

含闭式运动链机器人的研究方法

黄宇中 张 菡

(上海交通大学机器人研究所)

提要 本文综述了近年来国内外对含有闭式运动链的机器人的研究成果。文中着重对含闭式链机器人机构的动力学模型的建立方法及相应算法进行了讨论,并介绍了含闭式运动链的机器人的结构综合方法。

1 引言

近年来出现了在结构上含有闭式运动链的机器人机构。在这种机构中,开式链起主要作用,完成机器人的操作任务,闭式链起辅助作用,满足传动或动力学要求。最简单的闭式链是用一个平行四边形机构取代开式链中的一个构件。这样既可以提高承载能力又提高了刚度。如在驱动马达和被驱动构件之间的平面连杆机构,它既可消除马达的波动又可使结构平稳。

为了对这类机构进行动力学控制和进一步改进设计,有必要对它们进行动力学研究。近年来国内外不少学者已对建立含闭式链的机器人模型的方法进行了研究,提出了几种不同的方法和一些相应的新的简化计算的算法^[1-4]。

国外已开始研究含闭式链机器人机构的结构综合,以下分别加以介绍。

2 动力学模型的建立方法及算法

机器人动力学的研究方法,常用的有拉格朗日法、牛顿-欧拉法、高斯最小拘束原理法以及 Kane法、达朗贝尔法、阿贝尔法等。到目前为止,含闭式链的机器人动力学模型的建立,从力学基本原理上来说,也不外乎这几种。

1984年法国的S. Megahed和M. Renaud^[1]提出了用带约束的拉格朗日方程建立含闭式链的机器人动力学模型的方法,得出了用矩阵形式表示的动力学方程,形式简单明了,但需多次求偏导数。1985年上海交通大学赵锡芳,张宗明^[2]用高斯最小拘束原理,关节坐标或广义

坐标,把闭式链转化为等效树形结构后,建立了这类机器人的动力方程,方程也是以简洁的矩阵形式给出的,不增加方程数目,方程中含有许多原始参数值,有利于分析与编程。以上两种方法的主要问题是计算量太大。1983年斯坦福大学的T.R. Kane教授用非完整系统的Kane方程作为一个很有效的工具解决了这个问题。这种基于Kane方程的方法可直接导出易于编程、计算效率高的算法,既适用于动力学正问题,也适用于反问题。

2.1 基于带约束的拉格朗日方程的方法

S. Megahed和M. Renaud^[1]考虑了一个由 $n+1$ 个构件(n 个运动构件及一个基座)组成的机械手,它具有 l 个旋转或移动关节, b 个闭式链($b=l-n$)和 i 个终端执行器。独立的闭环按序编为1到 b 号,每个闭环任意定向;构件和关节也从基座开始从1到 n 编号;第 i 个关节后直接跟上第 i 个构件 C_i ,每个闭环内构件标号按已定方向递增。然后将每个闭环内第一个构件与最后一个构件断开,用方程来表示这种约束关系,得到完整的等效树形系统,断开的关节分别标为 $n+1$ 到 $n+b$ 。

用 c 表示每个闭环一般空间几何约束数,则该机器人的自由度 d ,闭环数 b ,所需构件数 n 及关节数 l 与 c 之间有如下关系:

$$d = 6n - 5l + c \text{ 及 } b = l - n \quad (2-1)$$

当闭式链各自位于同一平面内时,各关节轴平行或相交,则 $c = 3b$,于是有

$$n = d + 2b, \quad l = d + 3b \quad (2-2)$$

引进 $n \times n$ 标量矩阵 $[e]$ 定义其等效树形结构,

其矩阵元素是

$$e_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{如 } c_i \text{ 与关节 } i \text{ 直接相连, 且 } i < j \\ 0 & \text{其他情况} \end{cases}$$

