计算机视觉中不确定性的处理

李　凡　高雅卿

（华中理工大学计算机系，武汉）

摘要　在计算机视觉系统中，不确定性可能出现在不同的层次。它可能出现在低层——原始传感器输入，并可以扩展到中层和高层。一个高性能的计算机视觉系统，应能恰当地处理这些不确定性。本文用实例分析了利用模糊集处理不确定性的各种方法，给出了运算结果，并对各种方法进行了比较。最后，我们给出了模糊分割的形式定义。

1　引言

计算机视觉是专家系统领域内最困难的问题之一。可见的和不可见的信息作为系统的输入，而系统的输出是传感器前真实景物有意义的三维解释。由于传感器输入的不精确性和不确定性，解释的质量可能受到影响；而且，在一个完全未知的环境中，一个潜在解的搜索空间可能非常大；再加上一个灵活系统知识表示的多样性等等，所有这些问题的性质决定了系统的结构形式。为了处理这些不确定性，可以通过对问题域中图表示的结点分配概率来进行模拟，但由于这种方法和我们已有的属性概念不一致，并且在推理搜索的过程中可能引起组合爆炸，所以概率方法可能会产生一些问题。还可以采用纯粹的基于边界分割的输入信息，但在图形中有噪声时这种方法的效果也很差。任何一个高性能的计算机视觉系统在决策过程中都必须包含和处理这些不确定性和不精确性。目前，大量的计算机视觉系统和模式识别系统使用了模糊集理论。利用Zadeh的模糊集理论来处理输入信息中的不确定性，主要地是利用输入图象或时变输入图象中的单个象素对各聚类的模糊隶属度来表示这些不确定性。这些聚类由一种迭代分割技术产生，这些聚类位于图象的色彩空间中，色彩空间中的聚类是由Bezdek推广了的模糊C-算法产生的。模糊C-算法允许建立处理中的不确定性模型，而且不会象硬分割那样导致偏差。本文主要讨论图象分割阶段对不确定性的各种处理方法，给出了运算结果，并对各种方法进行了比较。最后，为了便于对模糊分割进行一般化的分析，我们引入模糊分割的形式定义。

2　一般的分割技术

在计算机视觉系统中，最基本的是分割技术，所以在图形分割阶段，对不确定性处理的好坏将直接关系到整个系统的性能。目前，已有多种分割技术，最通用的有如下几种方法：

2.1　度量空间控制的空间聚类

这种方法使用度量空间的聚类过程来定义度量空间中的分割，每个象素被指定一个度量空间的相应单元的标号，图象分割定义为具有相同标号的象素的连通分量。

2.2　区域生长

2.2.1　单链区域生长

这种方法是把每个象素作为图上的一个结点，性质相似的象素用一个弧连接，图象分割是所有具有相同连通分量象素的最大集。

2.2.2　混合链区域生长

这种技术对每个象素指定一个性质向量，性质向量依赖于象素的$k\times k$邻域。象素之所以相似是因为它的邻域在某种特殊意义下是相似的，由于相似是作为邻域象素值的函数出现的，所以此技术适合于处理有噪声的数据。

2.2.3　中心链区域生长

这种方法是按某种方式如自上而下、自左而右地扫描图象，象素值同一个已建立起来的子区域的均值进行比较，如果足够接近则象素加到此子区域中，并重新计算均值。

收到本文的时间是1987年5月15日。

2.3　空间聚类

这是一种在度量空间中，利用聚类和空间区域增长相结合的方法来确定分割的技术。实质上，这种方法是把在直方图中所采用的技术与区域生长或空间链技术结合在一起的方法。

2.4　分裂与合并

分裂方法是把整个图象作为初始分割，逐次分裂，直到得到的分割是类似的为止。合并方法恰好与此相反。

3　模糊C-算法

在彩色图形中，象素间的相似性可以局部或全部地被检验。由于彩色图象有多种光谱，所以必须设计一个有效的方法来表示这些相似象素。对目标函数的优化可以给出图形颜色特性的恰当描述，这个目标函数定义为：

$$J_m(U,V)=\sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{c}(\mu_{ik})^m(d_{ik})^2 \qquad (1)$$

