

柔性机械臂运动轨迹的鲁棒自适应控制[†]

田彦涛 * 尹朝万 王殿方 王大龙

(吉林工业大学自动化研究所 长春 130022) (* 中国科学院沈阳自动化研究所 110015)

(中国科学院机器人学开放研究实验室 沈阳 110015)

摘要 本文针对多连杆柔性机械臂的运动轨迹控制问题,讨论了动力学建模、控制系统结构设计以及鲁棒自适应控制算法.运用假设模态方法得到了柔性机械臂动力学近似方程.通过对柔性机械臂动力学特性分析,建立了等价动力学模型,依此提出了一种鲁棒自适应控制算法,并给出了仿真研究结果.

关键词 柔性机械臂,动力学不确定性,鲁棒自适应控制

1 引言

柔性机械臂系统是一个强耦合的高度非线性动态系统.与刚性机械臂相比,柔性机械臂的动力学特性更加复杂.由于引入了表征弹性变形的广义坐标 $q(t)$,大大增加了方程的维数,产生了新的耦合及非线性因素.而控制作用仍为各关节处的控制力矩,所有这些都给柔性机械臂的控制器设计增加了难度^[1,2].

柔性机械臂的运动轨迹控制问题,即通过各关节的控制力矩作用,确保机械臂终端轨迹跟踪给定的参考轨迹.在运动过程中,由于弹性变形将产生如下两个问题:(1)端点轨迹偏差增大;(2)端点高频振动.为了解决上述问题,人们提出了各种控制方案,以实现高精度运动轨迹控制^[3,4].这些控制算法大体上可分为两类.一类是延用刚性机械臂中行之有效的设计方法,如 PID 控制、前馈反馈控制、非线性反馈、LQ 控制和极点配置等.但是,由于柔性机械臂往往要求运动速度很高,简单地使用上述控制律常常收不到预期的控制效果.为此,应当在控制器设计中,考虑弹性变形因素的影响,以抑制振动,并减少或消除轨迹偏差^[1,3].

由于柔性机械臂的结构特性及运动特性,其动力学方程中存在显著的不确定性(结构不确定性和参数大范围摄动).为了补偿动力学不确定性,本文提出了一种多模态鲁棒自适应控制算法,并给出了仿真实验结果.

2 柔性机械臂动力学方程

考虑双连杆柔性机械臂如图 1.假设:
(1) 每个弹性连杆的长度比横截面的高度大得多,可视为 Euler-Bernulli 梁;(2) 忽略剪切变形和梁的微元转动惯量的影响,且不考虑轴向变形;(3) 各关节角作大幅度刚性运动,而弹性连杆的变形较小(如最大变形小于杆长的十分之一).

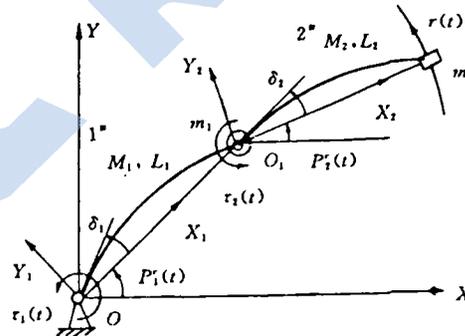


图 1 双连杆柔性机械臂

[†] 国家自然科学基金资助项目. 1994-12-05 收稿

利用假设模态法(各连杆取为二阶模态),可得柔性机械臂动力学方程如下^(5,6).

