机器人的独立关节极点配置自校正控制方案

刘美华　　林威

（国防科技大学自动控制系，长沙）　（复旦大学数学系，上海）

摘要　本文采用独立关节极点配置自校正控制方式，提出了两种对文献〔1〕改进的机器人控制方案。仿真研究和算法的在线计算量估计，显示了其控制有效性和算法简易性。最后给出了前馈额定力矩离线计算、在线自校正控制算法采用多CPU并行处理的实现方案。

关键词：机器人，非线性控制系统，自校正控制，前馈补偿，极点配置，并行处理。

1　引言

应用自校正控制设计机器人控制器不需要准确的机器人动力学模型，而且便于在计算机上实现，近年来引起了人们的重视[1-5]。Koivo等[2]和刘[3]提出了不同的机器人自校正控制方案。由于他们将机器人非线性动力学直接用线性时变差分模型等效，其等效线性系统参数快速时变，而这两种方案中并未提出能有效地跟踪快速时变参数的控制算法，因而其控制性能受到很大的影响。Lee等[4]的方案基于机器人的摄动状态方程提出，其控制效果良好，但其计算量过大而有待进一步改进[5]。

作者在文献〔1〕中提出了机器人的典范型多变量差分模型和典范型多变量摄动差分模型，并给出了两种与之对应的机器人联合关节自校正控制方案。为了便于实现，本文在文献〔1〕的基础上提出了既具有良好控制性能，又算法简单、易于实现的机器人独立关节自校正控制。其自校正律由极小化某广义性能指标得到，而性能指标中的加权因子在线调整，实现了闭环极点配置；并通过引入多CPU并行处理，提出了有效的实现方案。

2　机器人独立关节自校正控制方案（Ⅰ）

对于N自由度机器人，其一般形式的拉格朗日动力学方程可表达为

$$D(q)\ddot{q}+Q(q,\dot{q})+G(q)=u(t) \quad (2\text{-}1)$$

其中，N维向量q、$\dot{q}$、$\ddot{q}$、$u(t)$、$Q(q,\dot{q})$以及$G(q)$分别表示关节位移、关节速度、关节加速度、关节输入力矩、哥氏和向心作用力以及重力；$D(q)$为$N\times N$惯量矩阵。

按文献〔1〕中的推导，从机器人的非线性动力学方程(2-1)出发，可以提出如下一般形式的输入-偏差输出差分模型

$$\begin{pmatrix} A_{11}(z^{-1}) & \cdots & A_{1N}(z^{-1}) \\ & \cdots & \\ A_{N1}(z^{-1}) & \cdots & A_{NN}(z^{-1}) \end{pmatrix}\delta_y(k)=$$

$$\begin{pmatrix} z^{-m11}B_{11}(z^{-1}) & \cdots & z^{-m1N}B_{1N}(z^{-1}) \\ & \cdots & \\ z^{-mN1}B_{N1}(z^{-1}) & \cdots & z^{-mNN}B_{NN}(z^{-1}) \end{pmatrix}u(k)$$

$$+d+\xi(k) \quad (2\text{-}2)$$

其中，$\delta y(k)=y(k)-y^d(k)$为输出偏差向量，$y(k)$和$y^d(k)$分别为实际输出和希望输出向量，它们可以是关节变量及（或）其导数，其中希望输出由轨迹规划提供；d为包含重力作用和非线性耦合作用在内的N维强制作用项；z^{-1}为向后移位算子，即$z^{-1}u(k)=u(k-1)$，k指第k采样时刻；m_{ij}为关节j的输入u_j到关节i的输出偏差δy_i之间的时间延迟，为采样周期T的整数倍，$A_{ij}(z^{-1})$和$B_{ij}(z^{-1})$为未知z^{-1}多项式，$i,j=1,\cdots,N$；$\xi(k)$为N维向量，包含外界干扰和建模误差。

式(2-2)给出了机器人动力学的一个N输入N输出线性描述，由此模型或由其典范型模型[1]直接进行自校正控制器设计都因具有过大的计算量而难以实现。因此，本文采用独立