完整描述该等效树形系统 $n \times n$ 维拓扑结构矩阵

$$[e] = [e]^0 + [e]^1 + \dots + [e]^{n-1} \quad (2-3)$$

应用 Sheth-Uicker 构件标志法, 可定义两构件 i, j 坐标系统间的转换矩阵 $T_{ij} = F_{ij} \times V_j(q_j)$, 两坐标系统之间有 $[x_i \ y_i \ z_i \ 1]^t = T_{ij}[x_j \ y_j \ z_j \ 1]^t$, F_{ij} 为两连杆间的参数决定的位姿矩阵, $V_j(q_j)$ 则为第 j 个关节的矩阵。

下面着手建立动力学模型。

2.1.1 约束方程

对于任何闭式链, 有两个有用的约束条件: 其一, 一个闭式链的所有相对位移的总和为零; 其二, 一个闭式链的所有相对角位移转换矩阵的连乘积为单位矩阵, 即

$$T_{n+m, j}(q_j) T_{j, j+1}(q_{j+1}) \dots T_{j+n-2, n+m}(q_{n+m}) = I \quad (2-4)$$

这里 I 为单位 4×4 矩阵, $1 \leq m \leq b$ 。

对于这个方程可定义六个标量函数, 三个定义第四列的位置, 三个定义主对角线的方向。这些函数称为 $\phi_m (m = 1, 2, \dots, 6)$, 代表每个闭环的约束, 形式如下:

$$\begin{aligned} \phi_1 = 0, \phi_2 = 0, \phi_3 = 0, \phi_4 = 0, \phi_5 = 0, \\ \phi_6 = 0 \end{aligned} \quad (2-5)$$

2.1.2 转换矩阵 T_{0i}

T_{0i} 定义为基础坐标系 $R_0(O_0, X_0, Y_0, Z_0)$ 与连杆 c_i 上的坐标 $R_i(O_i, X_i, Y_i, Z_i)$ 之间的转换矩阵。

$$T_{0i} = T_{01} \dots T_{a^2(l)} a^{2-1}(l) \dots T_{a^2(l)} a^1(l) T_{a(l)l} \quad (2-6)$$

其中 $T_{a(l)l} = F_{a(l)l}$, $V_l(q)l$, $a(l)$ 是连杆 c_i 前面那个连杆, 可从 $[e]$ 中确定。

2.1.3 惯量矩阵 J^i

定义为连杆 c^i 的惯量在坐标系 R_i 中的 4×4 惯量矩阵。

2.1.4 操作手运动方程

作用在第 i 个关节上的广义力 Γ^i 可以写成

两部分: 作用在等效树形结构上的广义力 Γ_1^i 和由于关节断开作用在 i 关节上的广义力 Γ_2^i 。

$$\left. \begin{aligned} \Gamma^i &= \Gamma_1^i + \Gamma_2^i \\ \Gamma_1^i &= \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} + P^i \\ \text{和 } \Gamma_2^i &= \sum_{l=1}^m \lambda_l \frac{\partial \phi_l}{\partial q_i} \end{aligned} \right\} \quad (2-7)$$

其中 $L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - U(q)$

$$\phi_l(q_1, q_2, \dots, q_n) = 0, \quad l = 1, 2, \dots, m$$

$L(q, \dot{q})$ 是操作手的拉格朗日函数, $T(q, \dot{q})$ 是它的动能, $U(q)$ 是势能。 ϕ_l 是约束标量函数。 λ_l 是拉格朗日乘子。共有 m 个约束方程和 m 个拉格朗日乘子 λ_l , 且有 $m = n - d$ 。 P^i 则代表存在于不同关节上的保守力和非保守力。

按 (2-7) 式分别计算 Γ_1^i 及 Γ_2^i 得

$$\Gamma_1 = [A]\ddot{q} + 2[B]\dot{q}\dot{q} + [C]\dot{q}^2 - G + P \quad (2-8)$$

$$\Gamma_2 = \left[\frac{\partial \phi}{\partial q} \right]^t \lambda \quad (2-9)$$

将约束方程 $\phi_l = 0 (l = 1, 2, \dots, m)$ 对时间求两次导数有 $d^2\phi_l/dt^2 = 0$, 写成矩阵形式

$$\left[\frac{\partial \phi}{\partial t} \right] \ddot{q} + 2 \left[\frac{\partial^2 \phi}{\partial q \partial \dot{q}} \right] \dot{q} \dot{q} + \left[\frac{\partial^2 \phi}{\partial q^2} \right] \dot{q}^2 = 0 \quad (2-10)$$