$$M(z)\ddot{z} + H(z, \dot{z}) + Kz + G(z) = B_c \tau(t) \tag{1}$$

其中 $z(t) = [p_1^r(t) \ q_{11}(t) \ q_{12}(t) \ p_2^r(t) \ q_{21}(t) \ q_{22}(t)]^T$ 为系统广义坐标向量, $p_i^r(t)$ 为关节 i 的等效刚性角位移, $q_{i1}(t)$ 和 $q_{i2}(t)$ 为第 i 个关节的一阶模态和二阶模态, $w_i(x_i, t) = \sum_{j=1}^2 \varphi_{ij}(x_i) q_{ij}(t) \doteq \varphi_{i1}(x_i) q_{i1}(t) + \varphi_{i2}(x_i) q_{i2}(t)$, 而 $\delta_i(t) = w_{i,x_i}(0, t)$. 每个关节 i 的实际角位移为 $p_i(t) = p_i^r(t) + \delta_i(t)$. $M(z)$ 为 6×6 的广义惯性矩阵, $H(z, \dot{z})$ 为 6×1 维的哥氏力和向心力向量. Kz 为弹性项, K 为刚度阵, 定义为 $K \triangleq \text{diag}[0, k_{22}, k_{33}, 0, k_{55}, k_{66}]$. $G(z)$ 为 6 维重力向量. $\tau(t) = [\tau_1(t) \ \tau_2(t)]^T$ 为关节作用力矩, B_c 为 6×2 的控制矩阵, 则

$$B_c = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\pi}{L_1} & \frac{2\pi}{L_1} & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -\frac{\pi}{L_1} & -\frac{2\pi}{L_1} & 1 & \frac{\pi}{L_2} & \frac{2\pi}{L_2} \end{bmatrix}^T \tag{2}$$

从方程(1)可知,柔性机械臂的动力学方程是非线性耦合方程. 其中,两个连杆刚性运动的耦合表现为方程中角速度的二次项和系数中的三角函数. 而刚性运动与弹性变形量之间的耦合则表现为刚性运动变量与弹性变形量之间的交叉项. 与刚性机械臂不同,柔性机械臂的动力学方程还增加了弹性变形作用,因而导致机械臂端点运动偏离希望的轨迹.

3 柔性机械臂的鲁棒自适应控制

考察图 1 所示的双连杆柔性机械臂模型. $p_i(t)$ 为连杆 i 的实际角位移, $p_i^r(t)$ 为假设刚性角位移, $\delta_i(t)$ 为二者之差. 显然,对于实际系统, $p_i(t)$ 可利用光电编码器直接测量,而 $\delta_i(t)$ 可利用应变仪测量广义坐标 $q_{ij}(t)$, $i=1, 2, j=1, 2$. 从而间接计算出 $\delta_i(t) = \sum_{j=1}^2 \varphi_{ij}(0) q_{ij}(t)$.

为了提高控制系统的实时性,我们仅选择一阶模态测量弹性变形,此时, $\delta_i(t) = \varphi_{i1}(0) q_{i1}(t)$, $i=1, 2$. 设 $z_m(t) = [p_1(t), q_{11}(t), p_2(t), q_{21}(t)]^T$ 为柔性机械臂的可测输出向量. 从图 1 不难看出,为了补偿弹性变形引起的端点轨迹偏差,可以控制假设刚性位移 $p_i^r(t)$ 跟踪希望角位移 $p_i^*(t)$. 为此,利用 $p_i^r(t)$ 构成反馈控制律. 记 $y_i(t) \triangleq p_i(t) - \delta_i(t)$, 则有图 2 所示的控制器结构⁽⁶⁾.

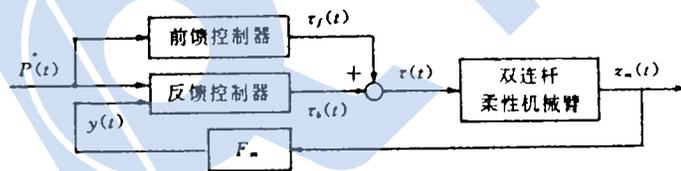


图 2 柔性机械臂控制系统结构图

其中 F_m 为测量矩阵, 定义为

$$F_m = \begin{bmatrix} 1 & -\varphi_{11}(0) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\varphi_{21}(0) \end{bmatrix} \tag{3}$$

$\varphi_{11}(x_1) = \sin \frac{\pi x_1}{L_1}$, $\varphi_{21}(x_2) = \sin \frac{\pi x_2}{L_2}$. 当 $L_1 = L_2 = L$ 时, $\varphi_{11}(0) = \varphi_{21}(0) = \frac{\pi}{L}$. 在图 2 的控制系

统结构中, $\tau_f(t) = G_f(p^*, \dot{p}^*, \ddot{p}^*)$ 为前馈控制向量, 通过求解机械臂逆动力学问题获得, 因而完全依赖机械臂的模型参数. 由于前馈控制器的计算误差及动力学方程的时变性, 特别是连杆的弹性变形的影响, 因而单一的前馈控制不能满足控制精度要求, 必须加入反馈控制. 本文针对柔性机械臂动力学的不确定性, 提出了一种多模态鲁棒自适应控制算法.

