时变不定机器人控制系统的鲁棒镇定†

鲁守银 刘晓平 尹朝万
(东北大学自动控制系 沈阳 110006) (中国科学院沈阳自动化研究所)
(中国科学院机器人学开放研究实验室 沈阳 110015)

摘 要 本文讨论了含有时变参量或扰动的机器人系统的鲁棒稳定化问题. 给出了该类不确定的机器人系统可鲁棒稳定化的充分条件，并且构造了一个静态可稳化鲁棒控制器.

关键词 不确定机器人控制系统，鲁棒镇定，反馈线性化

1 引言

在机器人工作过程中，负载参数及转动惯量参数等可能发生较大的变化或是未知的，此时一些关于机器人控制系统的镇定方法均失效，从而无法达到预期的效果. 而必须找到一种具有鲁棒性能的镇定方法. 作者至今尚未见到任何一个控制方案能很好地将该类不确定的机器人系统通过静态状态反馈而达到稳定或渐近稳定状态.

本文提出的控制方案便能很好地解决该问题，并且对更加一般的不确定系统进行了探讨. 由本文的结果可知：当该类不确定的机器人系统的标称系统可反馈线性化，参变量取值于一已知紧集上，且满足严格三角条件时，该系统存在一静态的可稳化鲁棒反馈控制器.

2 模型描述

在关节空间中，机器人系统的动力学模型可描述为：

$$M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta,\dot{\theta}) + G(\theta) + q(\theta,\xi(t)) = T(t) \tag{1}$$

上式中 $T(t)\in R^n$ 为关节力矩向量，$M(\theta)\in R^{n\times n}$ 为惯量矩阵，$C(\theta,\dot{\theta})\in R^n$ 为哥氏力矩向量，$G(\theta)$ 为重力矩向量，未知参变量 $\xi\in\Omega\subset R^p$，Ω 为一已知的紧集.

令 $x_1=\theta, x_2=\dot{\theta}$，则系统(1)可写成：

$$\dot{x} = f(x) + q(x,\xi(t)) + g(x)u \tag{2}$$

其中 $x=(x_1,x_2)^T$, $f(x)=(x_2, -M^{-1}(x_1)C(x_1,x_2)-M^{-1}(x_1)G(x_1))^T$; $q(x,\xi(t))=(0,-M^{-1}(x_1)q(x_1,\xi(t))^T$, $g(x)=(0,M^{-1}(x_1)^T$, $u=T(t)$.

3 不确定系统的鲁棒镇定

我们考虑了不确定控制系统的鲁棒镇定，给出系统可鲁棒镇定的静态控制器设计方法，并且我们讨论更加一般的不定系统，动态模型描述如下：

$$\dot{x} = f(x) + q(x,\xi(t)) + g(x)Q(x,\xi(t))u \tag{3}$$

其中 $Q(x,\xi(t))$ 为非零不变号函数，即 $Q(x,\xi(t))>0$ 或 $Q(x,\xi(t))<0$，对任意的 x 和 ξ 成立. 并且假设系统存在孤立的平衡点，不妨设为原点 0，即有：

† 本课题由国家自然科学基金，辽宁省自然科学基金，国家教委博士点基金，浙江大学工业技术国家重点实验室基金资助. 1994－10－17 收稿

$f(0)=0, q(0,\xi(t))=0$,对任意的 $\xi\in\Omega$,对任意的 x 有 $g(x)\neq 0$.

严格三角条件[3]:

$$ad_q G^i \text{ 包含于 } G^i, 0\leqslant i\leqslant n-2, \text{对任意的 } \xi\in\Omega \tag{4}$$

其中 $G^{i+1}=ad_f G^i, G^0=S_p\{g\}$,$G^i$是非奇异对合分布.

引理 1 对于系统(3),假设:① 标称系统 (f,g) 可反馈线性化;② 严格三角条件(4)成立,则存在局部微分同胚变换 $z=z(x)$,使闭环系统在 Z-坐标系中表示为

$$\begin{aligned}
\dot{z}_1 &= z_2+\varphi_1(z_1,\xi(t))\\
\dot{z}_2 &= z_3+\varphi_2(z_1,z_2,\xi(t))\\
&\vdots\\
\dot{z}_r &= u\Psi(z_1,\cdots,z_n,\xi(t))+\varphi_n(z_1,\cdots,z_n,\xi(t))
\end{aligned} \tag{5}$$