将 (2-8), (2-9), (2-10) 组合起来, 得矩阵

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \Gamma \\ 0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} [A] & \left[\frac{\partial \phi}{\partial q} \right]^t \\ \left[\frac{\partial \phi}{\partial q} \right] & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{q} \\ \lambda \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} [B] \\ \left[\frac{\partial^2 \phi}{\partial q \partial \dot{q}} \right] \end{pmatrix} \dot{q} \dot{q} \\ &+ \begin{pmatrix} [C] \\ \left[\frac{\partial^2 \phi}{\partial q^2} \right] \end{pmatrix} \dot{q}^2 + \begin{pmatrix} G \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} P \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2-11)$$

这个具有典型矩阵形式的方程代表了含有闭式运动链的机器人机构的动力学模型。它既适于动力学正问题也适于反问题, 但计算量较大。

2.2 基于高斯最小约束原理的方法

上海交通大学的赵锡芳, 张宗明应用 4×4 齐次变换矩阵, 高斯最小约束原理, 以关节坐标为变量建立了含闭式链的机器人动力学方程。该方法人为地把闭式链的某一非主动关节的运动副去掉, 忽略该运动副的摩擦力矩, 用约束方程代替其运动关系, 形成带有附加约束

的等效树形系统。然后给主干及各分支上的构件按次序标号确定对应的运动参数。

主干: $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N\}$, 第 1 分支 $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_i, \theta_{N+1}, \dots, \theta_{N+L}\}$, 第 2 分支 $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m, \theta_{N+L+1}, \dots, \theta_{N+L+M}\}$ 于是整个等效树形系统的运动参数用 $w \times 1$ 维列阵表示为

$$\theta = [\theta_1 \dots \theta_N, \theta_{N+1} \dots \theta_{N+L}, \theta_{N+L+1} \dots \theta_{N+L+M}]^t \quad (2-12)$$

$w = N + L + M$ 为机构的总构件数。转动副时 θ 表示转角, 移动副时 θ 表示线位移。

运用 Danavit-Hartenberg 运动学表示法, 建立主干, 分支中构件 i 的绝对位姿矩阵:

主干 $T_i = T_0 A_1(\theta_1) A_2(\theta_2) \dots A_i(\theta_i)$, $i = 1 \dots N$; 第一分支 $T_i = T_0 A_1(\theta_1) \dots A_i(\theta_i) A'_{N+1} A_{N+1}(\theta_{N+1}) \dots A_i(\theta_i)$, $N \leq i \leq N+L$; 第二分支 $T_i = T_0 A_1(\theta_1) \dots A_m(\theta_m) A'_{N+L+1} A_{N+L+1}(\theta_{N+L+1}) \dots A_i(\theta_i)$, $N+L \leq i \leq N+L+M$ 。

其中 A_i 为 i 构件相对于 $i-1$ 构件的 4×4 相对位姿矩阵, $A'_{N+1} A_{N+1}$ 与 $A'_{N+L+1} A_{N+L+1}$ 分别为第 1, 2 分支的第 1 个分支构件相对于主干链上与之相连构件的基本坐标的相对位姿矩阵。

如系统的自由度为 n , 则用 $n \times 1$ 列阵表示为 $q = [q_1 \dots q_n]^t$, 则

$$\theta_i = f_i(q_1 \dots q_n), \quad i = 1 \dots w \quad (2-13)$$

上式表示了同一闭环内的几何约束情况。如 θ_i 和 q_i 不在同一闭环内, 则函数关系为零。绝大多数机器人系统均是完整系统, 故对 (2-13) 微分后, 得速度条件

$$\dot{\theta} = K \dot{q} \quad (2-14)$$

及加速度条件

$$\ddot{\theta} = K \ddot{q} + \dot{K} \dot{q} = K \ddot{q} + V \quad (2-15)$$

其中 K 为 $w \times n$ 维矩阵, K_{ij} 为同一闭环内的 θ_i 和 q_j 的函数, $V_i = \dot{q}^t \Omega \dot{q}$

