

# 多指手协调操作中内力的计算

熊蔡华 熊有伦

(华中理工大学机械系, 武汉 430074)

**摘要** 机器人多指手协调操作物体时,合理地确定手指对被操作物体的作用力是必要的. 本文将手指尖与被操作物体之间接触模拟为具有摩擦的点接触,对由多指手与被操作物体组成的这样一个速度较低的系统作了静力分析,并对多指手操作物体时的操作力作了合理的分配,提出基于力矩最小的内力的最优计算方法,在计算中,充分考虑到手指只能推而不能拉物体这一事实. 最后,以4个手指操作一个圆柱形物体为例,对操作过程作了图形仿真.

**关键词:** 机器人 多指手 操作 抓取 内力 图形仿真

## 1 引言

多指手对物体的作用力可分为操作力和内力,操作力由 T. Yoshikawa 和 K. Nagai<sup>[1]</sup> 最先提出,它是指多指手施加的平衡物体所受外载荷所需的那部分力,内力最初是由 Satisbury<sup>[2]</sup> 定义的,内力对物体的运动不产生任何影响,然而,适当的内力与操作力一起,能避免物体相对手指指尖产生滑动和破坏指尖与物体的接触. 由于多指手操作物体时姿态的变化,为保证静摩擦约束和接触的稳定性的,内力也必须相应地变化. 显然,如何合理地确定多指手操作物体时的内力是多指手能否成功地完成对物体协调操作的重要因素之一.

1989年 A. Cole, J. Hauser 和 S. Sastry<sup>[3]</sup> 对多指手操作物体时的内力作了研究,但他们只考虑了静摩擦约束,而没有考虑多指手施力的单向性,即手指只能推而不能拉物体,他们在确定内力时,采用的是试探法,因而所确定的内力并不是最佳的. 同年, Y. Nakamura<sup>[4]</sup> 等提出了对于规定的合力,在满足静摩擦约束和接触稳定性的条件下,求得最小内力的方法,然而,这种方法的物理意义并不明确. 为此,本文在对手指与被操作物体所组成的系统进行静力分析的基础上,着重对手指内力的分配作了研究,提出了满足静摩擦约束和多指手施力的单向性的条件下,使关节力矩最小的内力的确定方法,这样能使多指手以尽可能小的功完成对物体的操作,因而依据此方法所确定的内力是合理的.

## 2 抓取稳定性测度与外力分配

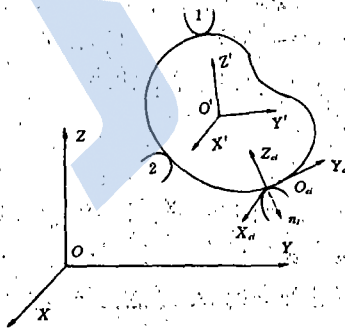


图1 第*i*个接触点处的坐标系

如图1所示,坐标系  $OXYZ$  为与手掌固连的基坐标系,  $O'X'Y'Z'$  为与物体固连的坐标系,原点  $O'$  位于物体的质心. 假定与物体接触的手指数为  $m$ , 在  $m$  个接触点处,建立与物体固连的坐标系,该坐标系的原点为接触点,  $Z$  轴为在接触点处物体表面法线的反方向,按右手法则建立直角坐标系,图中示出的为第  $i$  个接触点处的坐标系  $O_iX_iY_iZ_i$ .

## 2.1 抓取稳定性测度

假定实现物体规定的运动所需的外力和力矩分别为  $F$  和  $T$ . 那么有静力平衡方程:

$$\begin{bmatrix} I_3 & I_3 & \cdots & I_3 \\ R_1 & R_2 & \cdots & R_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{c1}^x \\ f_{c1}^y \\ f_{c1}^z \\ \vdots \\ f_{cm}^x \\ f_{cm}^y \\ f_{cm}^z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ M \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中  $I_3 \in R^{3 \times 3}$  为单位矩阵;

$$R_i = \begin{bmatrix} 0 & -z_i & y_i \\ z_i & 0 & -x_i \\ -y_i & x_i & 0 \end{bmatrix}$$

其中  $x_i, y_i, z_i$  为第  $i$  接触点在物体坐标系中的坐标;  $f_{c1}^x, f_{c1}^y, f_{c1}^z$  为第  $i$  个手指对物体的作用力在物体坐标系中的三个分量.