其中，c为聚类中心个数，m为权指数，d_{ik}为任意标准量度的范数度量，n为数据个数，μ_{ik}为象素k在聚类中心i中的模糊隶属度。聚类集的元素V是一个色彩空间中的向量，这就表示了一个图象的全局颜色性质。和硬聚类不同，模糊隶属度的值在〔0,1〕之间。指数m用来改变聚类的性质，m从1（绝对的"硬"聚类）逐渐增大时，聚类模糊性也随之增强。

模糊C-算法的目标是产生U和V，使目标函数J_m（U,V）最小。这可以利用下面给出的算法来实现。

a．确定聚类数目c，$2\leqslant c<n$，其中n是数据个数；

b．确定m，$1\leqslant m<\infty$，选择任意范数度量的内积‖ * ‖；

c．给模糊C-分割置初值$U^{(0)}$；

d．令步骤$b=0,1,2,\cdots$；

e．计算在$U^{(b)}$下的c个聚类中心$\{\nu^{i(b)}\}$，聚类i的聚类中心

$$\nu_i=\frac{\sum_{k=1}^{n}(\mu_{ik})^m x_K}{\sum_{k=1}^{n}(\mu_{ik})^m}$$

f．更新$U^{(b)}$，计算$U^{(b+1)}$中的隶属关系：

• 计算I_k和T_k：

$I_k=\{i|1\leqslant i\leqslant c,\ d_{ik}=\|x_k-\nu_i\|=0\}$

$T_k=\{1,2,\cdots,c\}-I_k$

• 对数据项K计算新的隶属值：如果$I_k=\phi$，则

$$\mu_{ik}=\frac{1}{\left[\sum_{j=1}^{c}\left(\frac{d_{ik}}{d_{jk}}\right)^{2/(m-1)}\right]} \qquad (2)$$

否则，$\mu_{ik}=0$，$\forall i\in T_k$；且$\sum_{i\in I_k}\mu_{ik}=1$。

g．利用一个方便的矩阵范数比较$U^{(b)}$和$U^{(b+1)}$，如果$\|U^{(b)}-U^{(b+1)}\|\leqslant\varepsilon_L$，则停止；否则置$b=b+1$，返回步骤e。注意：$U^{(0)}$为初始分割。

初始分割$U^{(0)}$可以任意指定，它对收敛过程得到的诸隶属度影响不大。数据x_k是输入色彩向量，模糊隶属度μ_{ik}可以用来建立象素的一个低层表示，象素构成图象，而图象包括了输入的全部信息。由于m的引入，系统的低层处理具有很大的灵活性。实际上，m改变了聚类的性质，m取不同的值，聚类空间中的模糊程度就不同，多个模糊程度不同的结果可用在高层决策的证据组合技术中。

事实上，C-算法必须加以修正才能运用于实际的图象分割中，由于可用的多维数据太多，实际应用中必须想法限制数据个数n的大小。其一是采用抽样技术，利用样本集来代替图象，其二是对图象的各局部区域分别进行分割。由于未知图象的c是不知道的，所以应有一方法来确定c，这个问题是聚类方法是否有

效的关键。然而，迄今还没有一般的解决办法。Huntsberger等人对这个问题的处理是固定c的值为4，分别计算每一个象素对四个聚类的隶属度，把值大于某个预先定义的阈值的那些象素归到相应的聚类空间。这样获得的所有象素再输入到算法中，算法重复执行，直到所有的象素或预先指定数目的象素都被分配到迭代中获得相应的聚类。

对不同图象的实验表明，选择2400个象素作样本较为合适，Huntsberger 等人对直到九类的算法进行了实验研究，得到了这个数字（$c=4$），实验表明4类是最少的，如果小于4，算法的质量往往很低[3]。