相对位姿矩阵 A_i 的微分

$$\dot{A}_i = \Theta A_i \dot{\theta}_i \quad (2-17)$$

Θ 为 4×4 投影矩阵^[2]。

于是, 各构件速度及加速矩阵为

$$\dot{T}_i = \sum_{p=1}^i U_{i,p} \dot{\theta}_p \quad (2-18)$$

$$\ddot{T}_i = \sum_{p=1}^i U_{i,p} \ddot{\theta}_p + \sum_{p=1}^i \sum_{r=1}^{i-1} U_{i,p,r} \dot{\theta}_p \dot{\theta}_r \quad (2-19)$$

式中 $U_{i,p}$ 及 $U_{i,p,r}$ 是算子矩阵, 详见文献[2]。

按高斯原理, 满足约束条件 (2-19) 的各构件的 θ 应使拘束度 \mathcal{Z} 取极小值^[10]:

$$\mathcal{Z} = \sum_{i=1}^w \text{tr} \left\{ \frac{1}{2} \ddot{T}_i H_i \ddot{T}_i^t - \Phi_i \ddot{T}_i^t \right\} - Q_i \ddot{\theta}_i \quad (2-20)$$

Q_i 为驱动力或力矩, H_i 为 4×4 惯量矩阵, Φ_i 为 4×4 力矩阵^[10]。

由极小化条件得

$$\frac{\partial \mathcal{Z}}{\partial \ddot{q}_i} = \sum_{i=1}^w \text{tr} \left(\ddot{T}_i H_i - \Phi_i \right) \frac{\partial \ddot{T}_i^t}{\partial \ddot{q}_i} - \theta_i K_{ij} = 0 \quad (2-21)$$

忽略非主动关节上的摩擦力矩, 利用 (2-19) 可推出一般标准形式的动力学方程

$$\tilde{A}(\theta) \ddot{q} + \tilde{B}(\theta, \dot{q}) = Q \quad (2-22)$$

其中 $\tilde{A}(\theta)$ 为 $n \times n$ 矩阵, 元素为 a_{ij} ; $\tilde{B}(\theta, \dot{q})$ 为 $n \times 1$ 矢量, 元素为 b_i ; Q 为 $n \times 1$ 维外力或外力矩矢量, q 为 $n \times 1$ 维广义坐标矢量。 $\tilde{A}(\theta)$, $\tilde{B}(\theta, \dot{q})$ 的各项看起来很复杂, 但实际分析时, 其中常出现等于零的项。

2.3 基于 Kane 动力学方程的方法

1983 年美国斯坦福大学的 T. R. Kane 教授提出^[3], 当机械手诸部件构成闭式链时, 可看成为非完整系统。可将 Kane 动力学方程与非完整系统的偏速度及偏角速度联合起来应用, 直接导出含有闭式链的动力学显式方程。在对闭式链的处理方法上, 不是把闭式链拆开转化为等效树形结构, 而是保留原机构形式, 找出各刚体的质心的中心惯量主轴, 按以下步骤进行机器人的动力学分析。

2.3.1 引入广义坐标

引入 n 个广义坐标 $q_1 \dots q_n$ 。 q_i 分别表示各中心惯量主轴矢量组之间的夹角, $n > k$ (k 为自由度)。因而 $q_1 \dots q_n$ 只有 k 个是独立的。其余广义坐标则可根据 q_i 之间以及由运动闭环给

