

文章编号: 1002-0446(2008)04-0326-07

基于动力学模型的轮式移动机器人电机控制

陈晓鹏^{1,2}, 李成荣², 李功燕², 罗杨宇²

(1. 北京理工大学, 北京 100081; 2. 中国科学院自动化研究所, 北京 100190)

摘要: 针对移动机器人两路电机协同控制问题, 提出基于动力学模型的轮式移动机器人电机控制律 (DMMC). 首先推导出质心位置不一定在几何中心的移动机器人运动学模型和动力学模型, 并求解出两轮速度与力矩之间的非线性微分方程. 然后, 基于两轮速度与力矩间非线性微分方程、电机电气方程和电机机电方程, 推导出移动机器人系统状态方程. 最后采用极点配置得到 I 型状态反馈控制律. 仿真显示, DMMC 法实现了对输入指令的零稳态误差快速响应.

关键词: 电机控制; 移动机器人; 建模; 动力学; 非完整约束; 交叉耦合
中图分类号: TP249 **文献标识码:** A

Dynamic Model Based Motor Control for Wheeled Mobile Robots

CHEN Xiao-peng^{1,2}, LI Cheng-rong², LI Gong-yan², LUO Yang-yu²

(1. Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;

2. Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: A novel motor control law based on dynamic model (DMMC) is proposed for wheeled mobile robot to control its two driving motors synchronously. First, kinematic model and dynamic model of the mobile robot, of which the mass center position is arbitrary, are derived, and the nonlinear differential equation of speeds and torques of the two wheels is derived. And then, system state equation of the mobile robot is derived based on the nonlinear differential equations of speeds and torques, electrical equations and electrical-mechanical equations of the two driving motors. Finally, the pole placement method is used to form a type I state feedback control law. Simulation shows that the DMMC controller can respond to the input instructions quickly without static error.

Keywords: motor control; mobile robot; modeling; dynamics; nonholonomic constraint; cross coupling

1 引言 (Introduction)

为实现移动机器人导航控制, 需设计电机控制律, 使两路驱动电机响应输入速度指令或力矩指令.

传统电机控制律采用两路 PID 校正环节分别控制移动机器人两路电机, 使它们对输入速度指令或力矩指令信号进行响应. 这种控制律缺乏两路电机同步功能, 若电机受到干扰, 即使每路电机成功跟随了速度信号, 也不能很好地跟踪轨迹^[1]. 为抑制干扰, 文 [2] 采取了速度干扰补偿方法; 文 [3] 不以两路电机速度为控制参数, 而是以移动机器人线速度和角速度为控制参数; 文 [4] 把两轮的速度差反馈给正向通道以提高抗干扰性; 文 [1]

在每路电机前向校正环节基础上增加角速度补偿校正环节. 虽然这些交叉耦合控制法在一定程度上抑制了干扰, 但是由于没有移动机器人的动力学模型, 限制了算法性能的进一步提高.

由于存在非完整约束, 移动机器人的左右轮电机将受到约束反力产生的阻力矩作用, 因此两路电机具有很强的耦合性 (详见第 2 节). 不依据被控对象模型设计的电机控制律, 虽然采用交叉耦合反馈法, 但对扰动仍较敏感. 本文所述的移动机器人两轮电机协同控制方法 (DMMC) 基于移动机器人的动力学模型和电机模型, 推导出移动机器人系统状态方程, 并在状态方程的基础上进行极点配置反馈控制. 仿真显示 DMMC 控制律成功实现输入指令零稳态误差快速响应.

2 移动机器人动力学分析 (Dynamics analysis for mobile robots)

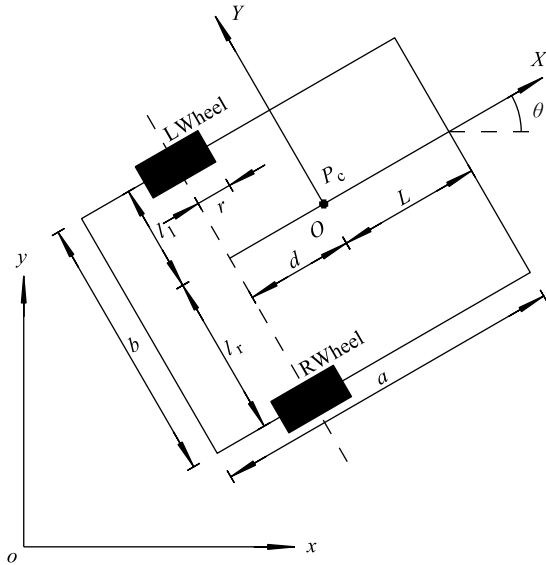


图1 移动机器人几何示意图
Fig.1 Geometrics of mobile robot

图1是差分驱动轮式移动机器人俯视图(图中只绘出两驱动轮),世界静止坐标系为 xoy ,连体坐标系为 XOY .连体坐标系 Y 轴方向从右轮中心指向左轮中心, Y 轴与机器人两轮共同轴线平行,与车体正前方垂直; X 轴方向从质心指向正前方, X 轴与世界坐标系 x 轴夹角为 θ ;原点 O 在移动机器人质心 P_c 处,它与两轮轴线距离为 d .质心在两轮轴线上投影与左轮距离为 l_1 ,与右轮距离为 l_2 ,在世界坐标系中坐标为 (x_c, y_c) .机器人整体(包括轮子及电机)质量为 m ,绕(经质心的) z 轴惯量