收到本文的时间是1987年2月26日。

关节控制方式，对机器人每个关节子系统提出如下差分模型（$i=1,\cdots,N$）：

$$A_i(z^{-1})\delta y_i(k)=z^{-m_i}B_i(z^{-1})u_i(k)+h_i+\xi_i(k) \qquad (2\text{-}3)$$

其中

$$h_i=d_i+\sum_{j\neq i}\{z^{-m_{ij}}B_{ij}(z^{-1})u_j(k)-A_{ij}(z^{-1})\delta y_j(k)\} \qquad (2\text{-}4)$$

$\xi_i(k)$ 和d_i分别为 $\xi(k)$ 和d 的第 i 分量；时间延迟 $m_i=m_{ii}$；多项式 $A_i(z^{-1})=A_{ii}(z^{-1})$，$B_i(z^{-1})=B_{ii}(z^{-1})$，且具有如下一般形式

$$X(z^{-1})=x_0+x_1z^{-1}+\cdots+x_{nx}z^{-nx} \qquad (2\text{-}5)$$

其中，$a_{i0}=1$，$b_{i0}\neq0$，$n_{A_i}=n_{B_i}=n_i$；$\xi_i(k)$可假定为零均值白噪声过程。

对于系统（2-3），考虑与文献〔1〕中相同的最优化性能指标

$$J_i=E\{[P_i(z^{-1})\delta y_i(k+m_i)]^2+[Q_i'(z^{-1})u_i(k)]^2\} \qquad (2\text{-}6)$$

其中，$P_i(z^{-1})$和$Q_i'(z^{-1})$分别为n_{P_i}阶和n_{Q_i}'阶z^{-1}多项式，且$P_{i0}=1$；E为数学乘期望算子。

类似文献〔1〕中的推导，定义辅助系统

$$\phi_i(k+m_i)=P_i(z^{-1})\delta y_i(k+m_i)+Q_i(z^{-1})u_i(k) \qquad (2\text{-}7)$$

和恒等式

$$P_i(z^{-1})=A_i(z^{-1})F_i(z^{-1})+z^{-m_i}G_i(z^{-1}) \qquad (2\text{-}8)$$

其中，$Q_i(z^{-1})=q_{i0}'Q_i'(z^{-1})/b_{i0}$；$F_i(z^{-1})$和$G_i(z^{-1})$分别为$m_{i-1}$和$n_{i-1}$阶$z^{-1}$多项式，且$f_{i0}=1$。

由（2-3），（2-7）及（2-8）诸式得

$$P_i(z^{-1})\delta y_i(k+m_i)=F_i(z^{-1})B_i(z^{-1})\cdot u_i(k)+G_i(z^{-1})\delta y_i(k)+\gamma_i+F_i(z^{-1})\cdot \xi_i(k+m_i) \qquad (2\text{-}9)$$

$$\phi_i(k+m_i)=H_i(z^{-1})u_i(k)+G_i(z^{-1})\delta y_i(k)+\gamma_i+F_i(z^{-1})\xi_i(k+m_i) \qquad (2\text{-}10)$$

其中

$$H_i(z^{-1})=F_i(z^{-1})B_i(z^{-1})+Q_i(z^{-1}) \qquad (2\text{-}11)$$

$$\gamma_i=F_i(z^{-1})h_i=F_i(1)h_i \qquad (2\text{-}12)$$

将（2-9）式代入性能指标J_i，注意到(2-9）式中右端末项与其前各项线性无关，并令$\partial J_i/\partial u_i(k)=0$，得到如下最优控制律：

$$H_i(z^{-1})u_i(k)+G_i(z^{-1})\delta y_i(k)+\gamma_i=0 \qquad (2\text{-}13)$$

将（2-13）式确定的控制律代入方程（2-3），得到如下闭环系统方程：

$$[A_i(z^{-1})Q_i(z^{-1})+B_i(z^{-1})P_i(z^{-1})]\cdot\delta y_i(k)=Q_i(z^{-1})h_i+H_i(z^{-1})\xi_i(k) \qquad (2\text{-}14)$$

