手指机构的速度操作灵巧性分析

李剑锋 张玉茹 张启先 (北京航空航天大学机器人研究所 北京 100083)

摘 要 在简要介绍开端钢缆传动结构及其特征矩阵的基础上,将操作臂速度可操作性椭球的 概念引入钢缆传动手指机构,给出了手指具有各向同性速度传递性质的条件.建立了开端钢缆传动中 各缆速间的协调关系,并根据缆速空间与指端速度空间之间的映射关系,给出了建立手指指端操作速 度矢量集合的方法.为评价指端实际的速度操作灵巧性,还提出新的度量指标,并结合算例介绍了对 手指机构进行操作灵巧性分析的方法.

关键词 多指手,手指机构,开端钢缆传动,速度操作灵巧性

1 引言

为保证多指手具有较紧凑的结构、较轻的重量和更好的操作灵活性,其手指机构一般由电机-钢缆-滑轮组成的传动链(以下简称钢缆传动结构)来驱动.从已研制出的多指手系统来看,较多地采用了开端钢缆传动结构.其中钢缆的一端与被动滑轮相联,另一端与电机相联,钢缆的绕行路径不封闭.采用开端传动结构驱动时,所需钢缆的数目大于手指机构的自由度数目. 文[1]证明,对于自由度为 *n* 的手指机构,实现完全控制所需的最少钢缆数目为 *n*+ 1.与闭端传动相比,开端传动可减轻传动的滞后现象和较大的钢缆预紧力,传动的精度和效率较高.

为衡量操作臂的操作灵巧性,研究者提出了许多度量指标.如可操作度^[2],最小奇异值^[3] 及雅克比矩阵的条件数^[4]等.这些指标很自然地被引入手指机构,文[5~8]等分别研究了手指 机构的运动学灵巧性设计及最佳操作位形的确定等问题,但均未考虑钢缆传动结构的影响.文 [9]首先注意到这一问题,并对开端传动手指机构的力操作灵巧位形问题进行了研究.

现有灵巧性指标,如雅克比矩阵的条件数等,描述的是手指机构的输入速度与输出速度之间的传递比例关系.并不能真正地反映指端在给定操作位形处所具有的实际灵巧操作能力.本文在对开端钢缆传动手指机构的速度灵巧操作位形进行分析的基础上,给出手指具有各向同性速度传递性质所必须满足的条件.然后,根据缆速空间与指端速度空间之间的映射关系及缆速的限制条件,给出建立手指指端实际操作速度矢量集合的方法.为评价手指机构在给定操作位形处实际的速度操作灵巧性,提出一个有效的度量指标——灵巧操作速度,并结合实例介绍手指机构操作灵巧性分析的方法.

2 钢缆传动结构及其运动学方程

钢缆传动结构的运动学性质与它的结构组成有关,可由传动结构的特征矩阵来描述.一般地,传动结构的特征矩阵是钢缆数目、滑轮数目及其尺寸参数、钢缆的绕行路径和手指位形的函数.为使其与手指位形无关,各钢缆需连续绕过其路径经过的各关节轴线上的滑轮^[10].

图 1 所示为由开端钢缆传动结构驱动的 n 自由度手指机构的(钢缆数目为 m, m> n). 钢

缆速度与手指关节速度之间的关系为

 $s = A_k \theta$ (1) 式中, $s = (s_1 s_2 \dots s_m)^T$ 为钢缆速度矢量, A_k 为开端传动结构的特征矩阵. 一般地, 有

$$A_{k} = \begin{pmatrix} \pm R_{11} & \pm R_{12} & \pm R_{13} & \dots & \pm R_{1n} \\ \pm R_{21} & \pm R_{22} & \pm R_{23} & \dots & \pm R_{2n} \\ \pm R_{31} & \pm R_{32} & \pm R_{33} & \dots & \pm R_{3n} \end{pmatrix}$$
(2)

$$(\pm R_{m1} \pm R_{m2} \pm R_{m3} \dots \pm R_{mn})$$



图1 开端钢缆传动结构

其中, *Rij*为第*i* 根钢缆绕行路径上, 第*j* 根关节轴线上的滑轮半径.特征矩阵各元素前的 "±"号选取规定如下, 设各关节轴线方向由纸面向外为正, 沿图示箭头方向拉动钢缆, 与绕关节轴线作逆时针方向转动的滑轮相对应的矩阵元素, 其符号取正.