下面，我们给出利用模糊C-算法对四维样本空间中的17个样本进行分类的结果，并对结果进行分析。这里c取4，d_{ik}取欧氏距离，m取3，ε_L取0.06。

$$\|U^{(b+1)}-U^{(b)}\| = |J_m^{(b+1)}(U,V)-J_m^{(b)}(U,V)|$$

由运算结果可以看出，算法迭代了13次。17个样本对四个聚类中心有不同的隶属度，说明这17个样本不同程度地属于这四个聚类中心，既

表1 17个样本

X_1:	1.0	1.0	1.0	1.0
X_2:	7.0	7.0	7.0	7.0
X_3:	-4.0	-4.0	-4.1	-4.2
X_4:	7.1	7.0	7.1	7.0
X_5:	1.0	2.1	3.2	-0.9
X_6:	-1.1	4.2	2.0	1.0
X_7:	-4.2	-4.7	-4.9	-4.1
X_8:	10.0	10.0	10.0	-10.0
X_9:	7.3	7.4	7.5	7.1
X_{10}:	10.0	-10.0	-10.0	-10.0
X_{11}:	-7.3	-7.4	-10.0	-3.0
X_{12}:	9.0	10.0	-7.0	-8.0
X_{13}:	-4.0	10.0	7.1	1.0
X_{14}:	8.0	10.0	-9.0	-8.0
X_{15}:	3.0	3.0	4.0	-5.0
X_{16}:	2.0	2.0	7.5	7.1
X_{17}:	9.0	10.0	1.2	-8.0

没有绝对"属于"，也没有绝对"不属于"，也就是说软分割较之硬分割更能反映样本的实际分布情况，更接近于人类的实际认识情况。

4 半模糊方法

虽然模糊性是一个非常重要的概念，但在

表2 模糊C-算法的运行结果

V_1:	0.9	2.9	3.0	-0.7
V_2:	-4.2	-4.4	-4.8	-4.0
V_3:	8.8	8.9	-7.7	-8.4
V_4:	6.8	7.0	7.1	6.7
	V_1	V_2	V_3	V_4
X_1	0.57	0.17	0.11	0.16
X_2	0.03	0.01	0.02	0.94
X_3	0.07	0.86	0.04	0.04
X_4	0.03	0.02	0.02	0.94
X_5	0.84	0.06	0.04	0.06
X_6	0.59	0.15	0.10	0.16
X_7	0.02	0.95	0.01	0.01
X_8	0.29	0.18	0.26	0.27
X_9	0.06	0.03	0.03	0.88
X_{10}	0.11	0.10	0.70	0.09
X_{11}	0.19	0.53	0.15	0.13
X_{12}	0.04	0.04	0.88	0.04
X_{13}	0.37	0.18	0.16	0.28
X_{14}	0.07	0.06	0.81	0.06
X_{15}	0.49	0.18	0.16	0.18
X_{16}	0.32	0.15	0.12	0.14
X_{17}	0.26	0.16	0.38	0.21
INPUT SELECT Recurrence times: 13				

有些问题中，用"完全模糊性"来描述事物并不一定是最合适的。Selim等人提出了半模糊性的概念。可以通过下面的方法引进这一概念。

4.1 把模糊性限制在一定数量的聚类集

在某些实际问题中，可能要求把模式的隶属关系限制在某些聚类中。简言之，每个模式最多属于TN个聚类，这里$TN<c$。

令$T=\{i \mid i=1,2,\cdots,c\}$，定义$\overline{S}$为所有包含$c$-$TN$个元素的$T$的子集的集合，$\overline{S}$中共有$\binom{c}{TN}$个元素，$\Omega=\{1,2,\cdots,\binom{c}{TN}\}$。