选取$P_i(z^{-1})$和$Q_i(z^{-1})$，使得如下极点配置方程得到满足：

$$A_i(z^{-1})Q_i(z^{-1})+B_i(z^{-1})P_i(z^{-1})=\alpha_iT_i(z^{-1}) \qquad (2\text{-}15)$$

其中，$T_i(z^{-1})$为给定希望特征多项式，α_i为待定系统。若取

$$n_{P_i}=n_{Q_i}=n_i-1,\quad n_{T_i}=2n_i-1 \qquad (2\text{-}16)$$

那么方程（2-15）有唯一解。考虑到$A_i(z^{-1})$和$B_i(z^{-1})$都未知，在方程（2-15）两边同乘$F_i(z^{-1})$，得

$$H_i(z^{-1})P_i(z^{-1})-z^{-m_i}G_i(z^{-1})Q_i(z^{-1})=\alpha_iT_i(z^{-1})F_i(z^{-1}) \qquad (2\text{-}17)$$

由（2-8）和（2-17）两式有$\alpha_i=h_{i0}$，于是

$$H_i(z^{-1})P_i(z^{-1})-z^{-m_i}G_i(z^{-1})Q_i(z^{-1})=h_{i0}T_i(z^{-1})F_i(z^{-1}) \qquad (2\text{-}18)$$

因此，对于给定的闭环特征多项式$T_i(z^{-1})$通过求解（2-18)式以调整$P_i(z^{-1})$和$Q_i(z^{-1})$便可实现闭环极点配置。另外，为了消除强制项h_i对闭环系统的影响，可取$Q_i(z^{-1})=q_{i0}(1-z^{-1})$（这时，$P_i(z^{-1})$的阶次应当相应升高，以保证方程（2-18）的可解性），这实际上是在前馈回路引入一个积分环节。

由（2-13）式获取控制律以及按（2-18）式求解$P_i(z^{-1})$、$Q_i(z^{-1})$及$F_i(z^{-1})$都要求已知$H_i(z^{-1})$、$G_i(z^{-1})$及γ_i，这些控制器

参数由辨识算法提供。从（2-10）式可以看出，辅助系统（2-7）极小化性能指标 $E\{\phi_i^2 \cdot (k+m_i)\}$ 得到的最小方差控制律同样由（2-13）式给出。于是，提出如下估计模型

$$\phi_i(k)=H_i(z^{-1})u_i(k-m_i)+$$
$$+G_i(z^{-1})\delta y_i(k-m_i)+\gamma_i+\varepsilon_i(k)=$$
$$=-\overline{X}_i^T(k-m_i)\theta_i+\varepsilon_i(k) \tag{2-19}$$

其中数据向量和参数向量分别定义为

$$\overline{X}_i(k)=[u_i(k)\cdots u_i(k-n_{Hi});\ \delta y_i(k)\cdots \delta y_i(k-n_{Gi});1]^T \tag{2-20}$$

$$\theta_i=[h_{i0}\cdots hin_{Hi};\ g_{i0}\cdots gin_{Gi};\gamma_i]^T \tag{2-21}$$

采用最小二乘辨识算法，参数递推公式如下：

$$\widehat{\theta}_i(k)=\widehat{\theta}_i(k-1)+M_i(k)[\phi_i(k)-$$
$$-\overline{X}_i^T(k-m_i)\widehat{\theta}_i(k-1)] \tag{2-22}$$

$$M_i(k)=\overline{P}_i(k-1)\overline{X}_i(k-m_i)[\rho+\overline{X}_i^T(k-$$
$$-m_i)\overline{P}_i(k-1)\ \overline{X}_i(k-m_i)]^{-1} \tag{2-23}$$

$$\overline{P}_i(k)=\overline{P}_i(k-1)[I-\overline{X}_i(k-m_i)$$
$$M_i^T(k)]/\rho \tag{2-24}$$

