文章编号: 1002-0446(2000)04-0256-04

参数不确定性柔性机械手控制的一种简单方法*

张奇志

(北京机械工业学院自动化系 100085)

摘 要: 本文讨论了具有模型不确定性的柔性机械手运动控制问题, 给出了一种基于差分方程和最小二乘法的控制器设计方法. 在快速采样的条件下, 难于建模的不确定项可以直接忽略而不影响控制效果. 通过一个柔性机械手的仿真表明, 本文提出的控制方法可实现柔性机械手轨迹的准确跟踪, 同时能消除柔性机械手的弹性振动.

关键词: 柔性机械手; 跟踪控制; 不确定性

中图分类号: TP24 文献标识码: B

1 引言

柔性机械手的运动控制是一个非常复杂的问题, 其主要困难在于: 1) 一般只能在关节处施加外力矩, 无独立的对应弹性变形的控制输入; 2) 存在慢变刚体位移和快变弹性变形的强耦合作用, 该方程具有较强的刚性, 对控制和数值模拟非常不利; 3) 摩擦力和结构阻尼难以准确建模. 因此, 柔性机械手的运动控制必须考虑模型的不确定性. 具有不确定性问题的控制是控制理论研究的热点之一, 常用的设计方法有自适应控制方法, 如人工神经网络控制[1]、鲁棒控制技术[2]和滑模变结构控制[3]等. 这些常用的方法一般都需要比较复杂的数学知识, 计算量较大, 难以为工程界广泛接受.

对于刚性机械手的运动控制问题, 已经有了一种简单有效的控制方法[4]. 该方法用差分方程近似微分方程, 直接忽略一些不确定项即可得到满意的控制效果. 本文对该算法进行改进, 分析了算法的局部稳定性, 并将其推广到柔性机械手的运动控制问题. 一个单柔性机械手位置控制的仿真实例表明了控制方法的有效性.

2 刚性机械手控制方法[4]

m 个自由度的刚性机械手的动力学方程如下

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + F(\dot{q}) = u \tag{1}$$

其中 q 表示 m 个关节角矢量, M 是对称正定的质量矩阵, C 代表反对称的柯氏力和向心力矩阵, F 是摩擦力矩矢量, u 是各关节的输入力矩.

假设 C 和 F 是未知的, 将整个控制时间 $t \in [t_0, t_0 + T]$ 分成 n 步, 各离散点 $t_i = t_0 + ih$, $h = T/n$. 用 q 在 t_i 处的一阶向后差商和二阶中心差商代替在 $[t_i, t_i + 1]$ 内 q 的一阶和二阶导数, 方程(1)可表示为

$$M(q_i)(q_{i+1} - 2q_i + q_{i-1}) + hC(q_i, \dot{q}_i)(q_i - q_{i-1}) + h^2F(\dot{q}_i) = h^2u \tag{2}$$

* 基金项目: 原机械部教育司基金资助(98251246).
收稿日期: 1999-08-10

当 h 充分小, C 和 F 有界时, 上式左端的后两项同第一项相比是小量可以忽略

$$M(q_i)(q_{i+1} - 2q_i + q_{i-1}) = h^2 u \tag{3}$$

可用(3)式设计控制器, 令 $p = q_i + K_\alpha(r_i - q_i)$, K_α 为正的对角矩阵, r_i 是系统的参考输入矢量. 用 p 代替(3)式中的 q_{i+1} 可得如下的控制输入

$$u = M(q_i)(p - 2q_i + q_{i-1})/h^2 \tag{4}$$

文献[4]没有讨论控制系统的稳定性问题, 下面分析系统的局部稳定性, 考虑系统在平衡位置附近($q = 0$, $r_i = 0$, 将(4)带入(3)得)的扰动控制方程为

$$\Delta q_{i+1} + (K_\alpha - I)\,\Delta q_i = 0 \tag{5}$$

其中 I 为单位矩阵. 由于 K_α 为正的对角矩阵, (5)式是解耦的差分方程, 当 K_α 的元素 $0 < \alpha < 2$ 时系统渐进稳定.

3 柔性机械手动力学模型与控制

柔性机械手的精确模型是一个偏微分方程组, 一般采用假设模态法以获得便于控制的常微分方程组. 忽略重力的影响, m 连杆柔性机械手的动力学方程表示为

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + F(\dot{q}) + Kq = B(q)u \tag{6}$$

其中 $q = [q_r\, q_f]^T$, q_r 表示 m 个关节角矢量, q_f 是 $n - m$ 维弹性模态坐标矢量, M 是对称正定的质量矩阵, C 代表反对称的柯氏力和向心力矩阵, F 是摩擦力矩矢量, B 是与假设模态边界有关的 $n \times m$ 输入矩阵, K 是半正定的刚度矩阵, u 是 m 个关节的输入力矩矢量.