$$S(q) = \begin{bmatrix} \frac{r(l_1 \cos \theta + d \sin \theta)}{l_r + l_1} & \frac{r(l_1 \sin \theta - d \cos \theta)}{l_r + l_1} & -\frac{r}{l_r + l_1} & 1 & 0 \\ \frac{r(l_2 \cos \theta - d \sin \theta)}{l_r + l_1} & \frac{r(l_2 \sin \theta + d \cos \theta)}{l_r + l_1} & \frac{r}{l_r + l_1} & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (4)$$

由(3)式易验证广义速度 \dot{q} 满足非完整约束方程^[5]

$$A(q)\dot{q} = 0 \quad (5)$$

其中

$$A(q) = \begin{bmatrix} \sin \theta & -\cos \theta & d & 0 & 0 \\ -\cos \theta & -\sin \theta & l_1 & r & 0 \\ -\cos \theta & -\sin \theta & -l_2 & 0 & r \end{bmatrix} \quad (6)$$

2.2 移动机器人动力学方程

为 J_z .机器人两轮半径为 r ,左轮电机输出轴转动惯量(包括电机转子和车轮)是 \hat{J}_l (左右轮电机参数中带尖帽表示折算到输出轴参数,不带尖帽为折算到电机轴参数,下同),右轮电机输出轴惯量(包括电机转子和车轮)为 \hat{J}_r ,左右电机输出轴力矩分别是 \hat{T}_l, \hat{T}_r ,左右轮角位移分别为 $\hat{\phi}_l, \hat{\phi}_r$.左右轮受到的 X 方向约束反力分别为 $\hat{F}_{xl}, \hat{F}_{xr}$;两轮 Y 方向受到的约束反力和为 F_y .机器人广义位姿 $q = [x_c \ y_c \ \theta \ \hat{\phi}_l \ \hat{\phi}_r]^T$,速度 $v = [\dot{\hat{\phi}}_l \ \dot{\hat{\phi}}_r]^T$.

2.1 移动机器人运动学方程

移动机器人是刚体,刚体各点以相同角速度绕瞬心转动,易得质心在连体坐标系的速度表达式

$$V_R = \begin{bmatrix} R\dot{x}_c \\ R\dot{y}_c \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \frac{r}{l_r + l_1} \begin{bmatrix} l_r & l_1 \\ -d & d \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\hat{\phi}}_l \\ \dot{\hat{\phi}}_r \end{bmatrix} \quad (1)$$

转化成世界坐标系下的速度表达式

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} V_R \\ = \frac{r}{l_r + l_1} \begin{bmatrix} l_r \cos \theta + d \sin \theta & l_1 \cos \theta - d \sin \theta \\ l_r \sin \theta - d \cos \theta & l_1 \sin \theta + d \cos \theta \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\hat{\phi}}_l \\ \dot{\hat{\phi}}_r \end{bmatrix} \quad (2)$$

于是得到运动学方程

$$\dot{q} = S(q)v \quad (3)$$

其中

分别在 x, y, z 方向及电机轴方向对移动机器人进行受力分析,机器人满足 x, y 方向力平衡、 z 方向力矩平衡、在电机轴上的力矩平衡三大平衡条件,于是得动力学方程

$$\begin{cases} m\ddot{x}_c - (\hat{F}_{xl} + \hat{F}_{xr}) \cos \theta + F_y \sin \theta = 0 \\ m\ddot{y}_c - (\hat{F}_{xl} + \hat{F}_{xr}) \sin \theta - F_y \cos \theta = 0 \\ J_z \ddot{\theta} + \hat{F}_{xl} l_1 - \hat{F}_{xr} l_2 + F_y d = 0 \\ \hat{J}_l \ddot{\hat{\phi}}_l + \hat{F}_{xl} r = \hat{T}_l \\ \hat{J}_r \ddot{\hat{\phi}}_r + \hat{F}_{xr} r = \hat{T}_r \end{cases} \quad (7)$$

整理成拉格朗日标准形式

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{E}\boldsymbol{\tau} - \mathbf{A}^T(\mathbf{q})\boldsymbol{\lambda} \quad (8)$$

