解问题, 即严格确定控制输入的开关常数是异常困难的。在[6]中也没有给出实际的实现过程。

[7]提出了一种查表的方法, 该方案的实现需要大量的存储单元, 特别是当轨迹及物体的大小发生变化时, 其量更大。此外, 该方法对指数的优化性也没有进行任何评价。[8]提出了解决线性化模型进行特征值配置问题的方法。该方法不是基于使性能指标最小化的原则, 但是, 若线性化的模型相当精确的话, 它可得到一个能实现的解。

在[9]中, 提出了对每一个关节使用逐段定常控制和一个二阶线性模型的方法, 将LPQ问题的最优解应用于机械手的控制。基于动态方程, [10]通过形成一系列控制规律, 提出了非线性最优控制问题的近似解。另一种令人感兴趣的控制方法由[11]提出, 它首先引入非线性反馈, 抵消掉机械手模型中的非线性项, 然后在线性模型的基础上设计控制器。该方法假定模型中的非线性项完全抵消掉, 但这在实际中是很难做到的。

[12]提出了一种模型参考自适应控制方法。它把一个二阶无阻尼模型的阶跃响应做为每个关节的参考输出, 通过调节反馈回路中位置和速度的增益, 使实际系统和参考模型的输出之差最小。增益的调节可通过对参数空间中的指标判据使用下降法来实现。忽略各关节间的耦合, 这样就大大简化了机械手的动态模型。[12]以仿真研究证明了该方法的可行性。在模型参考控制方法中, 由于没有使用基于牛顿力学的复杂模型进行设计, 使它不同于前述的各种方法。

在本文中, 我们提出了用自回归时间序列模型来描述机械手关节的运动。用测得的输入输出数据得到模型参数。然后, 用该模型在线确定控制器参数, 使选定的指标判据最小。这样, 参数就能用显式方法调节<sup>[14,18]</sup>。

本文首先给出了机械手常用的数学模型, 并讨论了使用该模型遇到的困难及模型简化问题。然后提出了一种通用的自回归模型。并概

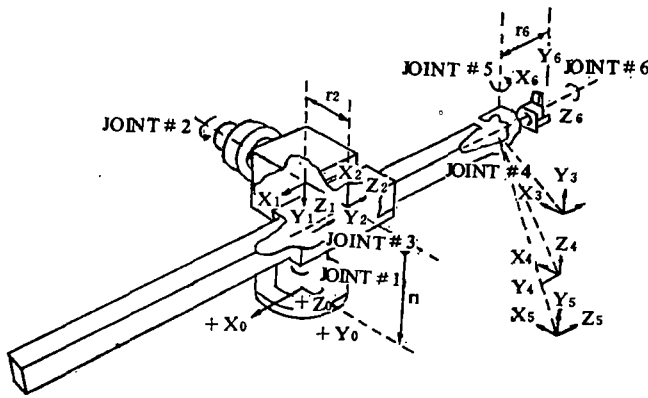


图 1 六关节机械手

括了对机械手每个关节自适应控制器的设计问题。此后，将上述提出的控制方法用于机械手控制，并给出了数字仿真结果，讨论了某些方面的实际问题。

### 机械手的牛顿模型

普通的机械手由六个关节，七个连接臂和一个手爪组成。图（1）所示的是一个“Stanford”臂，它具有五个旋转关节和一个平移关节<sup>[2]</sup>，机械手的每个关节都是由永磁电机来驱动，为了检测位置和速度，将发动机的转子连接到码盘和转速计上。

机械手的运动方程可以直接用古典（牛顿）力学来得到<sup>[1,2]</sup>。对一个具有六个自由度的机械手，其关节坐标空间中的数学模型可写为如下形式：

$$D(\theta)\ddot{\theta} = Q(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) + Fu(t) \quad (1)$$

其中， $\theta$ ， $\dot{\theta}$ ，和 $\ddot{\theta}$ 分别是表示角位置、角速度和角加速度的六维向量。 $D(\theta)$ 是一个 $(6 \times 6)$ 的对称矩阵，它包含与关节有关的加速度和惯量的影响等。 $Q(\theta, \dot{\theta})$ 是一个六维向量，包括哥氏力、向心力等。 $G(\theta)$ 是由重力引起的六维力矩向量。六维向量 $u(t)$ 是系统输入， $F$ 是一个对角（标量）矩阵。 $D(\theta)$ ， $Q(\theta, \dot{\theta})$ 和 $G(\theta)$ 中含有三角函数表达式。由于大量的数学运算，方程（1）的数字仿真是相当耗时的，并且其参数值是随工作的不同而变化的。