(1)式可改写为:

$$GF_c^0 = F. \quad (2)$$

式中  $G = \begin{bmatrix} I_3 & I_3 & \cdots & I_3 \\ R_1 & R_2 & \cdots & R_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ \tilde{R} \end{bmatrix}$ ;  $I \in R^{3 \times 3m}$ ;  $\tilde{R} \in R^{3 \times 3m}$ ;  $F_c^0 = (f_{c1}^x f_{c1}^y f_{c1}^z \cdots f_{cm}^x f_{cm}^y f_{cm}^z)'$ . 其中抓取矩阵  $G$  与被操作物体的几何尺寸和手指在物体上的接触位置有关. 同样的操作任务, 当手指在物体上的接触位置不同时, 抓取物体的稳定性程度也会不同. 为此, 我们定义抓取稳定性测度为  $\rho = 1 / \sqrt{\det(GG^T)}$ .  $\rho$  越大, 说明抓取物体时稳定性程度越高, 反之越低.

## 2.2 操作力的分配

对于规定的运动, 方程(2)式右边为已知, 所以有

$$F_c^0 = G^+ F_c + (I - G^+ G) \lambda \quad (3)$$

式中:  $G^+ \in R^{3m \times 6}$  为  $G$  的 Moore-Penrose 广义逆;  $\lambda = (\lambda_1^x \lambda_1^y \lambda_1^z \cdots \lambda_m^x \lambda_m^y \lambda_m^z)' \in R^{3m \times 1}$  为任意矢量.

如果  $F_c^0$  的精确解不存在, 那么方程(3)就表示使  $\|F_c - GF_c^0\|$  为最小的最小二乘解.

由(3)式可以看出, 手指对物体的作用力包括两部分. 第一部分为平衡物体所受外力所需的手指作用力, 用  $f_c$  来表示, 即  $f_c = G^+ F_c$ ; 第二部分为内力, 用  $f_N$  来表示, 即

$$f_N = (I - G^+ G) \lambda \quad (4)$$

因为  $(I - G^+ G) \lambda \in N(G)$ , 所以  $G$  的零空间中的力都是内力.

不难看出, 操作力  $f_c$  与物体所受外力及抓取矩阵  $G$  的逆矩阵有关. 对于给定的运动,  $F_c$  是已知的, 所以操作力仅仅与  $G^+$  有关, 如 2.1 节所述, 抓取稳定性与  $G$  有直接的关系, 所以, 操作力的分配应在保证操作物体时, 具有足够的抓取稳定性的同时, 尽可能使手指受力均匀.

## 3 内力的计算

多指手关节空间中力矩  $\tau$  与手指作用力  $F_c$  之间存在着  $\tau = J_{ho}^T F_c$  有关系, 其中,  $J_{ho}$  为多指手的雅可比矩阵, 角标  $o$  表示对基坐标系描述.

设  $\bar{C}_i$  为第  $i$  个接触点处的坐标系  $O_i X_i Y_i Z_i$  到基坐标系  $OXYZ$  的共原点变换矩阵, 则

$$F_i^* = \bar{C}_i F_i$$

式中

$$\bar{C}_i = \begin{bmatrix} \bar{c}_{i1} & & & \\ & \bar{c}_{i2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \bar{c}_{in} \end{bmatrix} \in R^{3n \times 3n}$$

所以

$$\tau = J_{i0}^T \bar{C}_i G^+ F_i + J_{i0}^T \bar{C}_i (I - G^+ G) \lambda$$

简写为

$$\tau = A + B\lambda \quad (5)$$

式中:  $A = J_{i0}^T \bar{C}_i G^+ F_i$ ;  $B = J_{i0}^T \bar{C}_i (I - G^+ G)$ .

(5) 式右边第一项  $A \in R^{\sum_{i=1}^n n_i}$  ( $n_i$  为第  $i$  个手指的关节数) 为平衡外载荷所需的力矩, 即操作力矩; 第二项  $B\lambda \in R^{\sum_{i=1}^n n_i}$  为内力矩.

关节力矩的模表示为:

$$\|\tau\| = \tau^T \tau = (A + B\lambda)^T (A + B\lambda) = A^T A + \lambda^T B^T B \lambda$$

对于给定的运动, 外力矩是确定的, 所以, 只有  $\lambda$  是影响关节力矩的因素. 因为  $A^T A > 0$ , 故可选内力矩的模  $\|\tau_N\| = \lambda^T B^T B \lambda$  为目标函数, 通过优化, 选择最优的  $\lambda$  使关节力矩为最小, 从而保证多指手以较小的功完成对物体的操作, 由于  $\lambda$  的确定, 内力也就随之确定了.