采用和刚性机械手类似的方法, 可得到如下的差分方程

$$M(q_i)(q_{i+1} - 2q_i + q_{i-1}) + hC(q_i, \dot{q}_i)(q_i - q_{i-1}) + h^2F(\dot{q}_i) + h^2Kq_i = h^2B(q_i)u \tag{7}$$

当 h 充分小, C 和 F 有界时, 上式左端的中间两项同第一项相比是小量可以忽略, 刚度矩阵系数 K 较大不应忽略

$$M(q_i)(q_{i+1} - 2q_i + q_{i-1}) + h^2Kq_i = h^2B(q)u \tag{8}$$

可用(8)式设计控制器, 令 $p = q_i + K_\alpha(r_i - q_i)$, r_i 是系统的参考输入矢量, K_α 为正的对角矩阵, 用 p 代替(8)式中的 q_{i+1} 可得如下关系

$$B(q_i)u = M(q_i)(p - 2q_i + q_{i+1})/h^2 \tag{9}$$

不能直接将刚性机械手的控制方法用到柔性机械手的控制上, 因为(9)式中 u 的维数 m 远比方程数 n 少, 不能唯一确定控制器的输出 u. 这正是柔性机械手控制的难点所在, 一个力矩要同时控制刚性运动和弹性振动. 一种方法是直接用控制刚性运动的 m 个方程确定 u, 但会引起弹性运动的不稳定. 如果把(9)式看成关于 u 的方程, 有 n 个方程, m 个未知量, $n > m$ 是矛盾方程组. 可以用解矛盾方程的最小二乘法从(9)式求出

$$u = (B^T(q_i)\,B(q_i))^{-1}B^T(q_i)\,K_\beta M(q_i)(p - 2q_i + q_{i-1})/h^2 \tag{10}$$

K_β 为正的对角矩阵, 其目的是为了控制器的设计更灵活方便, 并保证系统的稳定性.

下面分析系统的局部稳定性, 考虑系统在平衡位置附近($q = 0$, $r_i = 0$, 将(10)带入(8)得)的扰动控制方程

$$\Delta q_{i+1} + D\Delta q_i + E\Delta q_{i-1} = 0 \tag{11}$$

其中 $D = M^{-1}(B(B^TB)^{-1}B^T K_\beta M(I + K_\alpha) - 2M + h^2K)$, $E = M^{-1}(M - B(B^TB)^{-1}B^T K_\beta M)$. 为简洁, 矩阵表达式中省略了 q_i, 若记

$$W = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -E & -D \end{bmatrix} \tag{12}$$

则(11)渐进稳定的充要条件为矩阵 W 的谱半径小于 1

$$\rho(W) < 1 \tag{13}$$

设计时, 应选择 K_α 和 K_β 使(13)成立, 以保证系统的稳定性.

4 单柔性机械手的仿真结果

采用简支梁模型的假设模态法建立系统的动力学方程, 各参数取为

梁质量 $m = 1.4\text{kg}$

臂长度 $l = 0.75\text{m}$

臂刚度 $EI = 1220\text{Nm}^2$

末端质量 $M = 1.4\text{kg}$

取两阶模态采用拉格朗日方法建立系统的动力学方程, 各系数矩阵如下

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & \frac{ml}{\pi} & -\frac{ml}{2\pi} \\ \frac{ml}{\pi} & \frac{m}{2} & 0 \\ -\frac{ml}{2\pi} & 0 & \frac{m}{2} \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} \frac{m}{2}(q_1\dot{q}_1 + q_2\dot{q}_2) & \frac{m}{2}q_1\dot{\theta} & \frac{m}{2}q_2\dot{\theta} \\ -\frac{m}{2}q_1\dot{\theta} & 0 & 0 \\ -\frac{m}{2}q_2\dot{\theta} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K = \mathrm{diag}\left(0 \quad \frac{EI\pi^4}{2l^3} \quad \frac{8EI\pi^4}{l^3}\right),$$

$$m_{11} = (m_e + m/3)l^2 + m(q_1^2 + q_2^2)/2, \quad B = [1 \ \pi/l \ 2\pi/l]^T$$