3.1 动力学等效描述及控制器结构

对于双连杆柔性机械臂动力学方程(1), 记 $u_1(t) = \tau_1(t) - \tau_2(t)$, $u_2(t) = \tau_2(t)$ 为广义力, $y_1(t)$ 和 $y_2(t)$ 为关节 1 和关节 2 的输出. 考虑到关节间的耦合作用及参数的时变性, 可得如下的柔性机械臂动力学等效描述^[6]

$$A_i(q^{-1})y_i(t) = B_i(q^{-1})u_i(t-1) + M_i(t) + w_i(t), \quad i = 1, 2 \quad (4)$$

其中

$$A_i(q^{-1}) = 1 + a_1^i q^{-1} + \dots + a_{n_a^i}^i q^{-n_a^i}, \quad i = 1, 2 \quad (5)$$

$$B_i(q^{-1}) = b_0^i + b_1^i q^{-1} + \dots + b_{n_b^i}^i q^{-n_b^i}, \quad i = 1, 2 \quad (6)$$

$\underline{a}^i = (a_1^i, a_2^i, \dots, a_{n_a^i}^i)^\top$ 和 $\underline{b}^i = (b_0^i, b_1^i, \dots, b_{n_b^i}^i)^\top$ 为时变参数向量, $w_i(t)$ 为包含耦合和负载扰动在内的等效扰动, $M_i(t)$ 为降阶和结构变化引起的未建模动态. 文中忽略(4)~(6)中的角标 i .

设性能指标泛函

$$J = [y(t+1) - y_c(t+1) + \lambda_0(1 - q^{-1})u(t)]^2 \quad (7)$$

其中 $y_c^i(t) = p^*(t)$ ($i=1, 2$) 为已知的希望输出, λ_0 为加权因子. 显然, 对(7)式求关于 $u(t)$ 的最小值, 就是一个考虑控制约束的最小方差控制问题. 其最优控制解^[6]

$$L(q^{-1})u(t) = y_c(t-1) - G(q^{-1})y(t) \quad (8)$$

$$L(q^{-1}) = B(q^{-1}) + \lambda_0(1 - q^{-1}) \quad (9)$$

$$A(q^{-1}) + q^{-1}G(q^{-1}) = 1, \quad n_g = n_a - 1 \quad (10)$$

调整 λ_0 可以确保闭环系统的稳定性.

3.2 鲁棒参数估计算法

当系统参数未知或时变时, 可利用参数估计值设计控制器(8). 定义参数向量及回归量

$$\theta = [g_0, g_1, \dots, g_{n_g}, b_0, b_1, \dots, b_{n_b}]^\top \quad (11)$$

$$\varphi = [y(t), y(t-1), \dots, y(t-n_g), u(t), u(t-1), \dots, u(t-n_b)]^\top \quad (12)$$

则辨识方程为

$$y(t+1) = \theta^\top \varphi(t) + m(t+1) \quad (13)$$

其中 $m(t) = M(t) + w(t)$.

为了确保参数估计器具有优良的特性, 应该设计较好的数据模型和鲁棒参数估计算法. 为此, 定义回归向量范数

$$r_0(t) = \mu_0 r_0(t-1) + \|\varphi(t-1)\|, \quad 0 < \mu_0 < 1 \quad (14)$$

定义正则化运算: $r_0(t)\bar{x}(t) \triangleq x(t)$, 则辨识方程(13)变成

$$\bar{y}(t) = \theta^\top \bar{\varphi}(t-1) + \bar{m}(t) \quad (15)$$

因而 $\{\bar{m}(t)\}$ 为有界序列^[6]. 对于时变参数的柔性机械臂动力学系统, 我们采用如下的带有协方差更新^[7]及相对死区的递推最小二乘估计算法获得控制器参数:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + K(t)\bar{e}_2(t) \quad (16)$$

