

机器人机构柔性研究[†]

吴 剑 孙杏初

(北京航空航天大学机器人研究所, 100083)

摘 要 本文研究并首次提出了六自由度机器人机构柔度的定量计算方法, 编制了相应的应用软件, 以各种典型关节型机器人为例, 在 SGI 工作站上实现了柔度的定量分析计算及其三维图形仿真, 给出了工作空间内平行于子午面的任意节面上机构等柔度曲线. 研究成果为机器人的性能分析, 避障, 轨迹规划等研究提供了有力的手段.

关键词: 机器人 机构 机构柔性

1 引言

机器人机构柔性是美国著名学者 J. Duffy 于 1987 年提出的新概念, 旨在研究机器人机构的柔性, 即当手部参考点达到某指定位置时各臂杆可能的运动空间, 据此研究机器人的避障能力与最佳路径规划等. 这是有相当难度的课题. 其难点在于要确定机构运动的包络体, 而此种包络体形状十分复杂, 无法用数个规则几何体来模拟它. 因此至今未见到这方面的文章, 尤其是关于多自由度机器人的柔度的定量分析.

本文绕过复杂的求包络体的解析法, 而采用近似的数值计算方法, 将上述包络体离散成各广义柱体, 通过求其和来近似定量确定机器人机构的柔度, 进而在机器人工作空间内利用网格法, 确定各网格点之机构柔度, 并以此画出工作空间内的等柔度曲线.

2 与柔度计算有关的问题

2.1 坐标系的设定及坐标变换

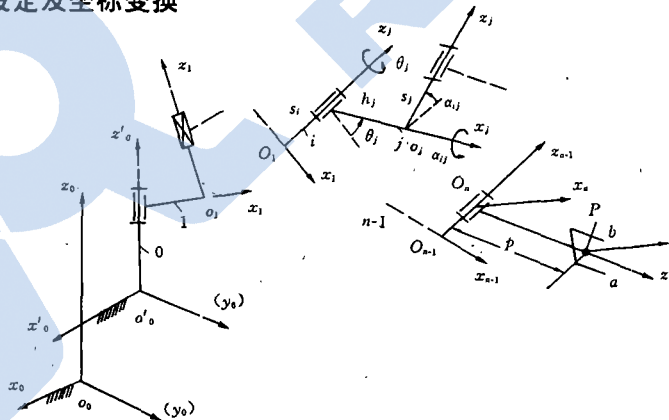


图 1 坐标系的设定

为研究机器人的运动, 在机器人的各个构件上均固结有相应的坐标系. 坐标系的设定采用 Denavit-Hartenberg 原则⁽²⁾, 如图 1 所示. 设在坐标系 $O_n X_n Y_n Z_n$ 中手部参考点 P 的坐标为 $(0, 0, p)^T$, 描述手部姿态的向量 a, b 的方向余弦分别为 $(0, 0, 1)^T, (1, 0, 0)^T$. 又设 P 点在参考

[†] 智能机器人机构研究网开放实验室资助课题. 收稿时间: 1992-09-18

坐标系 $O_0 X_0 Y_0 Z_0$ 中的坐标为 $(x, y, z)^T$, a, b 向量的方向余弦为 $(l, m, n)^T$ 与 $(u, v, w)^T$, 据此可写出手部夹持器的位姿矩阵如下:

$$\begin{bmatrix} x & l & u \\ y & m & v \\ z & n & w \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = [M_{00'}] [M_{00_1}] \cdots [M_{ij}] \cdots [M_{n-1,n}] \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ p & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

式中 M_{ij} 为 4×4 阶的坐标变换矩阵, 其一般形式为:

$$[M_{ij}] = \begin{bmatrix} \cos\theta_j & -\sin\theta_j \cos\alpha_{ij} & \sin\theta_j \sin\alpha_{ij} & h_j \cos\theta_j \\ \sin\theta_j & \cos\theta_j \cos\alpha_{ij} & -\cos\theta_j \sin\alpha_{ij} & h_j \sin\theta_j \\ 0 & \sin\alpha_{ij} & \cos\alpha_{ij} & S_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2.2 工作球及工作球的离散