其中

$$\begin{cases} \mathbf{M} = \text{diag}\{m, m, J_Z, \hat{J}_1, \hat{J}_r\} \\ \mathbf{E} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \\ \boldsymbol{\lambda} = [F_y \quad \hat{F}_{xl} \quad \hat{F}_{xr}]^T \\ \boldsymbol{\tau} = [\hat{T}_1 \quad \hat{T}_r]^T \end{cases} \quad (9)$$

由式(4)、(6)得

$$\mathbf{A}(\mathbf{q})\mathbf{S}(\mathbf{q}) = 0 \quad (10)$$

方程(8)两端乘以 $\mathbf{S}^T(\mathbf{q})$, 并把式(10)代入, 得简化后的动力学方程

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{S}^T(\mathbf{q})\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} \quad (11)$$

方程(3)、(11)形式简单, 与传统的运动学方程及动力学方程形式非常类似.

2.3 移动机器人速度力矩间非线性微分方程

对(3)式两端求导, 并代入式(11), 得

$$\dot{\mathbf{v}} = -(\mathbf{S}^T(\mathbf{q})\mathbf{M}\mathbf{S}(\mathbf{q}))^{-1}\mathbf{S}^T(\mathbf{q})\mathbf{M}\dot{\mathbf{S}}(\mathbf{q})\mathbf{v} + (\mathbf{S}^T(\mathbf{q})\mathbf{M}\mathbf{S}(\mathbf{q}))^{-1}\boldsymbol{\tau} \quad (12)$$

方程(12)包含了移动机器人动力学信息, 经化简得移动机器人两轮速度与力矩非线性微分方程

$$\begin{cases} \ddot{\phi}_1 = {}^1\hat{\lambda}_1\hat{T}_1 + {}^2\hat{\lambda}_1\hat{T}_r + {}^3\hat{\lambda}_1\hat{\phi}_1^2 + {}^4\hat{\lambda}_1\hat{\phi}_1\hat{\phi}_r + {}^5\hat{\lambda}_1\hat{\phi}_r^2 \\ \ddot{\phi}_r = {}^1\hat{\lambda}_r\hat{T}_1 + {}^2\hat{\lambda}_r\hat{T}_r + {}^3\hat{\lambda}_r\hat{\phi}_1^2 + {}^4\hat{\lambda}_r\hat{\phi}_1\hat{\phi}_r + {}^5\hat{\lambda}_r\hat{\phi}_r^2 \end{cases} \quad (13)$$

其中

$$\begin{cases} {}^1\hat{\lambda}_1 = \frac{(J_Z + md^2)r^2 + mr^2l_1^2 + \hat{J}_r(l_1 + l_r)^2}{(J_Z + md^2)mr^4 + (\hat{J}_rl_r^2 + \hat{J}_1l_1^2)mr^2 + (J_Z + md^2)(\hat{J}_1 + \hat{J}_r)r^2 + \hat{J}_1\hat{J}_r(l_1 + l_r)^2} \\ {}^2\hat{\lambda}_1 = \frac{(J_Z + md^2)r^2 - mr^2l_1l_r}{(J_Z + md^2)mr^4 + (\hat{J}_rl_r^2 + \hat{J}_1l_1^2)mr^2 + (J_Z + md^2)(\hat{J}_1 + \hat{J}_r)r^2 + \hat{J}_1\hat{J}_r(l_1 + l_r)^2} \\ {}^3\hat{\lambda}_1 = \frac{m}{(l_1 + l_r)^2} \cdot \frac{m}{(J_Z + md^2)mr^4 + (\hat{J}_rl_r^2 + \hat{J}_1l_1^2)mr^2 + (J_Z + md^2)(\hat{J}_1 + \hat{J}_r)r^2 + \hat{J}_1\hat{J}_r(l_1 + l_r)^2} \\ {}^4\hat{\lambda}_1 = -\frac{m}{(l_1 + l_r)^2} \cdot \frac{m}{2(J_Z + md^2)r^2 + mr^2l_1(l_1 - l_r) + \hat{J}_r(l_1 + l_r)^2} \\ {}^5\hat{\lambda}_1 = \frac{m}{(l_1 + l_r)^2} \cdot \frac{m}{(J_Z + md^2)mr^4 + (\hat{J}_rl_r^2 + \hat{J}_1l_1^2)mr^2 + (J_Z + md^2)(\hat{J}_1 + \hat{J}_r)r^2 + \hat{J}_1\hat{J}_r(l_1 + l_r)^2} \\ {}^1\hat{\lambda}_r = \frac{(J_Z + md^2)r^2 - mr^2l_1l_r}{(J_Z + md^2)mr^4 + (\hat{J}_rl_r^2 + \hat{J}_1l_1^2)mr^2 + (J_Z + md^2)(\hat{J}_1 + \hat{J}_r)r^2 + \hat{J}_1\hat{J}_r(l_1 + l_r)^2} \\ {}^2\hat{\lambda}_r = \frac{(J_Z + md^2)r^2 + mr^2l_r^2 + \hat{J}_1(l_1 + l_r)^2}{(J_Z + md^2)mr^4 + (\hat{J}_rl_r^2 + \hat{J}_1l_1^2)mr^2 + (J_Z + md^2)(\hat{J}_1 + \hat{J}_r)r^2 + \hat{J}_1\hat{J}_r(l_1 + l_r)^2} \\ {}^3\hat{\lambda}_r = \frac{m}{(l_1 + l_r)^2} \cdot \frac{m}{(J_Z + md^2)mr^4 + (\hat{J}_rl_r^2 + \hat{J}_1l_1^2)mr^2 + (J_Z + md^2)(\hat{J}_1 + \hat{J}_r)r^2 + \hat{J}_1\hat{J}_r(l_1 + l_r)^2} \\ {}^4\hat{\lambda}_r = -\frac{m}{(l_1 + l_r)^2} \cdot \frac{m}{2(J_Z + md^2)r^2 + mr^2l_r(l_r - l_1) + \hat{J}_1(l_1 + l_r)^2} \\ {}^5\hat{\lambda}_r = \frac{m}{(l_1 + l_r)^2} \cdot \frac{m}{(J_Z + md^2)mr^4 + (\hat{J}_rl_r^2 + \hat{J}_1l_1^2)mr^2 + (J_Z + md^2)(\hat{J}_1 + \hat{J}_r)r^2 + \hat{J}_1\hat{J}_r(l_1 + l_r)^2} \end{cases} \quad (14)$$