$$K(t) = \frac{S(t)P(t-1)\bar{\varphi}(t-1)}{f(t) + \bar{\varphi}(t-1)^T P(t-1)\bar{\varphi}(t-1)} \quad (17)$$

$$\bar{e}_2(t) = \bar{y}(t) - \bar{\varphi}(t-1)^T \hat{\theta}(t-1) \quad (18)$$

$$S(t) = \begin{cases} 0 & |\bar{e}_2(t)| \leq \mu_r + \epsilon \\ \frac{\bar{e}_2(t) - \mu_r}{\bar{e}_2(t)} & \bar{e}_2(t) > \mu_r + \epsilon \\ \frac{\bar{e}_2(t) + \mu_r}{\bar{e}_2(t)} & \bar{e}_2(t) < -(\mu_r + \epsilon) \end{cases} \quad (19)$$

$$P'(t) = \frac{1}{f(t)} [P(t-1) - K(t)\bar{\varphi}(t-1)^T P(t-1)] \quad (20)$$

$$P(t) = \begin{cases} \sigma^2 I, & \sigma \text{ 充分大, 当 } t/N \text{ 为整数} \\ P'(t), & \text{其他} \end{cases} \quad (21)$$

其中 μ_r 为相对死区的尺度, 与 $\{m(t)\}$ 上界相关, ϵ 为一个任意小的给定正数, N 为选定的正整数, $f(t)$ 为指数遗忘因子, 可取为

$$f(t) = d_0 f(t-1) + (1-d_0) \quad (22)$$

$$f(0) \geq 0.95, d_0 \leq 0.98$$

利用式(16)~(22)可得参数估计值 $\hat{G}(q^{-1})$ 和 $\hat{L}(q^{-1})$, 因而自适应控制律为

$$\hat{L}(q^{-1})u(t) = y_r(t+1) - \hat{G}(q^{-1})y(t) \quad (23)$$

3.3 多模态鲁棒自适应控制算法

定义输出误差为 $e_y(t) = y_r(t) - y(t)$, $\Delta e_y(t) = e_y(t) - e_y(t-1)$, 则有

$$\begin{cases} \bar{e}_y(t) = \mu_y \bar{e}_y(t-1) + (1-\mu_y)e_y(t) \\ \overline{\Delta e}_y(t) = \mu_y \overline{\Delta e}_y(t-1) + (1-\mu_y)\Delta e_y(t) \end{cases} \quad (24)$$

其中 $0 < \mu_y < 1$. 定义 $[\bar{e}_y(t), \overline{\Delta e}_y(t)]$ 为系统状态特征量. 将 $[\bar{e}_y(t), \overline{\Delta e}_y(t)]$ 平面划分为两个区域 S_1 和 S_2 , 定义如下:

$$\begin{aligned} S_1 &\triangleq \{[\bar{e}_y(t), \overline{\Delta e}_y(t)]: |\bar{e}_y(t)| \geq W_0\} \\ S_2 &\triangleq \{[\bar{e}_y(t), \overline{\Delta e}_y(t)]: |\bar{e}_y(t)| < W_0\} \end{aligned} \quad (25)$$

则多模态鲁棒自适应控制可用如下的定性模型描述.

$$\begin{aligned} \text{IF } \{[\bar{e}_y(t), \overline{\Delta e}_y(t)] \in S_1\} \text{ THEN } \{ \text{采用极限控制} \} \\ \text{IF } \{[\bar{e}_y(t), \overline{\Delta e}_y(t)] \in S_2\} \text{ THEN } \{ \text{采用鲁棒自适应控制} \} \end{aligned} \quad (26)$$

其中, 极限控制算法如下:

$$u(t) = \begin{cases} +u_{\max} & \bar{e}_y(t) \geq 0 \\ -u_{\max} & \bar{e}_y(t) < 0 \end{cases} \quad (27)$$

u_{\max} 为最大允许控制力矩.