设想将机器人手部参考点 P 与工作点用一个球铰相连接. 这样手的腕部(点 E , 如图 2(a) 所示)的所有可能运动轨迹将形成以 P 点为球心, 手部尺寸 h 为半径的球面, 称之为工作球. 工作球上的每一点对应一种末杆姿态. 我们的问题是要确定工作球上哪些区域对应的末杆姿态是机构可以实现的, 以此便可求得机构可达 P 点的空间集合. 因此, 为了实现定量分析, 进行数值计算, 需要将工作球表面离散成均匀分布的有限个点 n . 当 n 足够大时, 各离散点的状态就能近似地描述以它为中心的邻近小区域的性态. 工作球面的离散采取如下方法.

(1) 先把工作球面用 n 个水平平面, 按 $180^\circ/(n+1)$ 纬度差从极点开始切割, 截交出 n 个纬度圆 (n 应为奇数).

(2) 在每个纬度圆上按经圆上相邻纬度圆距离截取该纬度圆, 得一系列离散点.

每个纬度圆上的离散点数为

$$M_i = 2(n+1) \cos\left(\frac{\pi}{n+1}i\right) \quad (i = 0, 1, 2, \dots)$$

式中 M_0 为赤道上的分点数.

$i=1, 2, 3$ 分别表示由赤道向两极排序的纬度圆. 当 $(\frac{\pi}{n+1}i) = \frac{\pi}{2}$ 为两极点, 令此时 $M_i=1$.

2.3 末杆姿态与工作球面上对应点的关系⁽³⁾

为了求出机器人接近工作点 P 的各条可行路径, 要依次扫描计算各离散点. 为此必须确定末杆姿态 a, b 向量与工作球上 E 点球坐标 $E(\theta, \gamma)$ 之间的关系. 由文献[3]求得 a 向量:

$$[l, m, n]^T = [\sin\gamma \cos\theta \quad \sin\gamma \sin\theta \quad \cos\gamma]^T$$

b 向量的方向余弦 $[u, v, w]^T$ 为

$$\begin{aligned} u &= \left(\frac{mx_1}{ly_1} - \frac{n}{l}\right)w - \frac{m \cos\beta}{ly_1} \\ v &= \frac{\cos\beta}{y_1} - \frac{z_1}{y_1}w \\ w &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{aligned}$$

式中

$$\begin{aligned}
 a &= m^2 + n^2; & b &= -2\cos\beta \cdot m \sqrt{m^2 + n^2}; \\
 c &= (m^2 + l^2)(m^2 + n^2)\cos^2\beta - \beta l^2 n^2; \\
 y_1 &= \frac{-n}{\sqrt{m^2 + n^2}}; & z_1 &= \frac{m}{\sqrt{m^2 + n^2}}
 \end{aligned}$$

由以上各式可以看出,手部的姿态矩阵的各元素 l, m, n, u, v, w 均为球坐标 θ, γ, β 的函数,故只要令 γ, θ 按一定的步长变化,即可达到所有离散点,实现对整个工作球面扫描的目的.当 θ, γ 给定时,令 β 以一定步长变化,便可实现当前球面离散点对应的所有手部姿态(见图 2(b)).