出几何约束条件用独立的广义坐标表示出来。

为简化处理,参数 z_i 的定义原则是,每碰到一个包含前面定义的参数的数学表达式,若后不再需要其显示,则将其定义为 z_i 。

2.3.2 引入广义速率

引入与系统密切相关的广义速率 $u_1 \cdots u_m$ 。其中只有 k 个是独立的,用 u_r 表示($r=1 \cdots k$),其余皆可由这 k 个独立的广义速率来表示。各刚体相对于参考系 N 的角速度

$$\omega^R = \sum_{r=1}^k \omega_r^R u_r \quad (2-23)$$

各刚体的质心相对于 N 的速度

$$v^{R*} = \sum_{r=1}^k v_r^{R*} u_r \quad (2-24)$$

在非完整偏角速度及偏速度的推导过程中,可根据需要按顺序地定义 z ,使表达式便于书写及计算。为了取得广义力,还需将(2-23),

(2-24)对时间求导,求出刚体及质心的角加速度 e^R 和 a^{R*} 。

2.3.3 求各刚体的广义惯性力

根据非完整系统的 Kane 动力学方法推导结果^[5,6]可得机械手系统相对于独立的广义速率 $u_1 \cdots u_k$ 的广义惯性力矩

$$K_r^* = \sum_{R=A}^F (K_r^*)_R = \sum_{R=A}^F (\omega_r^R T_R^* - m_R v_r^{R*} a^{R*}) \quad (2-25)$$

经简化及参变量定义后^[3]得

$$K_r^* = \sum_{s=1}^k x_{r,s} \dot{u}_s + z_1 \quad (r=1 \cdots k) \quad (2-26)$$

进而求得系统的广义主动力

$$K_r = \sum_{p=1}^{k_1} (\omega_p^{R'} T^{R'})_p + \sum_{T=1}^{k_2} [(v_p^{R'} - v_R^{R'})_T] + \sum_{R=A}^F v_r^{R*} G_R \quad (r=1 \cdots k) \quad (2-27)$$

其中 R' 为具有转动自由度的构件, R_s, R_j 为构成移动副的两相邻构件,定义参量,得

$$K_r = z_g \sigma + z_\tau \tau + z_g \quad (2-28)$$

式中 σ, τ 分别定义为驱动力及力矩。将(2-26)和(2-28)代入Kane的动力学方程 $K_r + K_r^* = 0$ 得闭式链机器人的动力学方程

$$\sum_{s=1}^k x_{r,s} \dot{u}_s = -z_1 - z_g \sigma - z_\tau \tau - z_g \quad (r=1 \cdots k) \quad (2-29)$$

上述动力学方程加上包含独立广义坐标

$q_1 \cdots q_k$ 的运动学方程 $\dot{u}_r = \sum_{s=1}^k Y_{r,s} \dot{q}_s + z_r$ 得

$$\dot{q}_r = \sum_{s=1}^k Y_{r,s} \dot{u}_s + z_r' \quad (r=1 \cdots k) \quad (2-30)$$

共 $2k$ 个一阶微分方程,构成机械手的运动学方程,可求得 $2k$ 个未知变量 $\{q_1 \cdots q_k\}, \{u_1 \cdots u_k\}$ 。

再加上几何约束与运动约束方程很容易解决有关机械手动力学的两类问题。

这种方法可以根据需要随意选取广义坐标与广义速率,方便于问题的解决。对于自由度比较大的系统格外方便。但人工推导工作比较繁复,参数量较多,在推导过程中很易出错。

3 含闭式链机器人机构的综合方法

1980年日本的Koich Sugimoto提出了一种多自由度运动链机器人机构的综合方法。该方法将复杂运动链分为主链及子链,然后分别对主链及子链综合,简化了综合过程。

具有多个运动副的开式运动链的驱动器的能量花在被驱动手臂上的比驱动负载的还多。用一个闭式运动链可很好地解决该问题。如果与静止构件相连的运动副数目大于运动链的自由度时,所有驱动器都可以固结在静构件上。

尽管在运动链的结构设计中引进图论概念可取得一定效果,但综合一个多自由度运动链还是很困难的。为此,人们把运动链分为主、子链两部分以降低所综合运动链的构件和运动副数。当分别确定了两部分的结构后,将两部分简单地组合起来。这便是进行运动综合的简便途径。