为了改善柔性机械臂的运动轨迹跟踪特性, 对误差变化率 $\overline{\Delta e}_y(t)$ 也应提出约束, 因而选择如下的系统特征状态:

$$\begin{aligned} S_1 &= \{[\bar{e}_y(t), \overline{\Delta e}_y(t)]: |\bar{e}_y(t) + \lambda \overline{\Delta e}_y(t)| \geq W_0\} \\ S_2 &= \{[\bar{e}_y(t), \overline{\Delta e}_y(t)]: |\bar{e}_y(t) + \lambda \overline{\Delta e}_y(t)| < W_0\} \end{aligned} \quad (28)$$

其中 $\lambda \geq 0$ 为速度约束因子. 当 $\lambda = 0$ 时即为速度无约束情况(25).

综上可得多模态鲁棒自适应控制算法如下：

- (1) 读取数据 $y(t), y_r(t+1), y_r(t)$;
- (2) 形成回归向量;
- (3) 正则化计算求 $\bar{y}(t)$ 及 $\bar{\varphi}(t)$, 系统状态特征量计算 $\bar{e}_s(t)$ 及 $\Delta\bar{e}_s(t)$;
- (4) 采用鲁棒参数估计算法式(16)~(22)计算 $\hat{\theta}(t)$, 并计算 $\hat{G}(q^{-1})$ 和 $\hat{L}(q^{-1})$;
- (5) 利用定性模型式(26)确定系统运行状态, 并计算相应的控制 $u(t)$;
- (6) 控制输出;
- (7) 重复式(1)~(6).

4 仿真研究

对于双连杆柔性机械臂, 我们通过数值仿真的方法讨论鲁棒自适应控制算法的有效性, 见图 3 的仿真结果. 柔性机械臂参数如下: 连杆质量 $M_1=1.4\text{kg}, M_2=0.62\text{kg}$; 连杆刚度: $EI_1=1220\text{N}\cdot\text{m}^2, EI_2=218\text{N}\cdot\text{m}^2$; 连杆长度 $L_1=L_2=0.75\text{m}$; 集中质量 $m_1=5.5\text{kg}, m_2=2.75\text{kg}$; 横截面积 $A_1=60\times 15\text{mm}^2, A_2=40\times 10\text{mm}^2$.