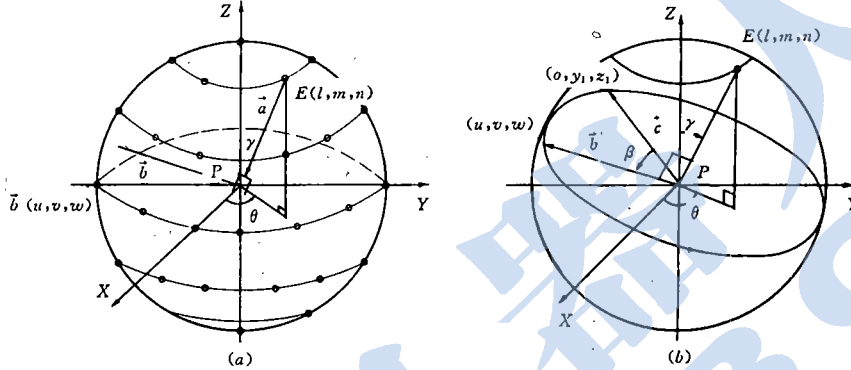


图 2 工作球的离散及其几何关系

3 机器人某点的柔度计算

3.1 柔度的定义

当机器人完成某一任务时,可以以多种末杆姿态去实现.现将每种可行的机构位形称为一条可行路径.对于工作点 P ,所有可行路径的包络空间称之为 P 点的可能碰撞区,意思是指在该区内的障碍可能碰撞.令其体积为 V ,则机器人在 P 点的柔度 $A_{r,p}$ 定义为

$$A_{r,p} = \frac{V}{\left(\sum_{i=1}^n l_i\right)^3}$$

式中 l_i 为机器人 i 杆臂的长度.由上式可知柔度的大小反映了机器人手臂达到工作点 P 的避障容障能力,也反映了手臂在该点的柔性程度.

3.2 柔度计算

由柔度定义可知,其分母值由结构参数 l_i 决定,故是已知的.柔度计算的关键在于要确定可能碰撞区体积 V 的大小.由于可能碰撞区的形体相当复杂,难以用简单几何体来加以描述.因此我们采用离散广义柱体求和的方法来近似确定可能碰撞区的大小.具体做法简述如下.

首先以 P 点为中心建立上述的工作球,并进行离散,扫描工作球上各离散点,得到各种末杆姿态,通过运动学反解求出各条可行路径及其对应的各组关节变量,这样便形成了该点对应的可能碰撞区.然而,仿医学上做 CT 切片一样,用一系列垂直 X 轴的平面去节割可能碰撞区,如图 3 所示.当切割平面数足够多,亦即切割平面间的距离足够小时,可将可能碰撞区切成许多薄片,由于这些薄片的底面形状是不规则的,所以称之为广义柱体.所有广义柱体体积之和即为可能碰撞区的体积,即

$$V = \sum_{i=1}^n v_i$$

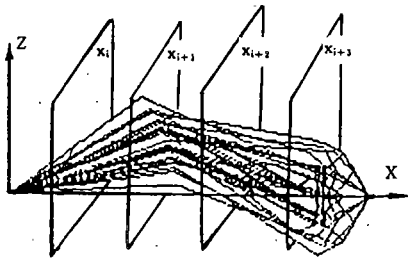


图3 广义柱体的生成

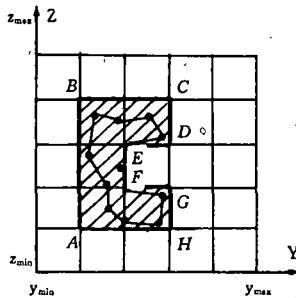


图4 广义柱体底面积的数值计算

式中 v_i 为第 i 个广义柱体的体积. 如果求得广义柱体的底面积为 S_i , 则广义柱体的体积为

$$v_i = S_i h_i$$

式中 h_i 为第 i 个广义柱体的高, 即两截面 X_i, X_{i+1} 之间的距离. 至此, 求解柔度值的问题便归结于求解各广义柱体的底面积 S_i .