在 *n* 对自由度手指机构实现完全控制的前提下,开端传动所需最少的钢缆数目为 *n*+ 1, 且特征矩阵 *A k* 应满足下述条件^[10].

(1) 矩阵 Ak 各列中的非零元素连续出现,即要求每根钢缆必须依次地绕过各关节轴线.

(2) A k 转置阵的秩为 n, 以保证钢缆张力存在有效解.

(3) A^k 的零空间至少存在一个矢量, 其各元素必须同号, 且皆不为零. 以便施加适当的零空间力, 使钢缆张力恒为正值.

满足上述要求的开端传动结构,其特征矩阵的一般形式为一个广义下三角阵

$$A_{k} = \begin{pmatrix} \pm R_{11} \\ \pm R_{21} & \pm R_{22} \\ \pm R_{31} & \pm R_{32} & \pm R_{33} \\ & & \ddots \\ \pm R_{n1} & \pm R_{n2} & \pm R_{n3} & \dots & \pm R_{nn} \\ \pm R_{(n+1)1} & \pm R_{(n+1)2} & \pm R_{(n+1)3} & \dots & \pm R_{(n+1)n} \end{pmatrix}$$
(3)

由式(1)可以看出,开端传动结构中各钢缆的速度不能任意给定,必须满足一定的协调关系.下 面建立由 *n*+1 根钢缆驱动的 *n* 自由度手指机构的缆速协调关系.

不失一般性,可任意给定 n 根钢缆的速度ⁱ $s=(s_1 s_2...s_{i-1} s_{i+1}...s_{n+1})^T$,由式(1)得

 (S_{n+1}) $(a_{(n+1)1} a_{(n+1)2} \dots a_{(n+1)n})$

式中, $a_{ij} = (\pm R_{ij})$. 将由上式求得的 $\hat{\theta} = {}^{i}A \bar{k} {}^{1's}$ 代入式(1)的第 i 行可得第 i 根钢缆的速度

$$\hat{s}_{i} = (a_{i1}a_{i2}...a_{in})^{i}A^{-1i}s^{\circ} = (b_{i1}b_{i2}...b_{i(i-1)}b_{i(i+1)}...b_{in})^{i}s^{\circ}$$
(5)

可称式(5)为前述开端传动结构的缆速协调关系式. 对于钢缆数目大于 *n*+1 的传动结构, 其缆 速协调关系式也可类似地建立.

3 速度可操作性椭球及各向同性速度传递条件

3 自由度手指机构关节速度与指端操作速度间的关系为

$$v = J\theta$$

式中, $v = R^3$ 为指端速度矢量, $\theta = R^3$ 为关节速度矢量, $J = R^{3\times3}$ 为手指的雅可比矩阵. 由式(1)及(6)有

$$\overset{\circ}{s} = A_k J^{-1} v$$

若令钢缆速度矢量的模为1,即 s^T s= 1,有

$$v^{\mathrm{T}} J^{-\mathrm{T}} A_{k}^{\mathrm{T}} A_{k} J^{-\mathrm{1}} v = 1$$

式(8)表明,当钢缆速度矢量的模为1时,对应的指端速度矢量位于一个三维椭球面上.类似于 文[2],称其为由钢缆传动手指机构的速度可操作性椭球.速度椭球的体积越大,则指端操作速 度与钢缆输入速度之间的效益比越大,手指机构在此位形处的速度可操作性越好.特别提出的 是,此处定义的速度可操作性椭球表示的是钢缆(而非手指关节)速度矢量的模为1时,指端可 实现的速度矢量的集合.但由式(5)表示的缆速协调关系可知, s^Ts=1是一个三维椭球,而并非 一个四维广义单位球.