定义S_h为$\overline{S}$中的一个元素，$h\in\Omega$，那么

$$s_h=\{i_{h,r}\in T,\ r=1,2,\cdots,c\text{-}TN$$

至此，这一模型可描述如下：

令 $f=(V,\mu,x)=\sum_{j=1}^{c}\sum_{i=1}^{n}(\mu_{ij})^m\|x_i-V_j\|^2$；在条件 $\mu_{ij}\geqslant 0$，$1\leqslant i\leqslant n$，$1\leqslant j\leqslant TN$，有

$$\sum_{j=1}^{c}\mu_{ij}=1,\quad 1\leqslant i\leqslant n \tag{3}$$

$$\bigvee_{h\in\Omega}\{\sum_{j\in s_h}\mu_{ij}=0\},1\leqslant i\leqslant n \quad (4)$$

的情况下，求上述函数f (V,μ,x)的最小值。其中，“V”表示“或”，即对所有$h\in\Omega$，至少有一个$\sum_{j\in s_h}\mu_{ij}=0$，如果每个模式均为为最多属于$TN$个聚类，则至少有$c$-$TN$个隶属度为零。其中$c$-$TN$为$S_h$中元素个数，条件(3)说明至少有一个隶属度不为零，条件（4）说明最多有TN个隶属度不等于零。

对模糊C算法作如下修正即可得到半模糊分割算法（把模糊性限制在一定数量的聚类集）。

具体方法是：执行完步骤d后，对每一个k $(k=1,2\cdots,n)$，在μ_{ik} $(i=1,2,\cdots,c)$中

表3　限制模糊性聚类方法的运行结果

V_1:	0.9	2.9	3.0	-0.7
V_2:	-4.4	-4.6	-5.0	-4.0
V_3:	8.9	10.0	-7.8	-8.4
V_4:	6.9	7.0	7.2	6.7
	V_1	V_2	V_3	V_4
X_1	0.57	0.17	0.00	0.16
X_2	0.03	0.00	0.01	0.94
X_3	0.08	0.83	0.05	0.00
X_4	0.03	0.00	0.01	0.94
X_5	0.83	0.06	0.00	0.06
X_6	0.60	0.14	0.00	0.16
X_7	0.02	0.96	0.01	0.00
X_8	0.29	0.00	0.26	0.27
X_9	0.06	0.00	0.03	0.89
X_{10}	0.10	0.09	0.72	0.00
X_{11}	0.19	0.54	0.14	0.00
X_{12}	0.05	0.04	0.87	0.00
X_{13}	0.37	0.18	0.00	0.28
X_{14}	0.07	0.06	0.81	0.00
X_{15}	0.49	0.17	0.00	0.18
X_{16}	0.32	0.15	0.00	0.41
X_{17}	0.26	0.00	0.37	0.21

INPUT　SELECT　Recurrence　times:11

取c-TN个最小的，令其为零。然后再执行步骤e。我们仍取与上节模糊C算法中同样的样本及算法参数，且取$TN=3$，即得到如表3所示的运行结果。

从运行结果可以看出：算法迭代了11次，四个聚类中心基本未变化，且各个隶属度的值仅有微小的变化，特别地，很小的隶属度被忽略了。人们观察周围景物的精确程度是有限的，极细微的差别往往被忽略，半模糊算法正是为适应这一要求而设计的，从而提高了运算速度，使结果更趋于合理。从实验结果可见，以迭代次数计，这一修正使模糊C算法提高运算速度大约15%。

4.2　基于距离阈值的软聚类

一个模式距离聚类中心越远，它属于此类的程度也就越低。基于此，我们可得到下述模型，即用TD代表模式i与聚类中心距离的阈值。当距离大于此阈值时，μ_{ij}就为零。这个模型可描述如下：

$$\text{令}f(V,\mu,x)=\sum_{j=1}^{c}\sum_{i=1}^{n}(\mu_{ij})^m\|x_i-V_j\|^2,\text{在条件}$$

$$\mu_{ij}\geqslant 0,\quad 1\leqslant i\leqslant n,\ 1\leqslant j\leqslant c$$

$$\sum_{j=1}^{c}\mu_{ij}=1 \qquad 1\leqslant i\leqslant n$$

如果$\|x_i-V_j\|>TD$，则$\mu_{ij}=0$,其中$1\leqslant i\leqslant n$，$1\leqslant j\leqslant c$的情况下，求上述函数f (V,μ,x)的最小值。