当最优问题（如两点边值问题）的解需要计算时，这些问题显得更加突出。

当把最优控制理论用于控制器设计时，模型（1）的简化假定由于其它关节引起的耦合项可以被忽略<sup>[4,6,8,12,13]</sup>；作用于一个关节上的这样的控制在〔8〕中称作独立关节控制。此外，模型都是线性化的。在〔6〕和〔11〕中通过在反馈控制器中引入非线性项达到线性化目的。〔4〕是关于指定的终态进行线性化的，而不是沿额定轨迹。这样的线性化可能会限制线性模型的有效性。

用于〔1〕—〔12〕控制器设计的模型是连续时间模型，如方程（1），或者是经过各种简化由（1）推导出来的。我们可以用 Euler 法对模型（1）进行离散化，然后用机械手的离散模型设计控制器。有趣的是，一个连续时间的 PID 控制在〔13〕中用差分方程得到了实现。

若模型（1）首先对额定轨迹进行合适的线性化，然后用 Euler 法进行离散化，一个多变量离散时间模型如下：

$$y(kT) = a_0 + A_1 y[(k-1)T] + A_2 y[(k-2)T] + B_1 u[(k-1)T] + B_2 u[(k-2)T] + e(kT) \quad (2)$$

其中 $A_i$ 、 $B_i$ ， $i=1, 2$ 是 $(6 \times 6)$ 矩阵， $a_0$ 是六维向量，而向量 $e(\cdot)$ 表示模型误差。实验指出，对大多数运动，为了得到一个平滑的控制，采样频率不应小于 $60\text{Hz}$  ( $T \leq 16\text{ms}$ )。由于（2）中系数矩阵中模型参数的计算是相当繁琐的，所以直接应用模型（2）是困难的。

从模型（2）出发，我们推导出了机械手运动的自回归模型，并用此模型设计控制器。这样的模型将基于量测的系统输入输出数据来确定。模型参数可基于最小二乘法获得。该方法特别适用于机械手重复工作的控制。

### 机械手运动的自回归模型

方程（2）是一机械手运动的多变量差分方程模型。该方程中的参数可以通过取其方程

误差的平方和最小, 利用递推算法在线辨识。〔15〕〔16〕给出了其综述。自适应控制器的算法可以用模型中估计到的参数求得。

假定自回归模型具有相同的输入输出, 则多变量差分方程可写作如下形式:

$$\dot{y}(k) = A(q^{-1})y(k) + B(q^{-1})u(k-d) + h + e(k) \quad (3)$$

式中省略了采样周期  $T$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ , 是瞬间取样。 $d$  是一正整数, 表示时间延迟。 $m$  维向量  $h$  表示力向量。它包括重力的影响。 $m$  维输出向量  $y$  和  $m$  维输入向量  $u$  对应第  $i$  关节的分量分别为  $y_i$  和  $u_i$ ,  $i = 1, \dots, m$ 。方程误差向量  $e(\cdot)$  是一均值为零, 方差为  $R$  的随机高斯白噪声。符号  $q^{-1}$  是一退后算子, 即  $q^{-1}y(k) = y(k-1)$ 。 $(m \times m)$  矩阵  $A$  和  $B$  由下列多项式表示:

$$A(q^{-1}) = A_1q^{-1} + \dots + A_nq^{-n} \quad (4)$$

$$B(q^{-1}) = B_0 + B_1q^{-1} + \dots + B_{n-1}q^{-n+1} \quad (5)$$

式中  $n$  是正整数, 表示模型阶数,  $B_0$  是非奇异的, 但  $\det B(q-1)$  的所有零点严格的在单位圆外边。

为了估计方程 (3) 中的参数。定义矩阵  $\theta$  和向量  $\phi$  如下:

$$\theta = [A_1, \dots, A_n; B_0, \dots, B_{n-1}; h]^T = [\theta_1, \dots, \theta_m] \quad (6)$$