考虑到各手指及每个手指结构强度的差异, 不妨在内力矩中引入正定的权矩阵  $W$ , 为了方便, 定义  $W$  为对角矩阵, 即

$$W = \text{diag}(w_1, w_2, \dots, w_n)$$

其中,  $w_i \in R^{n_i \times n_i}$  为对应于第  $i$  个手指的权矩阵.

在选择矩阵  $W$  的元素时, 对应于强度较差的关节, 应尽可能取大些 (如远离手掌的关节), 反之, 则小. 当然, 具体取多大, 这与设计人员的经验有很大关系. 所以

$$\tau_N = WB\lambda$$

目标函数变为

$$\|\tau_N\| = \lambda^T B^T W^T W B \lambda$$

为了保证多指手抓取物体而不致发生滑动, 必须使手指尖对物体的作用力处于摩擦锥之内, 同时, 手指指尖对物体的正压力必须大于零.

设由物体坐标系  $O' X' Y' Z'$  到指尖坐标系  $O_i X_i Y_i Z_i$  的共原点变换矩阵为  $T_i$ , 则

$$f_{i\alpha} = T_i f_i^*$$

其中  $f_{i\alpha} = (f_{i_x}, f_{i_y}, f_{i_z})'$  为指尖坐标系中描述的手指作用力;  $f_i^* = (f_i^x, f_i^y, f_i^z)'$  为物体坐标系中描述的手指作用力.

因为  $f_i^*$  与约束变量  $\lambda$  有关, 所以约束条件为

$$\begin{aligned} (f_{i_x}^2 + f_{i_y}^2)^{1/2} / f_{i_z} &< \tan \alpha \\ f_{i_z} &> 0 \end{aligned}$$

其中,  $\alpha$  为摩擦角,  $i=1, 2, \dots, m$ .

所以, 内力的计算可以归纳为以下优化问题.

$$\begin{aligned} & \min_{\lambda \in DCR^{3m}} \|\tau_N\| \\ D: & (f_{c_{ix}}^2 + f_{c_{iy}}^2)^{1/2} / f_{c_{iz}} < \tan \alpha \\ & f_{c_{iz}} > 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \end{aligned}$$

当然, 进一步的考虑可以将最小力矩和最大力矩也引入约束. 通过约束变尺度法可以求解上面的最优化问题, 从而确定  $\lambda$ , 将求出的  $\lambda$  代入(4)式, 即可求出内力  $f_N$ .

#### 4 图形仿真

为了说明第3节中提出的内力的确定方法, 我们给出了具有四个手指(每个手指有四个自由度)的多指手操作一个圆柱形物体的例子, 如图2所示, 图中的大圆盘表示手掌. 在这个例子中, 要求该多手指绕圆柱形物体的轴心线不断地转动物体. 假定手掌固定不动, 那么, 当该多手指的四个手指一起将物体转动到一定的角度后, 由于结构的限制, 必须使手指返回到初始位置, 然后重新转动物体. 值得注意的是, 当手指返回到初始位置时, 为了保证多指手在该过程中抓住物体而不发生滑动, 必须使多指手中的三个手指依然与物体保持接触, 而让四个手指中的一个返回到原来的初始位置, 这样依次动作, 使所有四个手指都沿相反的方向返回到原来的初始位置, 为下一次转动物体作准备.