速度状态方程是经过化简的移动机器人动力学方程. 由公式易知移动机器人系统有如下性质:

1) 每个驱动轮的加速度不仅与该轮电机所施加的力矩有关, 还与另一电机所施加的力矩有关, 而且与两轮速度的二次方有关, 并且它们之间是线性组合, 组合系数(见公式(14))是仅与机器人模型参数(包括 J_Z 、 \hat{J}_1 、 \hat{J}_r 、 m 、 r 、 d 、 l_1 、 l_r)有关的常数, 而与速度、加速度无关, 如果这些与模型相关的参数没有发生改变, 则状态方程不会变化, 系统属于非线性系统.

2) 如果质心不落在两轮轴心, 即 $d \neq 0$, 状态

方程包含速度的二次方项, 系统本身是强耦合非线性系统, 左电机的输出力矩会影响右轮的加速度, 右轮的输出力矩会影响左轮加速度, 左轮速度会对右轮速度造成影响, 右轮速度也会对左轮速度造成影响.

3) 若质心落在两轮轴心上, 即 $d = 0$, 方程化简成

$$\begin{cases} \ddot{\phi}_1 = {}^1\hat{\lambda}_1\hat{T}_1 + {}^2\hat{\lambda}_1\hat{T}_r \\ \ddot{\phi}_r = {}^1\hat{\lambda}_r\hat{T}_1 + {}^2\hat{\lambda}_r\hat{T}_r \end{cases} \quad (15)$$

这时系统变成线性定常系统, 通过一定的线性变换可以实现系统的解耦控制.

3 DMCC 法 (DMCC algorithm)

DMCC 法利用移动机器人动力学信息进行电机控制. 此方法基于动力学方程 (13), 利用直流电机的电气和机电微分方程推导系统状态方程, 然后在系统状态方程基础上进行 I 型极点配置反馈控制.

3.1 移动机器人系统状态方程

首先将所有输出轴参数转换为电机轴参数. 电机轴角速度用 ω_1 、 ω_r 表示. 设两电机减速器的减速比都为 i , 于是式 (13) 变换为

$$\begin{cases} \dot{\omega}_1 = {}^1\lambda_1 T_1 + {}^2\lambda_1 T_r + {}^3\lambda_1 \omega_1^2 + {}^4\lambda_1 \omega_1 \omega_r + {}^5\lambda_1 \omega_r^2 \\ \dot{\omega}_r = {}^1\lambda_r T_1 + {}^2\lambda_r T_r + {}^3\lambda_r \omega_1^2 + {}^4\lambda_r \omega_1 \omega_r + {}^5\lambda_r \omega_r^2 \end{cases} \quad (16)$$

其中的系数转换关系为

$$\begin{cases} {}^1\lambda_1 = i^2 \times {}^1\hat{\lambda}_1 & {}^1\lambda_r = i^2 \times {}^1\hat{\lambda}_r \\ {}^2\lambda_1 = i^2 \times {}^2\hat{\lambda}_1 & {}^2\lambda_r = i^2 \times {}^2\hat{\lambda}_r \\ {}^3\lambda_1 = 1/i \times {}^3\hat{\lambda}_1 & {}^3\lambda_r = 1/i \times {}^3\hat{\lambda}_r \\ {}^4\lambda_1 = 1/i \times {}^4\hat{\lambda}_1 & {}^4\lambda_r = 1/i \times {}^4\hat{\lambda}_r \\ {}^5\lambda_1 = 1/i \times {}^5\hat{\lambda}_1 & {}^5\lambda_r = 1/i \times {}^5\hat{\lambda}_r \end{cases} \quad (17)$$