式中上标表示转置, 则对  $i = 1, \dots, m$ ,

$$\theta_i = [a_{i1}^1, \dots, a_{im}^1, a_{i1}^2, \dots, a_{im}^2, \dots, b_{i1}^0, \dots, b_{im}^0, \dots, b_{i1}^{n-1}, \dots, b_{im}^{n-1}; h_i]^T \quad (7)$$

$$\phi(k-1) = [y^T(k-1), \dots, y^T(k-n); u^T(k-d), \dots, u^T(k-d-n+1); 1]^T \quad (8)$$

方程 (3) 可写成如下形式:

$$y(k) = \theta^T \phi(k-1) + e(k) \quad (9)$$

为了估计 (6) 中的参数, 需给出递推算法, 取  $\theta_i$  的误差判据如下:

$$E(\theta_i) = \frac{1}{N+1} \sum_{k=n}^{N+n} e_i^2(k) \quad (10)$$

这里  $(N+n)$  表示测量的总数,  $e_i(k)$  是  $e$  向量的第  $i$  个分量, 问题是对参数  $\theta_i$ , 使  $E(\theta_i)$  最小。

〔15〕和〔17〕给出了最小二乘解的递推公式, 其中 “ $\hat{\phantom{x}}$ ” 表示估值。

$$\hat{\theta}_i(k) = \hat{\theta}_i(k-1) + P(k)\phi(k-1) [y_i(k) - \hat{\theta}_i^T(k-1)\phi(k-1)] \quad (11)$$

$$P(k) = \frac{1}{\mu} \left[ P(k-1) - \frac{P(k-1)\phi(k-1)\phi^T(k-1)P(k-1)}{\mu + \phi^T(k-1)P(k-1)\phi(k-1)} \right] \quad (12)$$

式中  $0 < \mu \leq 1$  是遗忘因子, 跟踪缓慢变化参数时考虑历史数据的作用。 $P(\cdot)$  是一个  $(2n+1) \times (2n+1)$  的对称矩阵。

参数的估计可以用 (11), (12) 在线计算, 已获得的估值用于模型 (9), 确定反馈增益和控制量  $u(k)$ 。

### 自适应控制器 (自校正型)

该系统的性能指标选作下列形式:

$$I^k(u) = E\{\|y(k+d) - y^d(k+d)\|_Q^2 + \|u(k)\|_R^2 / \phi(k-1)\} \quad (13)$$

式中  $\|\cdot\|_R$  表示具有加权因子  $R$  的模, 即  $\|u\|_R^2 = u^T R u$ ,  $R$  是一半正定对称矩阵,  $Q$  是一个正定对称加权矩阵。 $y^d(\cdot)$  是额定轨迹的离散序列。条件数学期望的运算基于到时间  $k-1$  得到的测量, 且包括时间  $k-1$  的量测值。使  $I^k(u)$  取极小的允许控制  $u(k)$  是量测值  $y(t-T)$  ( $T \geq 1$ ) 和过去控制量的函数。

现在的问题是对于允许控制使性能指标 (13) 最小, 且满足下列方程:

$$y(k) = \hat{\theta}^T(k)\phi(k-1) + e(k) \quad (14)$$

我们可以用下述方式解决该问题, 基于时间  $k-1$  得到的信息, 求得预报值  $y(k+d)$ , 并把其代入方程 (13), 取  $u(k)$  使  $I^k(u)$  极

小。使方程 (13) 极小的控制可由下列方程确定<sup>[15,16]</sup>：

$$Rv(k) + B_0^T Q [\hat{y}(k+d|k-1) - y^d \cdot (k+d)] = 0 \quad (15)$$

式中  $\hat{y}(k+d|k-1)$  表示基于到时间  $(k-1)$  及其以前的量测值和控制量的  $y(k+d)$  的最优预报值。 $r$  步预报值可以用从方程 (14) 得到的预报方程进行递推计算,  $r=0, 1, \dots, d$ ：

$$\hat{y}(k+r|k-1) = \hat{\theta}^T(k-1) \hat{\phi}(k-1+r|k-1) \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \hat{\phi}(k-1+r|k-1) &= [\hat{y}(k-1+r|k-1), \dots, \hat{y}(k|k-1), \\ & y(k-1), \dots, y(k+r-n); \\ & u(k-d+r), \dots, u(k-d-n+1+r); 1] \end{aligned} \quad (17)$$