其中，$0.9\leqslant\rho\leqslant1$ 为遗忘因子。

然而，以上辨识算法需要事先已知 $P_i(z^{-1})$ 和 $Q_i(z^{-1})$，因而有必要设定 $P_i(z^{-1})$ 和 $Q_i(z^{-1})$ 的初值。整个控制算法总结如下：

①轨迹规划、设定辨识及 $P_i(z^{-1})$ 和 $Q_i(z^{-1})$ 的初值；$(i=1,\cdots,N)$；

②按（2-7）式形成 $\phi_i(k)$，并由(2-22)～(2-24)式估计控制器参数 $H_i(z^{-1})$、$G_i(z^{-1})$ 及 $\gamma_i\ (i=1,\cdots,N)$；

③按（2-13）式产生控制律 $u_i(k)$ $(i=1,\cdots,N)$；

④* 解方程（2-18），得到 $P_i(z^{-1})$ 和 $Q_i(z^{-1})$ 的校正值 $(i=1,\cdots,N)$；

⑤置 $k=k+1$，返回②。

其中，第④步可以每隔几个采样周期进行一次，以减小在线计算量。通过仿真，可取 $n_i=2$，$m_i=1$，$i=1,\cdots,N$。这时，整个控制算法实现一次需要做146N次加减运算和205N次乘除运算。对于六自由度机器人，算法在PDP 11/45计算机上用FORTRAN语言浮点运算一次需要时间约13.4ms（876次加减和1230次乘除）。考虑到系统分解的引入已将整个机器人系统分解成 N 个相互独立的子系统，由此设计的各关节自校正控制器也相互独立。因此，对于每一关节子系统，可以设定一个CPU（如价格便宜的单片机）来实行并行处理。这时，算法在PDP11/45计算机上用FORTRAN语言实现一次仅需时间约2.2ms（146次加减和205次乘除）。该方案完全满足高速机器人运动的快速伺服要求。

3　机器人独立关节自校正控制方案（Ⅱ）

由于机器人是一个关节间具有强耦合的非线性系统，为了得到较好的逼近，上节中线性化解耦模型（2-3）仍具有快速时变参数。为此，本节按文献[1]引入了前馈额定力矩补偿方法，基于参数变化较慢的摄动解耦差分模型，对上节方案提出了改进。

通过引入前馈额定力矩补偿，对机器人动力学方程（2-1）沿希望轨迹线性化，可提出如下一般形式的摄动差分模型[1]

$$\begin{pmatrix} A_{11}(z^{-1})\cdots A_{1N}(z^{-1}) \\ \cdots \\ A_{N1}(z^{-1})\cdots A_{NN}(z^{-1}) \end{pmatrix}\delta y(k)$$
$$\begin{pmatrix} z^{-m11}B_{11}(z^{-1})\cdots z^{-m1N}B_{1N}(z^{-1}) \\ \cdots \\ z^{-mN1}B_{N1}(z^{-1})\cdots z^{-mNN}B_{NN}(z^{-1}) \end{pmatrix}\cdot$$
$$\delta u(k)+\zeta(k) \tag{3-1}$$

其中 $\zeta(k)$ 为 N 维向量，包含外界干扰和建模误差。

引入系统分解，将模型（3-1）用 N 个相互独立的子系统表示 $(i=1,\cdots,N)$：

$$A_i(z^{-1})\delta y_i(k)=z^{-m_i}B_i(z^{-1})\delta u_i(k)+$$
$$+\xi_i(k) \tag{3-2}$$

其中

$$\xi_i(k)=\zeta_i(k)+\sum_{j\neq i}\{z^{-m_{ij}}B_{ij}(z^{-1})\delta u_j(k)-A_{ij}(z^{-1})\delta y_j(k)\}\tag{3-3}$$

$\zeta_i(k)$为$\zeta(k)$的第i分量，$\xi_i(k)$ 可假定为零均值白噪声过程。除特别指明外，本节所用符号与上节定义相同。

对于系统（3-2），考虑文献〔1〕中方案Ⅱ的性能指标

$$J_i=E\{[P_i(z^{-1})\delta y_i(k+m_i)]^2++[Q_i'(z^{-1})\delta u_i(k)]^2\}\tag{3-4}$$