S_i 可以通过切割平面与可能碰撞区的求交得到. 设 X 轴上的某切割平面为 $x=b$, 它与某条可行路径的交点坐标 (y, z) 可由下式确定:

$$\begin{cases} y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (b - x_1) + y_1 \\ z = \frac{z_2 - z_1}{x_2 - x_1} (b - x_1) + z_1 \end{cases}$$

式中 (x_1, y_1, z_1) 与 (x_2, y_2, z_2) 分别为被截交臂杆两端关节的坐标. 据此可求出所有交点 (有的可能不存在). 设交点有 k 个, 即 $(y_i, z_i), i=1, \dots, k$ 取其中 $Y_{\max}, Y_{\min}, Z_{\max}, Z_{\min}$ 为边界, 将其所围面积等分成 m 个网格, 每个网格称为一个单元面积. 如图 4 所示. 如果单元面积中包含一个或几个交点, 就近似认为该单元面积为可能碰撞区与切割面相交的面积. 只

要网格分得足够细, 这样的处理就越接近. 于是扫描所有单元面积, 将含有交点的单元面积 (即图 4 中的阴影部分) 进行累加, 便可求得近似的广义柱体的底面积 S_i .

4 柔度函数与等柔度曲线

为了研究机器人整个工作空间的柔度分布情况, 再次采用网格法, 将工作空间分割成 $m \times n \times k$ 个网格点 (m, n, k 分别为 x, y, z 向的网格数), 分别计算每个结点的柔度值, 便可求得下列柔度函数:

$$A_{r,p} = f(x, y, z)$$

当网格分得足够细时, 通过柔度函数便可掌握机器人在整个工作空间内的柔度分布情形.

为使用更方便直观, 可将柔度函数简化为二维变量的函数, 设 $y = \text{const}$, $A_{r,p} = f(x, z)$, 它表示在 $y = \text{const}$ 平面上的柔度分布. 在这些平面上通过柔度函数的不同值, 连结等值曲线, 即得一系列等柔度曲线, 以此描绘该平面上柔度的分布情况.

5 柔度分析软件

根据上述理论编制了应用软件并在 SGI 工作站上调试完成, 其主要功能由两部份组成:

(1) 对机器人工作空间任意点, 输入 (x, y, z) 便可算出该点柔度值, 并能同时绘制可能碰撞区的三维仿真图形.

(2) 对机器人某一 $y = \text{const}$ 截面进行柔度分析, 求出对应柔度分布值, 并绘制出等柔度曲线. 其中网格划分, 等柔度曲线条数均可由用户设定.

软体采用菜单结构,具有人机交互功能,且具有一定的通用性,能对各种典型多自由度机器人进行柔度分析.

6 算例:PUMA-560 型机器人的柔度分析*

PUMA-560 的机构简图见图 5,对应的结构参数与运动参数范围见表 1.

计算工作空间中三个工作点“1”,“2”,“3”的柔度值,其坐标及其对应计算结果列于表 2.

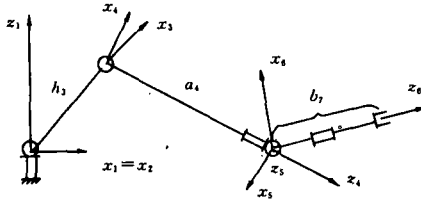


图 5 PUMA-560 机构简图

表 1 PUMA-560 结构参数与运动参数范围

	α	h	b	q_{min}	q_{max}
1	90°	-	0	-135°	135°
2	0°	0	0	-0°	90°
3	90°	80	0	-140°	140°
4	90°	0	$\alpha=101$	-180°	180°
5	90°	0	0	-115°	115°
6	-	0	0	-180°	180°
7	-	0	15.5	-	-

表 2 计算点坐标及其柔度值

工作点	坐标	柔度值
1	130,0,0	0.001733
2	130,30,20	0.002420
3	180,0,0	0.005841

对应工作点“1”,“2”,“3”的可能碰撞区的仿真图分别如图 6,图 7 和图 8 所示.由表 2 与图 6~8 中可以看出,工作点由 1→2→3,其可行路径明显增多,工作点“3”还出现了一个分支,柔度值显著提高.