设左、右轮电机的转矩电流常数 (与电压速度常数相等) 分别为 C_{ml} 、 C_{mr} , 电机回路电感分别为 L_1 、 L_r , 回路电阻分别为 R_1 、 R_r , 电气时间常数分别为 τ_1 、 τ_r , 回路电流分别为 I_1 、 I_r , 输入电压分别为 U_1 、 U_r , 电机实际输出力矩分别为 T_1 、 T_r , 电机产生力矩分别为 T_{ml} 、 T_{mr} , 反电动势分别为 E_1 、 E_r , 左、右轮电机恒值阻力矩分别为 T_{cl} 、 T_{cr} , 一次方阻力矩分别为 $T_{\omega 1}$ 、 $T_{\omega r}$, 一次方阻力矩系数分别为 $f_{\omega 1}$ 、 $f_{\omega r}$, 恒值阻力矩电流分别为 I_{cl} 、 I_{cr} , 它们之间有如下关系式:

$$\begin{cases} \tau_1 = \frac{L_1}{R_1} & \tau_r = \frac{L_r}{R_r} \\ T_{ml} = C_{ml} I_1 & T_{mr} = C_{mr} I_r \\ E_1 = C_{ml} \omega_1 & E_r = C_{mr} \omega_r \\ U_1 - E_1 = R_1(I_1 + \tau_1 \dot{I}_1) & U_r - E_r = R_r(I_r + \tau_r \dot{I}_r) \\ T_{cl} = C_{cl} I_{cl} & T_{cr} = C_{cr} I_{cr} \\ T_{\omega 1} = f_{\omega 1} \omega_1 & T_{\omega r} = f_{\omega r} \omega_r \\ T_1 = T_{ml} - T_{cl} - T_{\omega 1} & T_r = T_{mr} - T_{cr} - T_{\omega r} \end{cases} \quad (18)$$

整理式 (16)、(18) 得

$$\begin{cases} \dot{I}_1(t) = -\frac{1}{\tau_1} I_1(t) - \frac{1}{R_1 \tau_1} E_1(t) + \frac{1}{R_1 \tau_1} U_1(t) \\ \dot{I}_r(t) = -\frac{1}{\tau_r} I_r(t) - \frac{1}{R_r \tau_r} E_r(t) + \frac{1}{R_r \tau_r} U_r(t) \\ \dot{E}_1(t) = {}^1\lambda_1 C_{ml}^2 I_1(t) + {}^2\lambda_1 C_{ml} C_{mr} I_r(t) + \frac{{}^3\lambda_1}{C_{ml}} E_1^2(t) + \frac{{}^4\lambda_1}{C_{mr}} E_1(t) E_r(t) + \frac{{}^5\lambda_1 C_{ml}}{C_{mr}^2} E_r^2(t) \\ \quad - {}^1\lambda_1 C_{ml}^2 I_{cl} - {}^2\lambda_1 C_{ml} C_{mr} I_{cr} - {}^1\lambda_1 f_{\omega 1} E_1(t) - {}^2\lambda_1 \frac{C_{ml}}{C_{mr}} f_{\omega r} E_r(t) \\ \dot{E}_r(t) = {}^1\lambda_r C_{ml} C_{mr} I_1(t) + {}^2\lambda_r C_{mr}^2 I_r(t) + \frac{{}^3\lambda_r C_{mr}}{C_{ml}^2} E_1^2(t) + \frac{{}^4\lambda_r}{C_{ml}} E_1(t) E_r(t) + \frac{{}^5\lambda_r}{C_{mr}} E_r^2(t) \\ \quad - {}^1\lambda_r C_{ml} C_{mr} I_{cl} - {}^2\lambda_r C_{mr}^2 I_{cr} - {}^1\lambda_r \frac{C_{mr} f_{\omega 1}}{C_{ml}} E_1(t) - {}^2\lambda_r f_{\omega r} E_r(t) \end{cases} \quad (19)$$