类似上节推导，最优控制律由下式给出：

$$H_i(z^{-1})\delta u_i(k)+G_i(z^{-1})\delta y_i(k)=0\tag{3-5}$$

而控制器参数基于如下估计模型辨识得到

$$\phi_i(k)=H_i(z^{-1})\delta u_i(k-m_i)++G_i(z^{-1})\delta y_i(k-m_i)+\varepsilon_i(k)==\overline{X}_i^T(k-m_i)\theta_i+\varepsilon_i(k)\tag{3-6}$$

这里

$$\phi_i(k)=P_i(z^{-1})\delta y_i(k)+Q_i(z^{-1})\delta u_i(k--m_i)\tag{3-7}$$

$$\overline{X}_i(k-m_i)=[\delta u_i(k-m_i)\cdots\delta u_i(k-m_i--n_{Hi});\ \delta y_i(k-m_i)\cdots\delta y_i(k--m_i-n_{Gi})]^T\tag{3-8}$$

$$\theta_i=[h_{i0}\cdots h_{inHi};\ g_{i0}\cdots g_{inGi}]^T\tag{3-9}$$

参数递推公式由（2-22）～（2-24）式给出。闭环系统方程为

$$[A_i(z^{-1})Q_i(z^{-1})+B_i(z^{-1})P_i(z^{-1})]\cdot\delta y_i(k)=H_i(z^{-1})\xi_i(k)\tag{3-10}$$

同样地，$P_i(z^{-1})$和$Q_i(z^{-1})$ 可通过求解方程（2-18）得到在线调整，实现闭环极点配置。现将整个控制算法汇列如下：

（1）轨迹规划、设定初值；

（2a）按递推牛顿-欧拉方程计算额定力矩$u^d(k)$；

（2b）按自校正控制算法计算修正力矩$\delta u(k)$；

（2b.1）按(3-7)式形成辅助输出$\phi_i(k)$，$i=1,\cdots,N$；

（2b.2）按估计模型（3-6）辨识控制器参数$H_i(z^{-1})$；和$G_i(z^{-1})$，$i=1,\cdots,N$；

（2b.3）由（3-5）式获取自校正律，$\delta u_i(k)$，$i=1,\cdots,N$；

（2b.4）解方程（2-18）得到$P_i(z^{-1})$和$Q_i(z^{-1})$的校正值，$i=1,\cdots,N$；

（3）施加关节输入力矩$u(k)=u^d(k)+\delta u(k)$；

（4）置$k=k+1$，返回（2a）。

其中，极点配置方程（2-18）的求解可每隔几个采样周期进行一次。额定力矩$u^d(k)$ 计算一次需做$109N-22$次加减和$126N-20$次乘除，而修正力矩$\delta u(k)$计算一次需做 $110N$ 次加减和 $156N$ 次乘除（二阶模型、单位延时情形）。由于这两部分的计算相互独立，可采用两个微处理器并行处理，而整个控制算法的在线计算时间将取决于两者中较大的一个，即$\delta u(k)$ 的计算。这时，对于六自由度机器人，控制算法在PDP11/45计算机上用FORTRAN语言浮点运算一次需要时间约10.2ms（660次加减和936次乘除）。进一步，由于各关节自校正控制器相互独立，对于每一关节子系统可以设定一个CPU（如单片机）来实行并行计算。在这种情况下，整个算法的在线计算时间将取决于$u^d(k)$的计算；对于六自由度机器人，算法在PDP11/45计算机上用FORTRAN语言实现一次仅需时间约8.5ms（614次加减和736次乘除）。而$u^d(k)$的计算同样可通过引入多CPU实现并行处理；考虑到这种并行处理算法较复杂，一种更加有效的实现方法是离线计算$u^d(k)$，存入计算机，因为$u^d(k)$的计算不涉及任何在线信息。这时，整个算法的在线计算时间将完全取决于自校正控制算法本身各CPU上的计算量，即110次加减和156次乘除，在PDP11/45计算机上用FORTRAN语言浮点运算一次的时间仅仅约1.7ms。而且在这种实现方案下，整个控制算法的在线计算时间不随机器人自由度的增加而增加。