表4　基于距离阈值软聚类方法的运行结果

V_1:	0.9	2.9	3.0	-0.7
V_2:	-4.4	-4.6	-5.0	-4.0
V_3:	8.9	10.0	-7.8	-8.4
V_4:	6.9	7.0	7.2	6.7
	V_1	V_2	V_3	V_4
X_1	0.57	0.17	0.11	0.16
X_2	0.03	0.00	0.00	0.94
X_3	0.08	0.83	0.05	0.00
X_4	0.03	0.00	0.00	0.94
X_5	0.84	0.06	0.04	0.06
X_6	0.59	0.14	0.10	0.16
X_7	0.02	0.96	0.00	0.00
X_8	0.29	0.00	0.26	0.27
X_9	0.06	0.00	0.00	0.89
X_{10}	0.11	0.00	0.72	0.00
X_{11}	0.19	0.54	0.00	0.00
X_{12}	0.05	0.00	0.87	0.00
X_{13}	0.37	0.18	0.00	0.28
X_{14}	0.07	0.06	0.81	0.00
X_{15}	0.49	0.17	0.16	0.18
X_{16}	0.32	0.15	0.00	0.41
X_{17}	0.26	0.00	0.37	0.21

INPUT　SELECT　Recurrence　times:10

同样，对模糊C算法作如下修正，即可得到基于距离阈值的软聚类半模糊算法。执行完

步骤d后执行：如果$d_{ik}>TD$，那么$\mu_{ik}\leftarrow 0$；其中$i=1,2,\cdots,c$，$k=1,2,\cdots,n$。然后执行步骤e。若取$TD=20$，则算法运算结果如表4所示。

由运行结果可以看出，算法迭代了10次，四个聚类中心基本未变，各隶属度也仅有微小变化，很小的隶属度同样被忽略了。以迭代次数计，这一修正使模糊C算法提高运算速度约23%。

4.3 基于权的阈值的软聚类

令TW表示隶属值矩阵$\{\mu_{ij}\}$的元素的一个阈值，小于此阈值的隶属函数值为零。TW可作为聚类数目的一个函数预先由用户给定，也可以用其它定义。这个模型可描述如下：

令 $f(V,\mu,x)\sum_{j=1}^{c}\sum_{i=1}^{n}(\mu_{ij})^m\|x_i-V_j\|^2$，在条件

$$\mu_{ij}\geqslant 0,\quad 1\leqslant i\leqslant n,\ 1\leqslant j\leqslant c$$

$$\sum_{j=1}^{c}\mu_{ij}=1\quad ,1\leqslant i\leqslant n$$

如果 $\|x_i-v_j\|>TD$则

$$\mu_{ij}=0(1\leqslant i\leqslant n,\ 1\leqslant j\leqslant c)$$

表5 基于权阈值软聚类方法的运行结果

V1:	0.9	2.9	3.0	-0.7
V2:	-4.3	-4.4	-4.8	-4.0
V3:	8.8	9.9	-7.7	-8.4
V4:	6.8	7.0	7.1	6.7
	V1	V2	V3	V4
X1	0.57	0.17	0.11	0.16
X2	0.00	0.00	0.00	0.94
X3	0.00	0.86	0.00	0.00
X4	0.00	0.00	0.00	0.94
X5	0.84	0.00	0.00	0.00
X6	0.59	0.15	0.10	0.16
X7	0.00	0.95	0.00	0.00
X8	0.29	0.18	0.26	0.27
X9	0.00	0.00	0.00	0.88
X10	0.11	0.00	0.70	0.00
X11	0.19	0.53	0.15	0.13
X12	0.00	0.00	0.88	0.00
X13	0.37	0.18	0.16	0.28
X14	0.00	0.00	0.81	0.00
X15	0.49	0.17	0.16	0.18
X16	0.32	0.15	0.12	0.41
X17	0.26	0.16	0.38	0.21