证明 因为标称系统(f,g) 可反馈线性化,故在 0 点邻域 U^0 存在一微分同胚变换

$$\begin{aligned}
z_1 &= h(x)\\
z_2 &= L_f h(x)\\
&\vdots\\
z_n &= L_f^{n-1}h(x)
\end{aligned}$$

使系统(3)变成

$$\begin{aligned}
\dot{z}_1 &= z_2+L_q h(x)\\
\dot{z}_1 &= L_f^n h+(L_{gQ}L_f^{n-1}h)u+L_q L_f^{n-1}h(x)
\end{aligned}$$

严格三角条件(4)成立,可得

$$\begin{aligned}
L_q h(x) &= \varphi_1(z_1,\xi(t))\\
&\vdots\\
L_q L_f^{n-1}h(x) &= \varphi_n'(z_1,\cdots,z_n,\xi(t))
\end{aligned}$$

令 $\varphi_n=\varphi_n'-L_f^n h$, $\Psi(z_1,\cdots,z_n,\xi(t))=L_{gQ}L_f^{n-1}h$,便可推出(5)的形式.引理得证.

定理 1 对于系统(3),假设:① 标称系统 (f,g) 可反馈线性化;② 严格三角条件(4)成立;③ $\xi(t)$ 属于已知紧集 Ω ,则,存在局部微分同胚变换 $z=z(x)$ 和非奇异反馈 $v=\alpha(x)+\beta(x)u$,使得对任意属于紧集 Ω 的 $\theta(t)$闭环系统在原点都是局部渐近稳定的.

证明 对于系统(3),由引理 1 知,式(3)可以化成(5)的形式.由于系统(3)和(5)之间存在微分同胚变换,所以只要证明(5)在原点稳定即可.

下面我们考虑系统 (5)在平衡点 0 处的鲁棒稳定性.

第一步:令 $Z_1=z_1$,定义 Lyapunov 函数

$$V_1=(1/2)Z_1^2$$

则 Lyapunov 函数的时间导数

$$\begin{aligned}
\dot{V}_1 = Z_1\dot{Z}_1 = Z_1[z_2+\varphi_1(z_1,\xi(t))] &=\\
Z_1[z_2-z_2^*+z_2^*+\varphi_1(z_1,\xi(t))] &=\\
Z_1[(z_2-z_2^*)+z_2^*+\varphi_1(z_1,\xi(t))]&
\end{aligned}$$

因为 φ_1 是 z_1 的光滑函数,且 $\varphi_1(0,\xi)=0$, $\forall\ \xi\in\Omega$,所以可写成[4]:

$$\varphi_1(z_1,\xi(t))=Z_1\psi_1(Z_1,\xi(t))$$

其中 ψ_1是连续函数,又因为 $\xi\in\Omega$ 为一已知紧集,所以存在光滑函数

$$\alpha_1(Z_1)$$

使得

$$|\psi_1(Z_1,\xi(t))| \leqslant \alpha_1(Z_1), \forall \xi \in \Omega$$

令

$$Z_2 = z_2 - z_2^*, \quad z_2^* = -(k_1+\varepsilon_1)Z_1 - Z_1\alpha_1(Z_1)$$

所以

$$\dot V_1 \leqslant Z_1Z_2 - (k_1+\varepsilon_1)Z_1^2. \text{其中 } \varepsilon_1 > 0, k_1 = n-1$$

第二步：定义 Lyapunov 函数

$$V_2 = V_1 + (1/2)Z_2^2$$

则 Lyapunov 函数的时间导数

$$\dot V_2 = \dot V_1 + \dot Z_2 Z_2 \dot V_1 + Z_2[z_3 + \varphi_2(z_1,z_2,\xi(t)) - \dot z_2^*] =$$
$$\dot V_1 + Z_2[z_3 - z_3^* + z_3^* + \varphi_2 - \dot z_2^*] =$$
$$\dot V_1 + Z_2[(z_3 - z_3^*) + z_3^* + \varphi_2 - \dot z_2^*]$$

因为 φ_2 是光滑函数，且 $\varphi_2(0,\xi)=0$，$\forall \xi\in\Omega$，所以可写成[4]：

$$\varphi_2 - \dot z_2^* = \sum_{i=1}^{2} Z_i\psi_{2,i}(Z_1,Z_2,\xi(t))$$

其中 $\psi_{2,i}$是连续函数，又因为 $\xi\in\Omega$，一已知紧集，所以存在光滑函数

$$\alpha_2(Z_1,Z_2)$$

使得

$$|\psi_{2,i}(Z_1,Z_2,\xi(t))| \leqslant (1/2)\alpha_2(Z_1,Z_2), \forall \xi \in \Omega$$