4　仿真结果

为了便于比较，本文采用与文献〔1〕中完全相同的三自由度PUMA式机器人作为仿真对象，且具有完全相同的希望轨迹和负载条件。该机器人的结果如图 1 所示，其参数如下：$I^1=0.2\mathrm{kg\cdot m^2}$，$m_2=10\mathrm{kg}$，$m_3=8\mathrm{kg}$，$m_H=2\ \mathrm{kg}$，$l_2=l_3=0.5\mathrm{m}$，其中，$I_1$ 为杆 1 对其转轴的转动惯量，m_i和l_i $(i=2,3)$ 分别表示杆 i的质量和长度，m_H为手爪质量。作用负载由两部分组成：3kg恒定负载和均方差为2kg的零均值随机负载。希望轨迹为一个圆：$x^2+z^2=0.4^2$，$y=0.5$（以米计），整个圆要求在2s内完成。

以关节位移（如图1中、q_1、q_2和q_3所示）作为输出。通过仿真，模型（2-3）和（3-2）的阶次可取为$n_i=2$，$m_i=1$，$i=1,2,3$.

取特征多项式 $T_1(z^{-1})=1-1.96z^{-1}+0.98z^{-2}$，$T_2(z^{-1})=1-1.94z^{-1}+0.99z^{-2}$；$T_3(z^{-1})=1-1.78z^{-1}+0.89z^{-2}$；遗忘因子 $\rho=0.945$；$P_i(z^{-1})$和$Q_i(z^{-1})$的初值以及辨识初值选取如下：$p_{i1}=q_{i1}=0$，$i=1,2,3$；$q_{10}=0.0015$，$q_{20}=q_{30}=0.0005$；$\overline{X}_i(0)=0$，$\hat{\theta}_i(0)=[1\ \cdots\ 1]^T$，$\overline{P_i}(0)=10^{10}I$，$i=1,2,3$。考虑到准确的初值是不可能得到的，为了获得较好的控制效果，在机器人起动时可以引入一段“预学习”过程[1]。取“预学习”时间0.15s，采用方案Ⅰ时的仿真结果如图2～6 中点划线所示，而图中实线为运用方案Ⅱ时的仿真曲线，虚线为希望曲线。显而易见，方案Ⅱ具有远远优于方案Ⅰ的控制效果。这种优越的控制效果正是因为方案Ⅱ引入了前馈额定力矩补偿，比较充分地利用了可得到的模型信息的结果。另外，通过比较便可发现，本文提出的独立关节自校正控制方案具有与其相应的联合关节自校正控制方案[1]相当的控制性能。因此，考虑到其算法简易性，本文的方案远远优于文献〔1〕中给出的方案。