由椭球方程(8)知,若手指机构在某一操作位形处有

$${}^{2}J^{-}{}^{T}A{}^{T}A{}J^{-1} = I$$
(9)

式中, c 为任意正数, A 为矩阵 A b 或 A k, I 为 3 × 3 的单位矩阵.则椭球方程对应于三维空间上 的一个半径为 c 的球.在此位形处,手指机构各个操作方向上的速度输入-输出效益比相同,误 差在各个操作方向上的传播机会也是均等的.因此,可以取得较好的伺服精度.这一位形即为 由钢缆传动的手指机构的灵巧操作位形.进一步可将式(9)写成

$$c^2 A^{\mathrm{T}} A = J^{\mathrm{T}} J \tag{10}$$

式(10) 可称为钢缆传动手指机构具有各向同性速度传递性质须满足的条件. 由以上分析可以 看出, 手指机构的灵巧操作位形不仅受手指杆长参数的影响, 还与所采用的钢缆传动结构的形 式, 钢缆绕行路径及滑轮尺寸参数有关. 因此, 在确定手指机构的灵巧操作位形时, 要综合地给 予考虑. 下面以 2 自由度手指机构为例对这一问题予以说明.

算例1

图 2 为一 2 自由度手指机构, 设杆长 l_{1} = 10, l_{2} = 10/ 2, 要求该手指机构由图 1 所示 ^Y 的开端钢缆传动结构驱动, 且灵巧操作位形为 θ = (30°135)^T. 此手指机构的雅克比矩阵为 $J = \begin{pmatrix} -l_{1s}\theta_{1} - l_{2s}(\theta_{1} + \theta_{2}) & -l_{2s}(\theta_{1} + \theta_{2}) \\ l_{1c}\theta_{1} + l_{2c}(\theta_{1} + \theta_{2}) & l_{2c}(\theta_{1} + \theta_{2}) \end{pmatrix}$

(11)

式中, s θ = sin θ , c θ = cos θ . 在位形(30 °135 °^T 处, $J^{T}J$ 为主对角线元素相等的对角阵. 现给定

图 2 2 自由度手指机构及开端钢缆传动结构



(8)

(7)

(6)

二组滑轮尺寸参数,分别对应于特征矩阵 A k1, A k2.

$$A_{k1} = \begin{bmatrix} 4 & \overline{3} & 0 \\ -2/ & \overline{3} & 2 \\ -2/ & \overline{3} & -2 \end{bmatrix}, A_{k2} = \begin{bmatrix} 2.4 & 0 \\ -2.5 & 2 \\ -1.5 & -2.5 \end{bmatrix}$$
(12)

由式(12)知, $A_{k1}^{T}A_{k1}$ 使式(10)成立, 而 $A_{k2}^{T}A_{k2}$ 则不满足.因此, 与特征矩阵 A_{k1} 对应的钢缆传动 结构满足要求.



图 3 为手指机构在位形(30°135)^T处,指端操作速度矢量在一个单位圆上时,前述两种 不同传动结构对应的钢缆输入速度曲线.可以看出,特征矩阵 A k1 对应的传动结构与特征矩阵 A k2对应的传动结构相比,虽然二者的钢缆数目,滑轮数目及各钢缆的绕行路径相同,但由于滑 轮尺寸参数的不同,手指机构在同一位形处的运动学性质是不同的.采用特征矩阵 A k1 对应的 传动结构,手指机构处于灵巧操作位形,钢缆输入速度的最大值较小,且各钢缆速度的变化规 律相同,波动也较为均匀.