该自适应控制算法包括 (11), (12) 的参数估算法和 (14) — (17) 的控制器增益计算法。具有控制器的机械手系统框图示于图(2)。下面将讨论两种情况来说明控制方案的适用性。

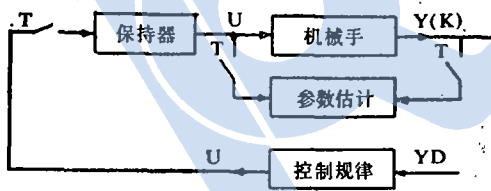


图 2 机械手自适应控制器框图

第一种情况

分散关节控制 (SISO)：该问题是为了使每个关节的角运动跟踪一个由离散点规定的标定轨迹, 对每一个关节都设计一个自适应控制器。假定关节间的相互作用非常小, 可以忽略机械手自回归模型中的耦合项, 每个关节皆可进行独立控制。

我们将对每个关节控制器的设计采用显式方法来解决这个问题。在这种情况下, 控制算

法的方程比前节一般情况下的方程要简单得多。

置  $m=1$ , 从方程 (3) — (7) 可得到关节  $i$  的单输入单输出自回归模型：

$$y_i(k) = \sum_{j=1}^n [a_{i,1}^j y_i(k-j) + b_{i,1}^{j-1} u_i(k-d-j+1)] + h_i + e_i(k) \quad (18)$$

方程 (18) 可写得更紧凑一些：

$$y_i(k) = \theta_i^T \phi_i(k-1) + e_i(k) \quad (19)$$

其中

$$\theta_i = [a_{i,1}^1, \dots, a_{i,1}^n; b_{i,1}^0, \dots, b_{i,1}^{n-1}; h_i]_T \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \phi_i(k-1) &= [y_i(k-1), \dots, y_i(k-n); \\ & u_i(k-d), \dots, u_i(k-d-n+1); 1]^T \end{aligned} \quad (21)$$

基于方程 (11), (12), 可以计算第  $i$  个关节模型参数的最小二乘估值  $\hat{\theta}_i$ , 然后, 用具有估值的方程 (14) 设计自适应控制器。对每一个关节  $i$ , 允许控制量使具有形式 (13) 的性能指标  $I_i^*(u)$  最小, 而方程 (15) 则是控制算法的基础。下面将用一个数字例子来说明这种方法。

数字例子 1：(1) 中的非线性耦合差分方程组用作机械手的仿真模型。这些方程中的参数值如 JPL 臂<sup>[2]</sup>。机械手手爪沿轨迹运动的最大速度为 98 英寸/秒。量测值用方程 (1) 由数字仿真产生, 积分间隔为 0.0025 秒。这些值是具有零均值和方差为  $\sigma^2$  的高斯噪声过程采样值的叠加。在这例子中, 对于旋转  $\sigma$  取作 0.005 弧度, 对移动  $\sigma$  则取作 0.05 英寸。

设计自适应控制器, 使均方误差的均值和适当加权的控制能量最小, 误差是运动的实际值与额定值之差。然后, 对控制器进行了数字仿真。

对于这个系统, 输入是作用于关节马达的电压  $u_i$ , 输出则是关节的速度  $v_i$ 。在仿真研究的基础上, 自回归模型选作  $n=2, d=1$ ,

$a_i^1 = 0$ ，即，

$$v_i(k) = a_i^2 v_i(k-2) + b_i^0 u_i(k-1) + b_i^1 u_i(k-2) + h_i + e_i(k) \quad (22)$$

式中参数  $\theta_i = [a_i^2, b_i^0, b_i^1, h_i]^T$  将被确定，性能指标选取如下：

$$I_i^1(u_i) = E\{[v_i(k+1) - v_i^d(k+1)]^2 + \epsilon_i [u_i(k)]^2 / \phi_i(k-1)\} \quad (23)$$

式中  $E\{\cdot / \phi_i(k-1)\}$  表示给定量测  $\phi_i(k-1)$  的数学期望。额定轨迹在离散点由  $v_i^d(k+1) = v_i^d(k) + c_i [y_i^d(k-1) - y_i(k-1)] / T$  确定，这里  $v_i^d(k+1)$  是在第  $(k+1)$  步的额定速度。具有常数  $c_i$  的最后一项，表示在采样间隔  $k-1$  校正位置  $y_i(\cdot)$  的误差。