INPUT SELECT Recurrence times,9

的情况下，求上述函数$f(V,\mu,x)$的最小值。

基于权的阈值的软聚类半模糊算法可按如下方式得到，即在步骤d和步骤e之间执行：

如果$\mu_{ik}<TW$，则$\mu_{ik}\leftarrow 0$

若取$TW=0.1$，则算法运算结果如表5所示。

由运算结果可以看到，算法迭代了9次。同样，四个聚类中心基本未变，模糊隶属度也只有微小变化。这一修正使模糊C算法提高速度约31%。

值得指出的是，对于较大的隶属度，四个算法基本上是相同的，这是半模糊算法合理性的一个反映，因为三种半模糊算法只不过是以不同的原则忽略掉了较小的隶属度而已。

5 模糊分割的形式定义

直观地说，分割就是将一幅图片分解为具有某种一致性的区域。为了使对分割的分析一般化，Pavilidis引入了一致性谓词的概念。这里，为了表示分割中的不确定，我们定义了模糊一致性谓词。

定义1 设X为一幅图片取样点的格子，即数对的集合$\{(i,j)\}$，$i=1,2,\cdots,N$，$j=1,2,\cdots,M$。

设$\underset{\sim}{Y}$是X上的模糊子集，那么模糊一致性谓词$\underset{\sim}{P}(\underset{\sim}{Y})$对$\underset{\sim}{Y}$取值的大小决定于$\underset{\sim}{Y}$点的亮度矩阵$f(i,j)$的性质以及$(i,j)$对$\underset{\sim}{Y}$的隶属度。模糊一致谓词$\underset{\sim}{P}$的值域是区间$[0,1]$。此外，$\underset{\sim}{P}$还有如下性质，如果模糊子集$\underset{\sim}{Z}$包含于模糊子集$\underset{\sim}{Y}$，那么，$\underset{\sim}{P}(\underset{\sim}{Z})\geqslant\underset{\sim}{P}(\underset{\sim}{Y})$。

注意：上述定义中，如果模糊子集$\underset{\sim}{Y}$中仅有一个元素$x\in X$，使得$\mu_{\underset{\sim}{Y}}(x)\neq 0$，或$\forall x\in X$，有$\mu_{\underset{\sim}{Y}}(x)=0$，则$\underset{\sim}{P}(\underset{\sim}{Y})=1$，即$\underset{\sim}{P}(\phi)=1$。

在上述定义中，当$\mu_{\underset{\sim}{Y}}(x)$的值域为$\{0,1\}$时，$\underset{\sim}{Y}$蜕化为普通子集$Y$，模糊一致谓词$\underset{\sim}{P}$的值仅取决于$Y$点的亮点矩阵$f(i,j)$的性质，这就是普通分割意义下的模糊一致性谓词。进一步，如果$\underset{\sim}{P}$的值域也为$\{0,1\}$，则$\underset{\sim}{P}$就蜕化

为普通谓词，即仅有真、假两值可言，这就是Pavilidis给出的一致性谓词的定义。

定义2　格子X上关于模糊一致性谓词$\underset{\sim}{P}$的模糊分割是把X分为非ϕ的模糊子集$\underset{\sim}{X_1}$，$\underset{\sim}{X_2}$，…，$\underset{\sim}{X_n}$，以使得

a。$\bigcup\limits_{i=1}^{n}\underset{\sim}{X_i}$的支撑集$=X$。

b。X_i是模糊d-连通的或模糊连通的，$1\leqslant i\leqslant n$。

c。在每个$\underset{\sim}{X_i}$上，模糊一致性谓词$\underset{\sim}{P}(\underset{\sim}{X_i})$取值均大于某个阈值$\varepsilon$。

d。在任意个这样的模糊子集$\underset{\sim}{X_i}$的并集上，模糊一致性谓词$\underset{\sim}{P}$取值均小于ε。

在上述定义中，模糊d-连通和模糊连通定义如下。

定义3　离散格子X上的模糊点集$\underset{\sim}{F}$称为模糊d-连通的，如果对任意$x,y\in X$，有

$$\mu_{\underset{\sim}{c}}(x,y)=\frac{u_{\underset{\sim}{R}}(x,y)}{\mu_{\underset{\sim}{F}}(x)+\mu_{\underset{\sim}{F}}(y)}>\varepsilon_1$$