4 指端操作速度矢量集合及灵巧操作速度

设 3 自由度手指机构开端钢缆传动结构的缆速限制为 si sio, i= 1, 2, 3, 考虑钢缆速度 间的协调运动关系,则缆速矢量集合可表示为

 $S_{s} = \{ s \ s_{i0} \ s_{i0} \ i = 1, 2, 3 \ (b_{41} \ b_{42} \ b_{43})^{4} s \ s_{40} \}$ (13)

以 sⁱ, s² 和 s³ 为直角坐标系的 3 个坐标轴, 由 sⁱ sⁱ0, i = 1, 2, 3 可在直角坐标系上建立一个长 方体. 又由缆速运动学协调关系式(5)及 s⁴ s⁴0有

$$\dot{s}_4 = b_{41}\dot{s}_1 + b_{42}\dot{s}_2 + b_{43}\dot{s}_3 \qquad (14)$$

则平面 $\hat{s}_{1=}\hat{s}_{10}, \hat{s}_{2=} \pm \hat{s}_{20}, \hat{s}_{3=} \pm \hat{s}_{30-}\hat{s}_{40=}b_{41}\hat{s}_{1} + b_{42}\hat{s}_{2} + b_{43}\hat{s}_{3}$ 及 $\hat{s}_{40=}b_{41}\hat{s}_{1} + b_{42}\hat{s}_{2} + b_{43}\hat{s}_{3}$ 围成图 4 所示的一个全封闭的凸多面体(此图为示意图,对于具体的钢缆传动结构及给定的缆速限制条 件, 凸多面体的形状可能不同, 但均可按此方法建立), 此凸多面体内任意一点对应的矢量($\hat{s}_{1}, \hat{s}_{2}, \hat{s}_{3}$)^T 均可做为钢缆的输入速度矢量, 相应的 \hat{s}_{4} 可由运动学协调关系求得, 而凸多面体外的点 对应的矢量则不能做为钢缆输入速度矢量. 这样一来, 所有可能的钢缆输入速度矢量都可纳入 由封闭的凸多面体表示的集合 S_{4} . 若坐标轴的选取不同(如选 $\hat{s}_{1}, \hat{s}_{2}, \hat{s}_{3}$ 等), 得到的凸多面体的 形状可能不同, 但在表示钢缆输入速度矢量集合方面, 它们是等价的.

根据钢缆速度与指端速度之间的关系式(4),(6)有

$$= J^4 A_k^{-14} s^{\circ}$$
(15)

式中, ${}^{4}s = (s_{1} s_{2} s_{3})^{T}, {}^{4}A \kappa$ 为由特征矩阵 $A \kappa$ 去掉第 4 行得到的矩阵.

由式(15)知,钢缆速度与指端速度之间是线性映射关系.

显然,映射矩阵 J⁴Aⁱ¹ 将钢缆速度矢量空间上的凸多面体 A₅映射成指端操作空间上的凸 多面体

$$S_{v} = \{ v \ v = J^{4}A^{\frac{1}{k}}s, s \ S_{s} \}$$
(16)

凸多面体 *S_n* 为考虑钢缆输入速度限制时,指端可实现的操作速度矢量的集合.由坐标原点至 凸多面体 *S_n* 边界面上任意一点 *p* 的模 *op* 即为指端在该矢量方向上可实现的最大操作速度.为评价指端的实际操作灵巧性,下面定义一个度量指标.

设凸多面体 *S_v* 边界面的数为 *k*, *h_i* 为由坐标原点 *o* 至凸多面体 *S_v* 第个 *i* 边界面的距离. 令

$$v_a = \min(h_1, h_2, \dots, h_k)$$
 (17)

可知,以坐标原点为中心,以 v a 为半径的球是内含于凸多面体 S p 的最大球.因此, v a 为指端在 各方向均可实现的最大操作速度.这一指标反映了手指机构在给定操作位形处的实际操作灵 巧性,可称其为灵巧操作速度.