PUMA-560 子午面上的等柔度曲线见图 9.

等柔度值列于图形的左侧,由上到下的柔度值是逐渐增加的,其对应的曲线是由外围向里移动.由图中可知工作空间上部的柔度明显大于下部.

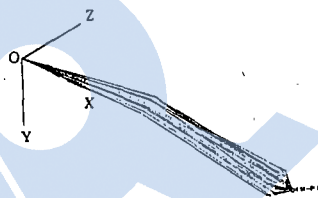


图 6 工作点“1”的可能碰撞区

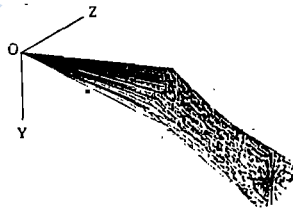


图 7 工作点“2”的可能碰撞区

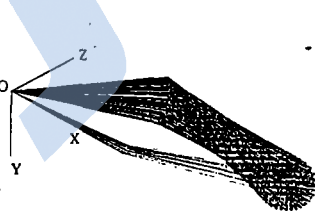


图 8 工作点“3”的可能碰撞区

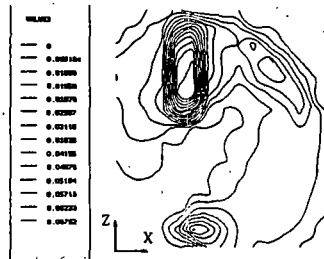


图 9 PUMA-560 子午面上的等柔度曲线

* 注:由于篇幅所限,只举此一例以说明

7 结论

通过多种类型的机器人计算验证⁽¹⁾,表明本文所提出的柔度计算方法,并配合图形显示技术,具有良好的使用效果.对于研究机器人的性能,避障,路径规划等提供了有效的手段.

参 考 文 献

- 1 吴 剑. 机器人工作空间几何特性研究. 北京航空航天大学毕业论文, 1992, 6
- 2 张启先. 空间机构的分析与综合(上册). 机械工业出版社, 北京, 1984, 3
- 3 饶 青. 机器人手臂的柔性及灵活性研究. 北京航空航天大学硕士学位论文, 1990, 3
- 4 [美]付京逊, R. C 冈萨雷斯, 等. 机器人学. 中国科技出版社, 北京, 1989, 10
- 5 Young L, Duffy J. A theory for the articulation of planar robots. *Journal of Mechanisms Transmissions and Automation in Design*, March 1987

STUDY OF FLEXIBILITY FOR ROBOT MECHANISM

WU Jian SUN Xingchu

(Institute of Robot, Beijing Univ of Aero & Astro, 100083)

Abstract

In this paper we study and initiate the quantitative calculating method of the flexibility of a robot manipulator with 6 degrees of freedom and develop the related software. Also, on the SGI working station, we have, with various typical articulated robot manipulators as examples, realized the quantitative analysis and graphic simulation of the flexibility and drawn iso-flexibility curves in the working space, to provide a tool for obstacle avoiding and path planning of robot.

Key words: robot mechanism flexibility of mechanism.

(本文第一作者吴 剑, 男, 25岁, 学士. 主要研究领域: 机器人技术.)

(上接第4页)

THE ERROR CONFIGURATION MODULE OF ROBOT MANIPULATORS AND ITS APPLICATION IN ACCURACY ANALYSIS AND SYNTHESIS

HUANG Zhen

(Yanshan University, Qinhuangdao 066004)

KONG Xianwen

(Southeast University).

Abstract

Based on the error analysis by means of influence coefficient method, a new concept-error configuration module is presented in the paper. The definition of the new concept is given, its characteristic and calculating formulas are discussed. Its application in accuracy analysis and synthesis are discussed as well. The application and design accuracy of the manipulators can be more improved.

Key words: robot error analysis

(本文第一作者黄 真, 男, 57岁, 教授, 系主任. 研究领域: 机器人机构学, 空间机构学.)