其中，$\mu_{\underset{\sim}{R}}(x,y)$是$(x,y)$具有模糊关系$\underset{\sim}{R}$的程度，$\mu_{\underset{\sim}{F}}(x)$，$\mu_{F}(y)$分别是$x$，$y$对$\underset{\sim}{F}$的隶属度。$\mu_{\underset{\sim}{c}}(x,y)$叫做$x,y$的连通程度。

定义4　离散格子X上的模糊点集$\underset{\sim}{F}$称为模糊连通的，如果对所有$x,y\in X$，有

$$\mu_{\underset{\sim}{c1}}(x,{}_1e_1)=\frac{u_{\underset{\sim}{R}}(x_1,e_1)}{\mu_{\underset{\sim}{F}}(x_1)+\mu_{\underset{\sim}{F}}(e_1)},$$

$$\mu_{\underset{\sim}{c2}}(e_1,e_2)=\frac{\mu_{\underset{\sim}{R}}(e_1,e_2)}{\mu_{\underset{\sim}{F}}(e_1)+\mu_{\underset{\sim}{F}}(e_2)},\quad\cdots,$$

$$\mu_{\underset{\sim}{ck}},(e_k,y)=\frac{\mu_{\underset{\sim}{R}}(e_k,y)}{\mu_{\underset{\sim}{F}}(e_k)+\mu_{\underset{\sim}{F}}(y)}$$均大于某个阈值ε_2。其中，$\mu_{\underset{\sim}{ci}}$，$\mu_{\underset{\sim}{R}}$，$\mu_{\underset{\sim}{F}}$的定义与定义3中的相类似。

如果$\mu_{Xi}(x)$的值域为$\{0,1\}$，$i=1,2,\cdots,n$。则X_i蜕化为X的普通子集；如果b中的模糊d-连通和模糊连通为普通连通，则上述形式定义即为关于模糊一致性谓词$\underset{\sim}{P}$的普通分割的定义，如果$\underset{\sim}{P}$的值域也为$\{0,1\}$，则上述形式定义是关于一致性谓词P的普通分割的定义 这就是Pavilidis给出的分割定义。可见，我们给出的关于模糊分割的形式定义是Pavilidis定义的推广。

6　讨论

本文主要讨论了图象分割阶段不确定性的处理方法，图象处理的其它阶段，象边界检测、形状表示等阶段，同样可以引入模糊集理论来处理不确定性。

对于决策和表示来说，一个设计得灵活的计算机视觉系统必须允许处理不确定性和不完备性。模糊集理论为表示和处理不确定性提供了一种强有力的手段；在需要定量的准确匹配的情况下，模糊概念的引入允许把系统足够的信息传递到系统的高层。半模糊性概念的引入，使对不确定性的处理更加有效。

在上面讨论的基础上，本文提出了模糊分割的形式定义。这种形式定义可用来对模糊分割进行一般化地讨论。一个定义得好的模糊一致性谓词可用来指导建立具体的模糊分割算法的分析和设计。

参考文献

1　Fu K S *et al*. A survey on image segmentation. Pattern Recognition, 1981; 13:3—16

2　Huntsberger T L *et al*. Representation of uncertainty in computer vision using fuzzy sets. IEEE Transactions on Computers, 1986; c-35(2):145—156

3　Huntsberger T L *et al*. Iterative fuzzy image segmentation. Pattern Recognition, 1985; 18:131—138

4　Windham M P. Clustering validity for the fuzzy C-means clustering algorithm. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1982; PAMI-4:357—363

5　Selin S Z *et al*. Soft clustering of multidimensional data: a semi-fuzzy approach. Pattern Recognition, 1984; 17(5):559—568

6　Pavilidis T. 结构模式识别，张寿萱等译. 上海，上海科技出版社，1981:72—75