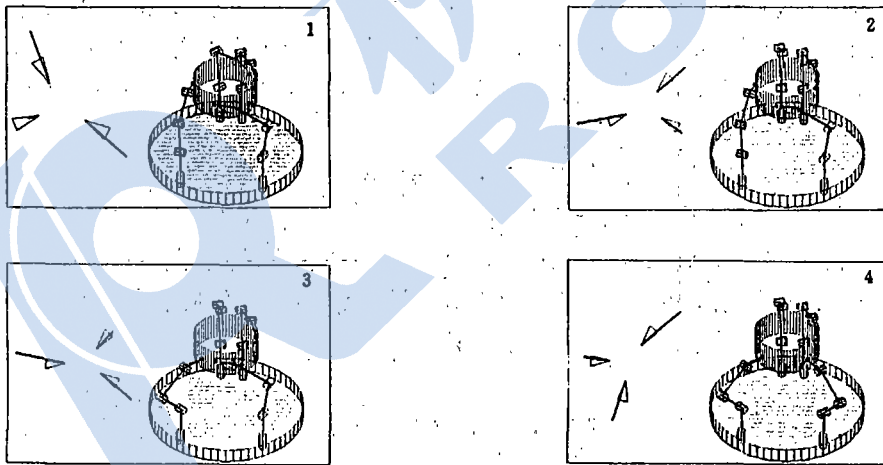


图2 多手指对圆柱形物体的操作及各接触点的受力情况

在该操作过程中, 从力的角度来讲, 多指手的4个手指首先以一定的力抓取物体, 然后将物体绕其轴心线转动一定的角度后, 手指的作用力重新分配, 在保证3个手指抓取物体时, 让第4个手指的作用力为零, 这时, 第4个手指便返回到其初始位置, 然后参与接触, 这时手指力又重新分配, 使与返回的手指相邻的手指的作用力为零, 为其返回到初始位置作准备, 依次这样分配, 使所有的4个手指都返回到其初始位置.

本例对多指手的手指依次返回到其初始位置时的内力进行了计算, 并对操作过程作了动态图形仿真, 在图2中, 给出了各接触点的受力情况, 从图中可以看出各接触力都处于摩擦锥

内(受力图是将各接触点的作用力与摩擦锥的中心线决定的平面与摩擦锥相交后的平面旋转到与纸面平行的平面后,对应于各接触点的位置画出的)。

### 参 考 文 献

- 1 Yoshikawa T, Nagai K. Manipulating and grasping forces in manipulation by multi-fingered hands. Proc IEEE International Conference on Robotics and Automation, Raleigh, March, 1987
- 2 Salisbury J K. Kinematic and force analysis of articulated hands. Ph D Thesis, Stanford University, 1982
- 3 Cole A, Hauser J, Sastry S. Kinematics and control of multifingered hands with rolling contact. IEEE Trans on Automat Contr, 1989; 34(4)
- 4 Nakamura Y, Nagai K, Yoshikawa T. Dynamics and stability in coordination of multiple robotic mechanisms. Int J Robotics Res, 1989; 3(4)
- 5 Kumar V, Waldron K J. Suboptimal algorithms for force distribution in multifingered grippers. IEEE Trans on Robotics and Automation, 1989; 5(4)

## THE INTERNAL FORCE COMPUTATION IN COORDINATIVE MANIPULATION WITH A MULTIFINGERED HAND

XIONG Caihua XIONG Youlun

(Huazhong Univ of Sci and Tech, Wuhan 430074)

### Abstract

Effective finger force computation is necessary for successful manipulation of an object by a multifingered hand. Based on point contact models, the static forces are analysed for a lower velocity system which is composed of fingers and grasped object in this paper. The manipulation force is distributed rationally. An optimization method for computing the internal force is presented on the basis of minimizing torque. The constraint condition is considered fully in computing the internal force, i. e., the fingers can only push, not as well as pull on the object, because there is no glue between the object and the fingers. Finally, as an example, the graphical simulation of a multifingered hand manipulating a cylindrical object is given.

**Key words:** robot multifingered hand manipulation grasp internal force graphical simulation

(本文第一作者熊蔡华,男,27岁,博士生)

### 关于向 IFAC 国际学术会议投稿的通告

IFAC 第 12 届世界大会将于 1993 年 7 月 19 日至 23 日在澳大利亚的悉尼市举行,现征文已经开始。

从近几届会议的情况来看,我国论文的投寄量与日俱增,但由于种种原因(主要是经费方面的问题),国内一些论文作者在文章被录用以后,无法前往参加会议并宣读论文,对我国在国际学术界造成一些不利的影响。我会今年 7 月 3 日召开的在京常务理事会上与会常务理事责成学会办公室向有关自动化领域的有关人员发出通告,提请向 IFAC 第 12 届世界大会投寄论文的各位作者注意 1992 年 IFAC 西班牙工作会议的决定,在投寄悉尼世界大会论文的同时,论文作者应按规定提交所在单位领导保证能到会宣读论文的签署意见,会议才能进行审稿并发录用通知,论文才能入选会议论文集,否则将不予录用。此规定亦将普遍适用于 IFAC 的有关国际学术会议,提请注意。

中国自动化学会办公室 1992 年 8 月