令

$$Z_3 = z_3 - z_3^*, \quad z_3^* = -Z_1 - (k_2+\varepsilon_2)Z_2 - Z_2\alpha_2^2(Z_1,Z_2)$$

所以

$$\dot V_2 \leqslant -(\varepsilon_1 + k_1 - 1)Z_1^2 - (\varepsilon_2 + k_2 - 1)Z_2^2 + Z_2Z_3$$

其中 $\varepsilon_2>0$，k_2满足 $k_2=n-1$.

第 i 步：($i=3,\cdots,n-1$) 定义 Lyapunov 函数

$$V_i = V_{i-1} + (1/2)Z_i^2$$

则 Lyapunov 函数的时间导数

$$\dot V_i = \dot V_{i-1} + \dot Z_i Z_i =$$
$$\dot V_{i-1} + Z_i[z_{i+1} - z_{i+1}^* + z_{i+1}^* + \varphi_i - \dot z_i^*] =$$
$$\dot V_{i-1} + Z_i[(z_{i+1} - z_{i+1}^*) + z_{i+1}^* + \varphi_i - \dot z_i^*]$$

因为 φ_i是光滑函数，且 $\varphi_i(0,\xi)=0$，$\forall \xi\in\Omega$，所以可写成[4]

$$\varphi_i - z_i^* = \sum_{j=1}^{i} Z_j\psi_{i,j}(Z_1,\cdots,Z_i,\xi(t))$$

其中 $\psi_{i,j}$是连续函数，又因为 $\xi\in\Omega$，一已知紧集，所以存在光滑函数

$$\alpha_i(z_1,\cdots,z_i)$$

使得

$$|\psi_{i,j}(Z_1,\cdots,Z_i,\xi(t))| \leqslant (1/i)\alpha_i(Z_1,\cdots,Z_i), \forall \xi \in \Omega$$

令

$$Z_{i+1} = z_{i+1} - z_{i+1}^*$$
$$z_{i+1}^* = - Z_{i-1} - (k_i + \varepsilon_i)Z_i - Z_i\alpha_i^2(Z_1,\cdots,Z_i)$$

所以

$$\dot{V}_i \leqslant - \sum_{j=1}^{i}(\varepsilon_j + k_j - i)Z_j^2 + Z_iZ_{i+1}$$

其中 $\varepsilon_i>0$，$k_i=n-i+1$.

第 n 步:定义 Lyapunov 函数

$$V_n = V_{n-1} + (1/2)Z_n^2$$

则 Lyapunov 函数的时间导数

$$\dot{V}_n = \dot{V}_{n-1} + \dot{Z}_nZ_n = \dot{V}_{n-1} + Z_n[u\Psi + \varphi_n - \dot{z}_n^*]$$

与第 i 步类似,我们可以找到相应的 k_n,和光滑函数 $\alpha_n(Z_1,\cdots,Z_n)$,又由于 $Q(x,\xi(t))$是非零函数,故存在函数 $\Psi_0(z_1,\cdots,z_n)>0$ 使得

$$|\Psi(z_1,\cdots,z_n,\xi(t))| \geqslant \Psi_0(z_1,\cdots,z_n)$$

令

$$u = z_{n+1}^* = \mathrm{Sign}(\Psi)(1/\Psi_0)[- Z_{n-1} - (k_n + \varepsilon_n)Z_n - Z_n\alpha_r^2];\varepsilon_n > 0,k_n = 1$$

所以

$$\dot{V}_n \leqslant - \varepsilon_1Z_1^2 - - \varepsilon_2Z_2^2 - \cdots - \varepsilon_nZ_n^2 = - \varepsilon \| Z \|^2;\varepsilon > 0$$

因为从系统 (3) 到 (5) 之间存在一微分同胚变换，故系统(3)在平衡点 $x=0$ 处是局部渐近稳定的。

例：下面给出在机械手控制系统中的应用. 我们考虑在垂直平面内转动的带弹性环节的单连杆机械手控制系统的鲁棒镇定,其动态模型如下[2]:

$$\begin{cases} J_l\ddot{q}_1 + F_l\dot{q}_1 + K(q_1 - q_2) + Mgl\sin q_1 = 0 \\ J_m\ddot{q}_2 + F_m\dot{q}_2 - K(q_1 - q_2) = u \end{cases} \tag{7}$$