式 (19) 可写成移动机器人系统状态方程

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1(t) \\ \dot{E}_1(t) \\ \dot{I}_r(t) \\ \dot{E}_r(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_1} & -\frac{1}{R_1 \tau_1} & 0 & 0 \\ {}^1\lambda_1 C_{ml}^2 & -{}^1\lambda_1 f_{\omega 1} & {}^2\lambda_1 C_{ml} C_{mr} & -{}^2\lambda_1 \frac{C_{ml} f_{\omega r}}{C_{mr}} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_r} & -\frac{1}{R_r \tau_r} \\ {}^1\lambda_r C_{ml} C_{mr} & -{}^1\lambda_r \frac{C_{mr} f_{\omega 1}}{C_{ml}} & {}^2\lambda_r C_{mr}^2 & -{}^2\lambda_r f_{\omega r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1(t) \\ E_1(t) \\ I_r(t) \\ E_r(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1 \tau_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_r \tau_r} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_r \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{{}^3\lambda_1}{C_{ml}} E_1^2(t) + \frac{{}^4\lambda_1}{C_{mr}} E_1(t) E_r(t) + \frac{{}^5\lambda_1 C_{ml}}{C_{mr}^2} E_r^2(t) - {}^1\lambda_1 C_{ml}^2 I_{cl} - {}^2\lambda_1 C_{ml} C_{mr} I_{cr} \\ 0 \\ \frac{{}^3\lambda_r C_{mr}}{C_{ml}^2} E_1^2(t) + \frac{{}^4\lambda_r}{C_{ml}} E_1(t) E_r(t) + \frac{{}^5\lambda_r}{C_{mr}} E_r^2(t) - {}^1\lambda_r C_{ml} C_{mr} I_{cl} - {}^2\lambda_r C_{mr}^2 I_{cr} \end{bmatrix} \quad (20)$$

若选取速度 ${}^1\mathbf{y} = \mathbf{v} = [\dot{\phi}_1 \quad \dot{\phi}_r]^T$ 为输出量, 则输出方程为

$${}^1\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{iC_{ml}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{iC_{mr}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1(t) \\ E_1(t) \\ I_r(t) \\ E_r(t) \end{bmatrix} \quad (21)$$

也可以选取力矩 ${}^2\mathbf{y} = \boldsymbol{\tau} = [\hat{T}_1 \quad \hat{T}_r]^T$ 为输出量, 于是输出方程为

$${}^2\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \hat{T}_1 \\ \hat{T}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} iC_{ml} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & iC_{mr} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1(t) \\ E_1(t) \\ I_r(t) \\ E_r(t) \end{bmatrix} \quad (22)$$

方程 (20) 是基于动力学模型和电机模型的移动机器人电机状态方程, 其输入量是电机两端电压, 状态量为两轮的电流和反电动势。

3.2 DMMC 电机控制算法

舍弃式 (20) 中的非线性部分, 状态方程具有如下形式

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \end{cases} \quad (23)$$

其中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_1} & -\frac{1}{R_1\tau_1} & 0 & 0 \\ {}^1\lambda_1 C_{ml}^2 & -{}^1\lambda_1 f_{\omega 1} & {}^2\lambda_1 C_{ml} C_{mr} & -{}^2\lambda_1 \frac{C_{ml} f_{\omega r}}{C_{mr}} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_r} & -\frac{1}{R_r\tau_r} \\ {}^1\lambda_r C_{ml} C_{mr} & -{}^1\lambda_r \frac{C_{mr} f_{\omega 1}}{C_{ml}} & {}^2\lambda_r C_{mr}^2 & -{}^2\lambda_r f_{\omega r} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1\tau_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_r\tau_r} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$${}^1\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{iC_{ml}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{iC_{mr}} \end{bmatrix}$$

$${}^2\mathbf{C} = \begin{bmatrix} iC_{ml} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & iC_{mr} & 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

状态量、输入量、输出量分别为 $\mathbf{x} = [I_1(t) \quad E_1(t) \quad I_r(t) \quad E_r(t)]^T$, $\mathbf{u} = [U_1 \quad U_r]^T$, $\mathbf{y} = {}^1\mathbf{y}$ 或 $\mathbf{y} = {}^2\mathbf{y}$ 。

给定期望输出 \mathbf{y}_r , 根据状态方程 (23) 设计 I 型反馈控制律 (设计细节参考文 [6]), 令

$$\boldsymbol{\xi} = \mathbf{y}_r - \mathbf{y} = \mathbf{y}_r - \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (25)$$

则状态方程可以改写成增广系统状态方程

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{\boldsymbol{\xi}}(t) \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{A}} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \boldsymbol{\xi}(t) \end{bmatrix} + \bar{\mathbf{B}}\mathbf{u}(t) + \bar{\mathbf{B}}_r\mathbf{y}_r(t) \quad (26)$$

其中

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad \bar{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad \bar{\mathbf{B}}_r = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (27)$$

根据式 (26) 设计状态反馈控制律

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \boldsymbol{\xi} \end{bmatrix} = -[\mathbf{K}_x \quad \mathbf{K}_\xi] \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \boldsymbol{\xi} \end{bmatrix} \quad (28)$$

其中反馈矩阵 \mathbf{K} 对应的系统矩阵为 $[\bar{\mathbf{A}} \quad \bar{\mathbf{B}}]$, \mathbf{K} 可通过极点配置法或 LQG 法求解。把式 (28) 代入式 (26) 可得闭环系统状态方程变为