由空间几何原理知,过空间任意 3 点 *M*₁(*x*₁*y*₁*z*₁), *M*₂(*x*₂*y*₂*z*₂), *M*₃(*x*₃*y*₃*z*₃) 的平面方程 为

式(18)可写成平面方程的一般形式 Ax + By + Cz + D = 0, 坐标原点 o 到任意平面 Ax + By + Cz + D = 0 的距离可由下式求得:

$$h = \frac{D}{\overline{A^2 + B^2 + C^2}}$$
(19)

下面给出一个速度操作灵巧性分析实例.

算例2

图 5 为一 3 自由度手指机构,设各杆长分别为 $l_{1}=10/2$, $l_{2}=10$, $l_{3}=10/2$.在图示 位形处, $\theta_{1}=90$, $\theta_{2}=45$, $\theta_{3}=135$?采用图示开端钢缆传动结构驱动,设各钢缆输入速度限制 为 $s_{i}=2$, i=1,2,3, $s_{4}=4$. 对应的特征矩阵为

$$A_{k} = \begin{bmatrix} \frac{9}{2} & 0 & 0\\ \frac{-3}{2} & \frac{-3}{6} & \frac{-3}{3} & 0\\ \frac{-3}{2} & \frac{-3}{6} & \frac{-3}{2} & \frac{-3}{2} \end{bmatrix} (20)$$
$$\begin{pmatrix} 20\\ \frac{-3}{2} & \frac{-3}{6} & \frac{-3}{2} & -\frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

相对于图示的坐标系,手指机构的雅克比矩阵



为

$$J = \begin{pmatrix} -\left[l_1 + l_2c\Theta_2 + l_3c(\Theta_2 + \Theta_3)\right]s\Theta_1 & -\left[l_2s\Theta_2 + l_3s(\Theta_2 + \Theta_3)\right]c\Theta_1 & -l_3s(\Theta_2 + \Theta_3)c\Theta_1\\ \left[l_1 + l_2 + l_3c(\Theta_2 + \Theta_3)\right]c\Theta_1 & -\left[l_2s\Theta_2 + l_3s(\Theta_2 + \Theta_3)\right]s\Theta_1 & -l_3s\Theta_1s(\Theta_2 + \Theta_3)\\ 0 & l_2c\Theta_2 + l_3c(\Theta_2 + \Theta_3) & l_3c(\Theta_2 + \Theta_3) \end{pmatrix}$$

图 6 为按前述方法得到的钢缆输入速度凸多面体及手指机构在给定位形处指端的操作速度凸 多面体.



其中, 凸多面体顶点 p1- p12的坐标为:

 $p_1(-7.6976 - 10.8862 - 9.4278); p_2(0 - 8.1649 - 14.1418); p_3(-7.6976 - 2.7216 - 14.1418); p_4(7.6976 2.7216 14.1418); p_5(7.6976 10.8862 9.4278); p_6(0 8.1646 14.1418); p_7(-7.6976 - 10.8862 0); p_8(7.6976 - 5.4430 9.4282); p_9(-7.6976 5.4430 9.4278); p_{10}(7.6976 - 5.4430 - 9.4278) p_{11}(7.6976 10.8862 0); p_{12}(-7.6976 5.4430 - 9.4278).$

由以上坐标值及式(18),(19)可求得指端在此位形处的灵巧操作速度为 v_a = 7.6976.进 一步还可求得指端能实现的最大操作速度 v_{max} = 16.329.

5 结论

手指机构采用不同的钢缆传动结构,其运动学性质是不同的.手指机构的灵巧操作位形不 仅受杆长参数的影响,还与采用的钢缆传动结构有关.通过将单臂机器人速度可操作性椭球的 概念引入钢缆传动手指机构,本文给出了手指机构具有各向同性速度传递性质的条件,可根据 此条件选择适当的钢缆传动结构.