其中 q_2和 q_1分别为连杆位移和转子位移，J_l 为连杆惯量,J_m 转子惯量，K 为弹性常数,M 为连杆质量，g 是引力常数,l 为质心. F_l 和 F_m 是摩擦系数且为正的未知参变量,满足:$F_k\in[a_k,b_k]$,a_k,b_k 是已知常数,$k=l,m$. 令

$$x_1 = q_1,x_2 = \dot{q}_1,x_3 = q_2,x_4 = \dot{q}_2$$

则可写成如下的状态空间形式：

$$\dot{x}_1 = x_2$$
$$\dot{x}_2 = (K/J_l)x_3 - (Mgl/J_l)\sin x_1 - (k/j_l)x_1 - F_lx_2$$
$$\dot{x}_3 = x_4$$
$$\dot{x}_4 = (1/J_m)u + (k/J_m)(x_1 - x_3) - F_mx_4 \tag{8}$$

对于此系统,容易验证满足定理的条件,即系统可鲁棒稳定化.事实上,令

$$X_1 = x_1$$
$$X_2 = x_2 - x_2^*$$
$$X_3 = (K/J_l)(x_3 - x_3^*)$$
$$X_4 = x_4 - x_4^*$$

其中

$$x_2^* = -(3+\varepsilon_1)X_1, x_3^* = (J_l/K)[-X_1 - (2+\varepsilon_2)X_2 - X_2\alpha_2^2]$$
$$x_4^* = -(1+\varepsilon_3)X_3 - X_2, x_5^* = J_m(-X_3 - \varepsilon_4 X_4 - X_4\alpha_4^2)$$
$$\varepsilon_i > 0, i = 1,\cdots,4, \alpha_2 = \max\{Mgl/J_l, K/J_l, |a_l|, |b_l|\}$$
$$\alpha_3 = \max\{K/J_m, |a_m|, |b_m|\}$$

显然系统是局部渐近稳定的.

4 结语

本文讨论了时变参数不确定的机器人系统的鲁棒稳定化问题.本文证明了：当该类不确定的机器人系统的标称系统可反馈线性化，参变量取值于一已知紧集上，且满足严格三角条件时，该系统存在一静态的可稳化鲁棒反馈控制器.

参 考 文 献

1 郭 巧. 一种新型的冗余机器人任务空间分散自适应鲁棒控制方案. 控制理论与应用，1992，9(3)：279～282

2 Isidori A. Nonlinear Control Systems. New York, Springer-Verlag, 1989

3 Tomei P. Robust Stabilization of Feedback Linearizable Time-varying Uncertain Nonlinear Systems. Automatica, 1993, 29:181～189

4 Nijmeijer H, van der Schaft A. Nonlinear Dynamical Control Systems. Springer-Verlag, Berlin, 1990

5 Francis B A. A Coures in H-infinity Control Theory. New York, Springer-Verlag

6 Kanellakopoulos I, Kokotovic P V, Morse A S. Systematic Design of Adaptive Controller for Feedback Nonlinear Systems. IEEE, 1991, AC-36:1241～1253

ROBUST STABILIZATION OF TIME-VARYING UNCERTAIN ROBOT CONTROL SYSTEMS

LU Souyin　　LIU Xiaoping

(*Dept. of Automatic Control, Northeastern Univ., Shenyang* 110006)

YIN Chaowan

(*Shenyang Inst. of Auto. Robotics Lab. Shenyang* 110015)

Abstract In this paper we discuss the problem of robust stabilization for the time-varying uncertain robot control systems, present the robust stabilization sufficient condition for the systems and construct astatic state feedback stabilizing controller.

Key words Uncertain robot control systems, robust stabilization, feedback linearization.

作者简介

鲁守银：男，27 岁，山东矿院电气工程系教师，现东北大学自控系博士生. 主要研究方向：非线性系统的鲁棒控制、机器人控制系统.

刘晓平：男，33 岁，教授，博士导师. 主要研究方向：非线性系统的鲁棒控制、机器人控制系统、奇异系统.

尹朝万：男，54 岁，研究员. 主要研究方向：鲁棒控制、智能控制、机器人技术、信息集成技术.