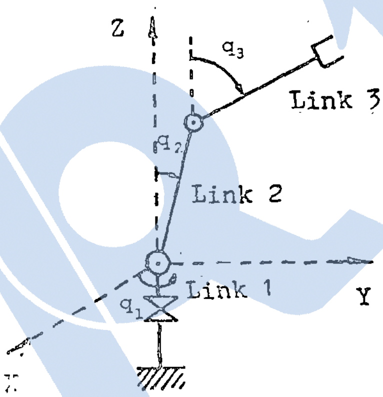

图1　仿真用机器人示意图

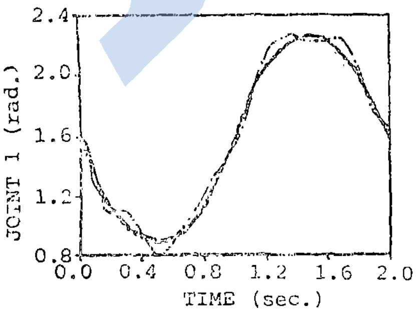

图 2　关节 1 跟踪情况

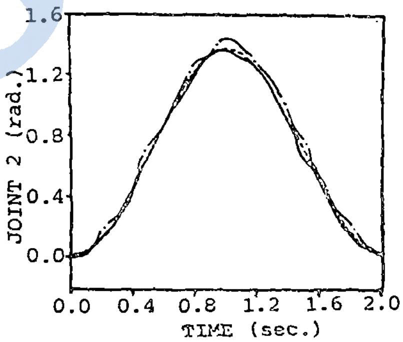

图 3　关节 2 跟踪情况

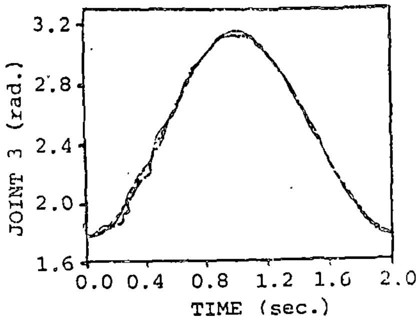

图 4　关节 3 跟踪情况

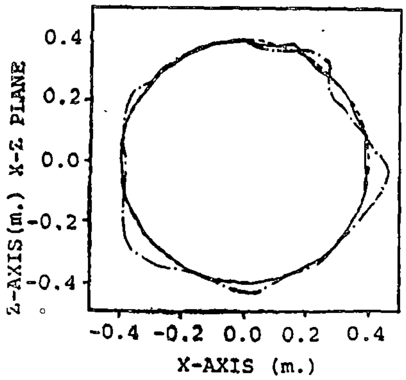

图5 直角空间圆跟踪曲线

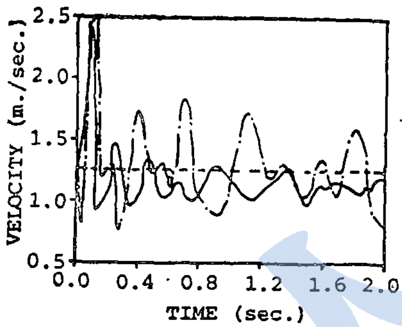

图6 直角空间速度跟踪曲线

5 结论

本文通过引入系统分解，将整个机器人系统的控制问题转化为多个子系统的控制问题来处理，提出了算法简单的机器人独立关节极点配置自校正控制，大大简化了文献〔1〕中的联合关节自校正控制方案。仿真研究表明，这些独立关节自校正控制方案能给出与其相应的联合关节自校正控制方案相当的控制效果。在本文的前馈额定力距离线计算、在线自校正控制算法采用多CPU并行处理的实现方式下，本文提出的方案Ⅰ和方案Ⅱ在PDP 11/45计算机上用FORTRAN语言浮点运算一次分别仅需大约2.2ms和1.7ms，适用于机器人的快速控制。

参 考 文 献

1 刘美华，林 威，黄一夫。新的机器人自校正控制方案。机器人，1987；1(1):18—23
2 Koivo A J, Guo T H. Adaptive linear control for robotic manipulators. IEEE Trans, 1983; AC-28: 162—171
3 LIU Meihua. An adaptive control scheme for robotic manipulators. Proc 15th ISIR, Japan, 1985: 673—680
4 Lee C S G, Chung M J. An adaptive control strategy for mechanical manipulators. IEEE Trans, 1984; AC-29:837—840
5 LIU Meihua, LIN Wei, HUANG Yifu. A new adaptive control scheme for robotic manipulators. Proc BSSS, Beijing, 1986:263—268

Separate-joint Pole Assignment Self-tuning Control Schemes for Robotic Manipulators

LIU Meihua
(National University of Defense Technology, Changsha)

LIN Wei
(Fudan University, Shanghai)

Abstract

This paper, based on paper〔1〕, proposes two pole assignment self-tuning control schemes for robotic manipulators by using the separate-joint control technique. Simulation studies and estimations of their on-line computational quanta are presented to demonstrate their effectiveness and simplicity. An efficient implementation scheme is suggested, in which the nominal torques are computed off-line and multiple CPU's are used for parallel processing of the on-line self-tuning control algorithm.

Keywords: robot, manipulator, nonlinear control system, self-tuning control, feedforward compensation, pole assignment, parallel processing.