现有的灵巧性指标描述的是关节输入速度与指端输出速度之间的效益比例关系,并不能 反映指端实际的速度操作灵巧性.基于缆速协调运动关系及缆速与指端操作速度之间的线性 映射关系,可按文中给出的方法建立给定操作位形处在考虑钢缆输入速度限制时,指端的实际 操作速度凸多面体 *S*_e,此多面体可描述手指机构在给定位形处的实际速度操作能力.由给出 的实例可以看出,文中提出的度量指标——灵巧操作速度 *v*_e 可有效地评价指端实际的速度操 作灵巧性.本文的研究表明,手指机构具有好的速度操作灵巧性应满足两个条件,首先,处于灵 巧操作位形;其次,应具有较大的灵巧操作速度.

(21)

参考文献

- 1 Morecki A, Busko Z. Synthesis and Control of the Anthropomorphic Two-Handed Manipulator. Proc of 10th Int Symposium on Industrial Robots, 1980: 461~474
- 2 Yoshikaw T. Manipulability of Robotic Mechanisms. Int J of Robotics and Research, 1985, 4(2): 3~9
- 3 Klein C A, Blaho B E. Dexterity Measures for the Design and Control of Kinematically Redundant Manipulators. Int J of Robotics and Research, 1987, 6(2)
- 4 Angeles C, Rojas A A. Manipulator Inverse Kinematics via Condition Number Minimization and Condition. Proc of IEEE Conf On Robotics and Automation, 1987: 61~69
- 5 Salisbury J, Craig J. Articulated Hands: Force Control and Kinematic Issues. Int J of Robotics and Research, 1982, 1 (1): 4~17
- 6 Li Z X, Sastry S. Task Orinted Optimal Grasping by Multi-fingered Robot Hand. Proc of IEEE Conf on Robotics and Automation, 1988: 589 ~ 596
- 7 Mcaree P R, Samuel A E, Hunt K H. A Dexterity Measure for the Kinematic Control of a Multifinger, Multifreedom Robot Hand. Int J of Robotics and Research, 1991, 10(5): 439~453
- 8 Kircanski M V. Robotic Isotropy and Optimal Robot Design of Planar Manipulators. Proc of IEEE Conf on Robotics and Automation, 1994: 1100 ~ 1105
- 9 Yeong-Jeong O, Lung-Wen T. Kinematic Synthesis of Tendon-Driven Manipulators with Isotropic Transmission Characteristics. ASME J of Mechanical Design, 1993, 115: 884 ~ 891
- 10 Lee J, Lung-Wen T. On the Structural of Tendon-driven Manipulators Having Pseudo-triangular Matrix. Int J of Robotics and Research, 1991, 10(3): 255 ~ 262

DEXTERITY ANALYSIS ON MANIPULATING VELOCITIES OF FINGER MECHANISMS

LI Jianfeng ZHANG Yuru ZHANG Qixian

(Robotics Institute, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083)

Abstract Based on a brief illustration of open-end tendon transmission structures and their characteristic matrices, the concepts of velocity manipulability ellipsoids are introduced into tendon-driven finger mechanisms, and the condition for tendon-driven fingers to have isotropic velocity transformation characteristics is given. In terms of the mapping relationship between tendon velocity space and fingertip velocity space, and the kinematic coordinated equation established for the tendons of open-end transmission, the method to set up the velocity vector set of fingertip at any configuration of the finger is proposed. In order to evaluate the real velocity manipulating dexterity of the fingertip, a new quality measure is also presented, and examples are given to illustrate the analysis method of the manipulating dexterity of finger mechanisms.

Key words Multi-fingered hand, finger mechanism, open-end tendon transmission, dexterity of manipulating velocity

作者简介

李剑锋: 男,34岁,博士研究生.研究领域:机器人机构运动学、动力学、多指手(机器人)协调操作. 张玉茹: 女,40岁,教授,博士生导师.研究领域:机械系统运动学、动力学、机器人学. 张启先: 男,72岁,院士.研究领域:机构学,机器人学.