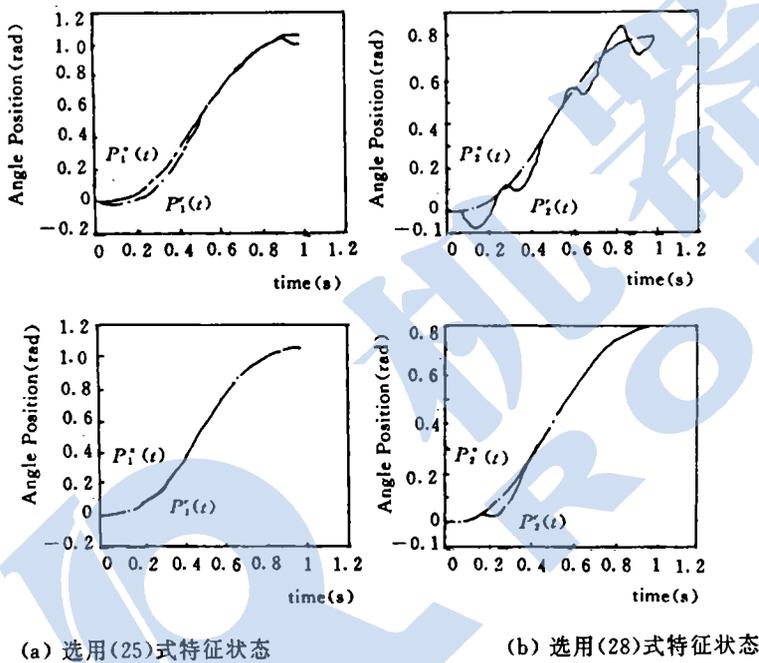


图 3 关节角位移曲线

设希望的关节角位移为: $p_1^*(t) = (6t^2 - 15t + 10)\frac{\pi t^3}{3}$, $p_2^*(t) = (6t^2 - 15t + 10)\frac{\pi t^3}{4}$, 并且初始时刻两连杆均处于水平位置, 弹性变形为零. 选用一阶模态描述连杆弹性变形, 于是 $z_m(0) = \dot{z}_m(0) = 0$. 设时间步长 $h_s = 0.001\text{s}$, 起动时间为 $t_0 = 0\text{s}$, 终止时间 $t_f = 1\text{s}$. 为了考察未建模动态对闭环特性的影响选 $n_{a1} = 2, n_{b1} = 1$, 则有 $n_{g1} = n_{a1} - 1 = 1$. 取 $r_0 = 10, \mu_0 = 0.5, \epsilon = 0.01, \mu_{e1} = 0.02, \mu_{e2} = 0.04, \sigma^2 = 10^3, d_0 = f(0) = 0.95, \mu_y = 0.5, W_{01} = 0.04, W_{02} = 0.07, u_{\max}^1 = 228 (\text{N}\cdot\text{m}), u_{\max}^2 = 54 (\text{N}\cdot\text{m}), \hat{\theta}(-1) = 0, P(-1) = \sigma^2 I$.

对于上述的给定参数及初始条件,采用多模态鲁棒自适应控制算法的仿真结果如图3所示.其中图3(a)系选用(25)式的特征状态,而图3(b)为(28)式的特征状态.显然,通过自适应律作用,改善了柔性机械臂的跟踪特性,且不要求机械臂的动力学模型.

5 结论

鲁棒自适应控制是柔性机械臂运动轨迹控制的有效算法,具有很好的应用前景.本文提出的多模态鲁棒自适应控制算法结构简单,收敛性很好.仿真结果表明了算法的可行性和有效性.

参 考 文 献

- 1 Pfeiffer F, Gebler B. A Multistage-approach to the Dynamics and Control of Elastic Robots. Proc of IEEE Int Conf on Robotics and Automation, 1988, 2-8.
- 2 王照林,王大力.一类弹性机器人的模糊控制.机器人,1992,14(6):1-6.
- 3 Chen Y P, Yeung K S. Sliding-mode Control of Multi-link Flexible Manipulators. Int J of Control, 1991, 54, 257-278.
- 4 Troch I, Kopacek T. Control Concepts and Algorithms for Flexible Robots. Proc of IFAC Robot Control Workshop, 1988,29-34
- 5 陆佑方,王 彬.柔性多体系统动力学.高等教育出版社,北京,1995.
- 6 田彦涛.结构不确定系统的鲁棒自适应控制.吉林工业大学博士学位论文,1993.
- 7 Goodwin G C, Sin K S. Adaptive Filtering Prediction and Control. Englewood Cliffs, NJ Prentice-Hall, 1984.

ROBUST ADAPTIVE CONTROL FOR THE MOTION TRAJECTORY OF MULTI-LINK FLEXIBLE MANIPULATORS

TIAN Yantao *YIN Chaowan WANG Dianfang WANG Dalong

(Institute of Automation, Jilin University of Technology, Changchun 130022)

(* Shenyang Institute of Automation, the Chinese Academy of Sciences 110015)

Abstract The motion trajectory control problem of multi-link flexible manipulators is considered in this paper. The dynamic modelling, structure design of control systems and robust adaptive control algorithm for the flexible manipulators are studied. The approximate dynamic equations of flexible robot are built by means of assumptive modes method. According to the input-output characteristic of flexible manipulators, the equivalent dynamic equations are built, and the multi-modal robust adaptive controller is designed. Lastly, the simulation experiment results are given.

Key words Flexible manipulators, uncertainty of dynamic, robust adaptive control

作者简介:

田彦涛:男,37岁,工学博士,副教授.研究领域:不确定复杂系统建模、优化与控制,机器人控制,车辆运动动力学建模与控制,综合自动化技术.

尹朝万:男,54岁,研究员.研究领域:机器人智能控制.CIMS,信息集成支撑技术,计算机应用与自动化.

王殿方:男,62岁,教授.研究领域:生产过程建模与控制,模糊控制与智能控制.