为了使性能指标 (23) 最小，控制  $u_i(k)$  选作如下形式：

$$u_i(k) = \frac{b_i^0}{(\hat{b}_i^0)^2 + \epsilon_i} [v_i^d(k+1) - \hat{a}_i^2 v_i(k-1) - \hat{b}_i^1 u_i(k-1) - \hat{h}_i] \quad (24)$$

在 (24) 的基础上，可得到控制算法。

上述控制器用数字仿真进行了检验。由离散点确定的额定轨迹选作 1) 直角坐标中的一条直线，2) 直角坐标中的一个圆。控制算法在 CDC6500 机上实现。由于 D/A 转换，遇到  $|u_i(k)| \leq 40V$  的限制。常数  $c_i$  选作 0.5。置加权因子  $\epsilon_i$  等于  $[b_i^0(k-1)]^2$ ，它随时间而变化。在控制  $u_i(k)$  和误差  $[v_i(k+1) - v_i^d(k+1)]$  之间，它提供了相关加权。(12) 式中的遗忘因子  $\mu$  对每个关节取作 0.95。参数的初值取作  $\hat{a}_i^2 = 1, \hat{b}_i^0 = \hat{b}_i^1 = 0, \hat{h}_i = 0$  和  $P_i(0) = 10^4 I$ 。用方程 (11) 和 (12) 估计参数的值，用方程 (24) 计算控制规律。

1) 额定轨迹为一条直线：任务是在 0.6 秒内，机械手端点从点 P1 到达 P2。手爪在直角坐标中的轨迹是一条直线。速度轨迹是一等腰三角形。从零速度开始匀加速运动，在 0.33 秒达到最大速度，然后匀减速运动，在端点

P2 使速度为零。P1 和 P2 的数字值分别选作： $P1 = (42.5, 2.4, 23.2)$  和  $P2 = (-12.3, -10.5, 20.0)$ ，其单位为英吋，机械手末端的旋转是  $84^\circ$ 。

具有自校型自适应控制器的系统仿真结果如图 3 (a), (b) 所示，这是在关节坐标空间中。

2) 额定轨迹是一个圆：手爪的第二个任务是沿一个圆，以指定的角速度运动。圆心为  $(-30, 8.5, 20)$  英吋，直径为 25 英吋。圆位于直角坐标中  $x = -30$  英吋的平面上。手爪在点  $(-30, 8.5, 32.5)$  英吋由静止开始运动，在 0.8 秒周期内旋转  $90^\circ$ 。

在上述两种情况下，可看到控制器的适应性，特别是在机械手的高速情况下更是如此。最初，系统的响应有所震荡，然后逐渐稳定下

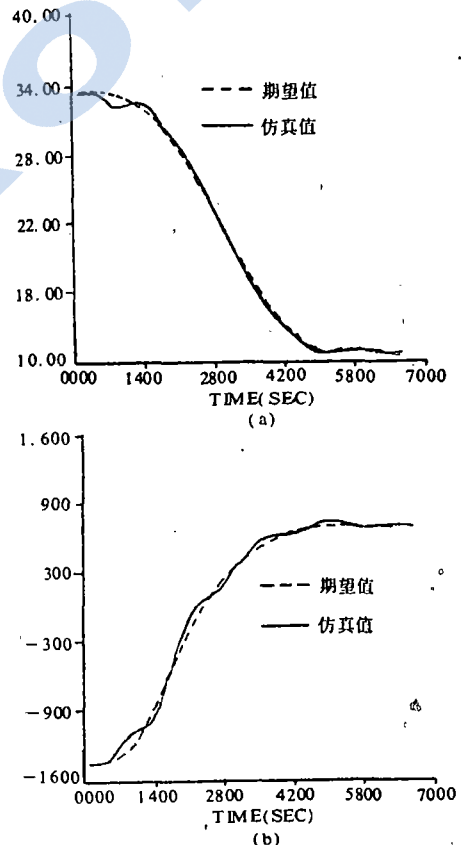


图 3 (a) 关节 3 在关节坐标中的轨迹 (b) 关节 4 在关节坐标中的轨迹

来。并且,由曲线可看到这个系统是怎样用在线调整方法沿着一定的轨迹记忆参数值的。机械手具有不同的负载(0-4lb)沿着与上相同的轨迹运动时,仿真表明系统具有类似的响应。