3.1 运动链的划分

运动链的划分准则为

$$F = (6 - b)(N - 1) - \sum (6 - b - f_i)T_i \quad (3-1)$$

式中 F 为主动链的自由度; b 为一般约束 (广义约束) 数; N 构件数; J_i 为具有 f_i 自由度数的运动副数目。

一具有 f_i 自由度的运动副可表示为 f_i 个自由度为 1 的运动副的组合, 用此可将运动副限为只具有单自由度, 于是 (3-1) 式变为:

$$F = (6 - b)(N - 1) - (5 - b)J \quad (3-2)$$

式 (3-2) 可划分为

$$\begin{aligned} F &= F_0 + \sum F_i; \quad N = N_0 + \sum N_i; \\ J &= J_0 + \sum J_i; \end{aligned} \quad (3-3)$$

$$F_0 = (6 - b)(N_0 - 1) - (5 - b)J_0 \quad (3-4)$$

$$F_i = (6 - b) - (5 - b)J_i, \quad i = 1, 2, 3 \dots \quad (3-5)$$

由 (3-4) 给出的链称为主链, 由 (3-5) 给出的链称为子链, (3-4) 式等价于 (3-2) 式, 故主链与一般运动链的特性相同, 但子链则具有不同特性, 从 (3-5) 式可看出子链没有静止构件。主链的自由度 F_0 必须为正, 子链自由度 F_i 却可以为负。

图 1 表示一个平面运动链的划分, 直线表构件, 圆圈表运动副。因 $b = 3$, $F_0 = 2$, $F_i = 0$, 故整个运动链自由度 $F = 2$ 。

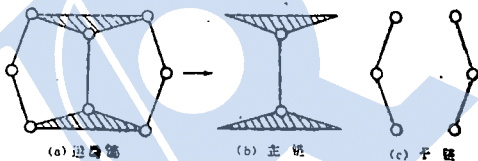


图 1 平面运动链的划分

如果运动链与主链的自由度相等, 则子链的自由度定义为零, 这些零自由度的子链可以加在主链上驱动主链而又不改变它的自由度。一个自由度小于零的子链可用来约束主链的运动, 因为加入负自由度子链后, 整个运动链的自由度下降。

3.2 主链与子链的数综合

3.2.1 主链中的数综合

式 (3-4) 等价于运动准则, 其解是

$$N_0 = F_0 + \alpha_0(5 - b) + 1 \quad (3-6)$$

$$J_0 = F_0 + \alpha_0(6 - b) \quad (3-7)$$

α_0 是闭环个数, 当主链无闭环时, N_0 , F_0 均与一般约束数 b 无关。

具有 m 个运动副的构件称为 m 阶构件。将主链中 m 阶构件数表示成 n_{0m} , 则这些数间的关系有

$$N_0 = \sum n_{0m}; \quad 2J_0 = \sum mn_{0m} \quad (3-8)$$

设 M 是 m 的最大值, 则一个链为不可分的条件是

$$M \leq \sum_{m=1}^{M-1} (m-2)n_{0m} + 2 \text{ 或 } n_{0M} \geq 2 \quad (3-9)$$

3.2.2 子链的数综合

(3-5) 式的解是

$$N_i = F_i + \alpha_i(6 - b) \quad (3-10)$$

$$J_i = F_i + \alpha_i(5 - b) \quad (3-11)$$

α_i 为一整数, 将 m 阶的构件数表示成 n_{im} , 则

$$N_i = \sum n_{im}; \quad 2J_i = \sum m \cdot n_{im} + e_i \quad (3-12)$$

e_i 为应与主链相连的运动副数目, 即子链的自由运动副数。对于不包含回路的运动子链, 有下式成立:

$$N_i = F_i + (e_i - 1)(6 - b) \quad (3-13)$$

$$J_i = F_i + (e_i - 1)(5 - b) \quad (3-14)$$

当一个子链含有环路时, 它的环路个数 L_i 和自由度 F_{Li} 必须为正, 其构件数 N_{Li} 和运动副数 J_{Li} 如下:

$$L_i = \alpha_i - e_i + 1 \quad (3-15)$$

$$F_{Li} = (6 - b)(N_{Li} - 1) - (5 - b)J_{Li} \quad (3-16)$$

$$N_{Li} = F_{Li} + L_i(5 - b) + 1 \quad (3-17)$$

$$J_{Li} = F_{Li} + L_i(6 - b) \quad (3-18)$$

由 (3-14) 及 (3-18) 式得

$$J_i - J_{Li} = F_i - F_{Li} + (e_i - 1)(6 - b) \quad (3-19)$$

$J_i - J_{Li}$ 表示子链中除去那些构成环路以外的运动副数, 它必须大于自由运动副数, 于是环路自由度需满足

$$1 \leq F_{Li} \leq F_i - 6 + b - e_i(5 - b) \quad (3-20)$$

3.3 链的结构综合

链的结构可以用图论中的“关联矩阵”来表示^[7]。在这种方法中, 链的构件对应于图中的顶点 (节点), 运动副对应于边 (图 2)。

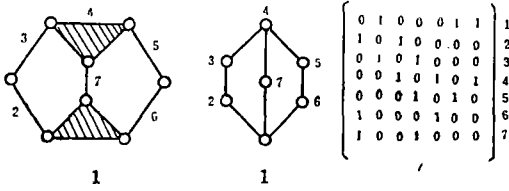


图2 运动链的对应图和关联矩阵

3.3.1 主链综合程序

- 决定自由度 F_0 。
 - 计算构件数和运动副数,按顺序从最简单的分类开始结构综合。
 - 列出所有分类的关联矩阵。
 - 区分由关联矩阵给定的运动链。
- 这时就有可能出现关联矩阵相同而具有不同型式的链,区分链的方法见[8]。

3.3.2 子链综合程序

建议从子链中环路结构开始综合。其综合步骤如下:

- 决定自由度 F_i 。
- 通过前面讨论的数综合建立构件与运动副的分类。
- 对于选定的分类,综合其环路的结构,环路自由度可以是满足(3-20)式的任何值。
- 将余下的构件与运动副组合到环路上。

任何运动链都可以通过综合主链及子链再将它们按顺序组合起来的方法而得到。在组合前选择适当的主链及子链使综合更简单。

机器人机构的主链决定于对机器人的要求,也就是对关节或直角坐标系的要求。主链与子链的环路用来产生机构的特殊运动,如生成函数或轨迹。因为机器人常需要输入输出之间成正比关系,故常用无环路的主链及子链。

4 结束语

目前国内外对含闭式链的机器人的研究已经开始,但研究工作大多集中在如何建立在其动力学模型上,而对简便算法还研究得不多。这类机器人综合问题的研究还刚刚起步,且仅涉及结构综合,还没有人研究动力学性能的综合。

将图论的一些概念及原理应用到这类机器人的分析及综合方面是一个很有发展前途的课题。因为如果应用有向图代表机械网络,则应用这些图来分析电子网络的某些结论及算法就可以直接移植到这些被移植的机械网络中来^[9]。

参 考 文 献

- Megahed S, Renaud M. Dynamic modelling of robot manipulators containing closecl kinematic chains. *Advanced Software in Robotics, Proceedings of an International Meetings Held in Liege, Belgium, 1983*
- 赵锡芳, 张宗明. 含有闭式链机器人机构的动力学方程. 上海交大90周年校庆报告会论文, 1986
- Kane T R, Faessler H. Dynamics of robots and manipulators involving closed loops. *The International Conference on the Applied Mechanics 9th, Canada, June 1983*
- Kane T R, David A Levinson. The use of Kanes Dynamical Equations in robotics. *The International Conference on the Applied Mechanics 9th, Canada, June 1983*
- 刘延柱等. 多刚体系统动力学. 上海交大讲义, 1985
- 杨海兴. 动力学中的凯恩方法. 上海交大讲义, 1984
- Koich Sugimoto, An approach to structural synthesis of robots. *Proceedings of the 9th International Symposium on Industrial Robot, 1980*
- Uicker J J Jr, Raicu A. A method for the identification and recognition of equivalence of kinematic chains. *Mechanism & Machine Theory 1975, 10*
- Smith D A, Chace M A, Rubens A C. Automatic generation of a mathematic model for mechanical system. *ASME J of Engineering for Industrial, May 1973*
- 波波夫E П. 操作机器人动力学与算法. 北京, 机械工业出版社, 1983