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{\boldsymbol{\xi}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}_x & -\mathbf{K}_\xi \\ -\mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \boldsymbol{\xi}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \mathbf{y}_r(t) \\ \mathbf{y} = [\mathbf{C} \quad \mathbf{0}] \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \boldsymbol{\xi}(t) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (29)$$

可以通过计算式 (29) 的响应曲线得到系统的动静特性。

综上所述可以得到 DMMC 法的步骤

- 1) 测出机器人的模型参数 J_z 、 f_1 、 f_r 、 m 、 r 、 d 、 l_1 、 l_r ;
- 2) 查电机手册得到左右轮电机参数 C_{ml} 、 C_{mr} 、 i 、 R_1 、 R_r 、 L_1 、 L_r , 估计阻尼系数 $f_{\omega 1}$ 、 $f_{\omega r}$ 和恒阻力矩电流 I_{cl} 、 I_{cr} ;
- 3) 根据式 (14) 计算 $\hat{\lambda}$ 系数, 并根据式 (17) 将其转换为电机轴系数;
- 4) 根据式 (24) 计算矩阵 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{C} ;
- 5) 根据式 (27) 计算增广系统矩阵 $[\bar{\mathbf{A}} \quad \bar{\mathbf{B}}]$, 并采用极点配置法或 LQG 法计算反馈矩阵 \mathbf{K} ;
- 6) 在每个采样周期内, 给定输入 \mathbf{y}_r , 执行 7)~9) 操作, 完成闭环控制;
- 7) 通过电流采样、速度采样获取状态变量 \mathbf{x} , 根据式 (25) 估计状态变量 $\boldsymbol{\xi}$;
- 8) 根据式 (28) 计算出所需的输入量, 即两路电机需要的电压值 (或 PWM 值);

9) 密切监视状态变量电流值和速度值, 使其不超过允许的范围, 使系统安全运行。

DMMC法的特点是: 通过移动机器人电机驱动系统建模得到状态方程, 并选取其线性部分, 采用现代控制方法, 如极点配置法或LQG法实现I型状态反馈控制, 在保证系统稳态误差为零情况下, 达到抑制非线性部分干扰的目的。

4 仿真结果 (Simulation results)

为了验证DMMC法的控制效果, 我们使用MATLAB进行仿真。仿真所用的机器人相关参数为: 左、右轮电机一致, 减速比一致, 左、右轮惯量相同。其中 $C_m = 0.0444 \text{ Nm/A}$, 电阻 $R = 1.23 \Omega$, 电感 $L = 3.4e-4 \text{ H}$, 恒值阻力矩电流 $I_c =$

0.3623 A , 减速比 $i = 19.2$, 电机轴转子惯量 $J_m = 7.398e-6 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ 。轮径 $r = 0.156 \text{ m}$, 质心与轮轴距离 $d = 0.05 \text{ m}$, 两轮距离一半 $l = 0.1275 \text{ m}$, 总质量 $m = 30 \text{ kg}$, 绕质心总惯量 $J_z = 0.5645 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$, 电机轴总惯量 $J_1 = J_r = 3.9086e-5 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$, 一次方阻力矩系数 $f_\omega = 5.4253e-6 \text{ Nm/rad}$ 。

采用两种方法仿真, 选用阶跃信号($\mathbf{v}_{\text{ref}} = [0.8 \ -0.3]^T \text{ rad/s}$)和正弦波信号($\mathbf{v}_{\text{ref}} = [0.8 \ -0.3]^T \cdot \sin(\pi t) \text{ rad/s}$)作为输入, 反馈矩阵 \mathbf{K} 使 $\bar{\mathbf{A}}$ 阵所有极点向负实轴偏移 $40/\text{s}$ 。第一种方法被控对象的模型为舍弃非线性部分的状态方程(23), 用m文件计算闭环系统(29)的输入输出响应; 第二种方法利用式(20), 采用Simulink对系统模型准确仿真。