仿真结果表明,即使在高速情况下,分散关节的控制效果也是较好的。该方法的主要特点是简单,另外控制器可以用微型机或小型机实现。

### 第二种情况

**相互影响关节的自适应控制器(MIMO):** 这里的任务是为机械手的关节确定一自适应控制方法,以便使机械手的关节运动尽可能近地跟踪一额定轨迹。跟踪的额定轨迹用6维向量 $v^d(k)$ 的离散点表示,其中的元素用例1所示的方法确定。

该问题用(3)所示的多变量自回归模型解决。为了限制多变量模型的复杂性,根据机械结构,可把模型变量分为两组,前三个关节主要与位置运动有关,而后三个关节则主要代表机械手的方位。忽略掉这两组变量中的耦合项。这样每组变量中都包括了相互影响的项。因此(4)中 $A_j$ 可写作:

$$A_j = \begin{bmatrix} A_{j1} & 0 \\ 0 & A_{j2} \end{bmatrix} \quad (25)$$

式中 $j=1, \dots, n$ ,  $A_{j1}$ 和 $A_{j2}$ 都是 $3 \times 3$ 矩阵,具有9个未知数的待估量。例如:若输出是速度 $v(\cdot)$ ,则被分解后的向量为 $v(k)=[v_1(k), v_2(k), v_3(k), v_4(k), v_5(k), v_6(k))]^T$ 。为了避免冗余性<sup>[17]</sup>,矩阵 $B_j$ 可选作对角阵。

在仿真研究的基础上,自回归模型选作 $n=2, d=1$ ,假设模型具有如下形式:

$$v(k) = A_2 v(k-2) + B_0 u(k-1) + B_1 u(k-2) + h + e(k) \quad (26)$$

这里常向量 $h=[h_1, h_2, \dots, h_6]^T$ ,表示重力; $u(k-1)=[u_1(k-1), u_2(k-1), \dots, u_6(k-1)]^T$ 表示施加于关节马达上的电压。 $e(k)=[e_1(k), e_2(k), \dots, e_6(k)]^T$ 是误差向量,而 $e_i(k), i=$

$1, \dots, 6$ ,表示零均值的高斯白噪声,对 $m \geq 1$ ,它与 $v(k-m)$ 和 $u(k-m)$ 不相关;与 $e_j(k)$ 也不相关, $j \neq i$ 。矩阵 $A_2, B_0, B_1$ 与(25)中的相同。为了简化计算,矩阵 $A_1$ 取作零阵。

方程(26)可写作(9)的形式,其中 $\theta$ 和 $\phi(k-1)$ 定义如下:

$$\theta = \begin{bmatrix} A_{21} & 0 & b_{11}^0 & 0 & b_{11}^1 & 0 & h_1 \\ 0 & A_{22} & 0 & b_{22}^0 & 0 & b_{22}^1 & h_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_6 \end{bmatrix}^T \quad (27)$$

$$\phi(k-1) = [v_1(k-2), \dots, v_6(k-2); u_1(k-1), \dots, u_6(k-1); u_1(k-2), \dots, u_6(k-2); 1]^T \quad (28)$$

$\theta$ 的维数为 $(19 \times 6)$ ,有36个参数需要估计。

性能指标取作下列形式:

$$I^k(u) = E\{\|v(k+1) - v^{d*}(k+1)\|_Q^2 + \|u(k)\|_R / \phi(k-1)\} \quad (29)$$

式中 $v^{d*}(k+1)=[v_1^{d*}(k+1), \dots, v_6^{d*}(k+1)]^T$ 和每一个 $v_i^{d*}$ 的计算方法如例1; $R$ 选作等于 $\|\hat{B}_0\|^2$ ,它是对角阵, $Q=I$ 。

通过使(29)最小,控制算法为:

$$u^*(k) = [\hat{B}_0^2 + R]^{-1} \hat{B}_0 [v^{d*}(k+1) - \hat{A}_2 v(k-1) - \hat{B}_1 u(k-1) - \hat{h}] \quad (30)$$

可以利用方程(11)(12)在线估计参数 $\hat{\theta}$ 和用(30)在线计算控制量。

(数字例子2略,可参见原文)。

(参考文献略)

鲁齐红 译自<<IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL>> Vol. AC-28, No. 2, 1983  
曲道奎 校