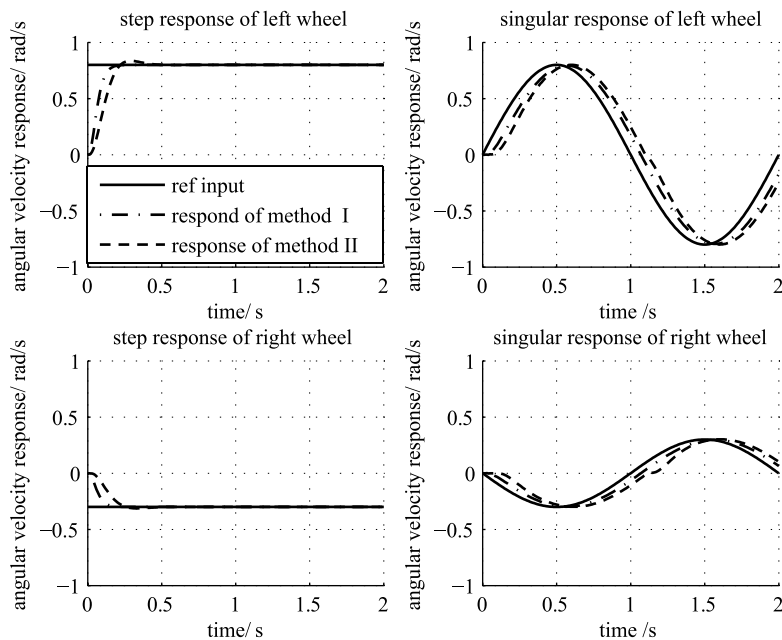


图2 两种仿真方法结果

Fig.2 Results of two simulation methods

图2是两种方法的仿真结果, 左侧为阶跃响应曲线图, 右侧为正弦响应曲线图。其中点划线为参考输入, 实线为第一种方法输出响应, 虚线为第二种方法输出响应。由图可见, DMMC算法成功实现了I型移动机器人控制, 稳态误差为0。

5 结论 (Conclusion)

本文的贡献主要有三: 一是推导出质心任意条件下移动机器人的运动学和动力学方程; 二是推导出移动机器人速度与力矩间非线性微分方程; 三是在此基础上利用电机动态方程推导出移

动机器人系统状态方程, 并提出电机控制DMMC法。DMMC法通过舍弃电机系统状态方程非线性部分得到线性状态方程, 选取电流、速度、误差积分等可观测量为状态变量后进行极点配置, 得到I型反馈控制律。由于结合动力学模型和电机模型, 采取状态反馈而不仅仅是输出反馈, 算法进一步提高了系统的稳态和瞬态性能。本文采用两种仿真方法验证DMMC控制律, 仿真显示算法成功实现零稳态误差的移动机器人两轮协同控制。

算法的基础是电机参数、几何参数、惯量参数、阻力参数等模型参数的准确性。电机参数一

般较容易获得, 几何参数中质心位置可采用悬挂法获取(如果需要精确质心位置), 其它几何参数直接量测得到, 质量可以称量得到, 轮子惯量可计算得到, 总体惯量需要巧妙获得. 也可通过系统辨识法获取模型参数.

后续工作一方面是将算法数字化, 在 DSP 上实现, 并在实际系统上试用; 另一方面是研究在模型类型已知、模型参数不准确或部分不准确的情况下, 如何提高算法的鲁棒性.

参考文献 (References)

- [1] Huang L, Yu W, Jhajharia S K. Speed control of differentially driven wheeled mobile robots – tracking and synchronization[A]. Proceedings of the IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference[C]. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2003. 1407~1412.
- [2] Borenstein J, Koren Y. Motion control analysis of a mobile robot[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Transactions ASME, 1987, 109(2): 73~79.
- [3] Otten D. Building MITEE mouse III: Part 1[J]. Circuit Cellar Ink Magazine, 1990, 1(15): 32~39.
- [4] Jones J L, Flynn A M, Seiger B A. Mobile Robots: Inspiration to Implementation[M]. Natick, MA, UK: AK Peters, Ltd., 1999.
- [5] Sarkar N, Yun X, Kumar V. Control of mechanical systems with rolling constraints: Application to dynamic control of mobile robots[J]. The International Journal of Robotics Research, 1994, 13(1): 55~69.
- [6] 绪方胜彦. 现代控制工程 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2006.
- Katsuhiko Ogata. Modern Control Engineering[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006.
- 作者简介:**
- 陈晓鹏 (1982-), 男, 博士, 讲师. 研究领域: 机器人视觉, 机器人控制.
- 李成荣 (1961-), 男, 博士后, 研究员. 研究领域: 智能控制, 语音识别, 智能机器人.
- 李功燕 (1979-), 男, 博士生. 研究领域: 计算机视觉.
-
- (上接第 325 页)
- [10] 孙增圻, 张再兴, 邓志东. 智能控制理论与技术 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1997. 52~62.
- Sun Zeng-qi, Zhang Zai-xing, Deng Zhi-dong. Intelligent Control Theory and Technology[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1997. 52~62.
- [11] Srinivas M, Patnaik L M. Adaptive probabilities of crossover and mutation in genetic algorithms[J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 1994, 24(4): 656~667.
- [12] 王蕾, 沈庭芝, 招杨. 一种改进的自适应遗传算法 [J]. 系统工程与电子技术, 2002, 24(5): 75~78.
- Wang Lei, Shen Ting-zhi, Zhao Yang. An improved adaptive genetic algorithm[J]. Systems Engineering and Electronics, 2002, 24(5): 75~78.
- 作者简介:**
- 周 军 (1978-), 男, 博士生. 研究领域: 机器人双臂协调控制, 机器人智能控制.
- 丁希仑 (1967-), 男, 工学博士. 研究领域: 机器人运动学, 动力学与控制, 空间机器人.