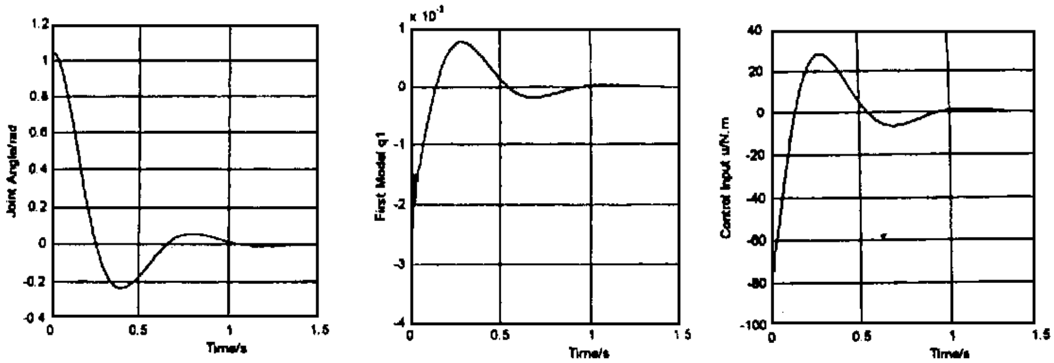
首先考虑柔性机械手的调节控制问题, 要求柔性机械手由 $\theta = \pi/3$ 回到 $\theta = 0$ 位置. 采样周期 $h = 0.001\text{s}$, 控制时间 $T = 2\text{s}$. 采用本文提出的控制方法设计控制器, 参数取为 $K_\alpha = \mathrm{diag}(0.01, 0.01, 0.01)$ 和 $K_\beta = \mathrm{diag}(0.4, 0.2, 0.2)$. 特征值和模如表 1 所示, 矩阵 W 的谱半径 $\rho(W) = 0.9978 < 1$, 系统稳定. 当取 $K_\alpha = \mathrm{diag}(0.01, 0.01, 0.01)$ 和 $K_\beta = \mathrm{diag}(0.8, 0.8, 0.8)$ 时, 矩阵 W 的谱半径 $\rho(W) = 1.8554 > 1$, 系统不稳定. 这说明, 对柔性机械手控制问题 K_β 因子是重要的, 文[4]的方法相当于 $K_\beta = I$, 此时, 矩阵 W 的谱半径 $\rho(W) = 2.1357 > 1$, 即使取非常小的 K_α 值系统也不稳定.

表 1 W 的特征值和模

特征值	模
$-0.7626 + 0.5050i$	0.9155
$-0.7626 - 0.5050i$	0.9155
$0.8591 + 0.4670i$	0.9778
$0.8591 + 0.4670i$	0.9778
$0.9977 + 0.0063i$	0.9978
$0.9977 + 0.0063i$	0.9978

图 1 表示了柔性机械手的刚性转角 θ、一阶柔性模态坐标 q_1 和控制输入 u 的变化规律. 从图 1 可以看出柔性机械手可以快速准确地达到期望位置, 弹性振动得到有效的消除.

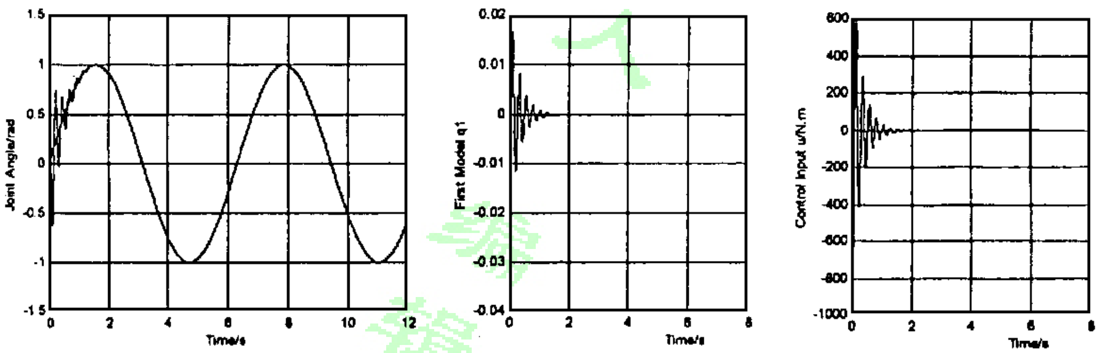
下面考虑柔性机械手的跟踪控制问题, 令柔性机械手的刚性转角跟踪 $\theta = \sin(t)$, 弹性模态坐标为零, 即 $r = [\sin(t) \ 0 \ 0]^T$. 初值取 $\theta = \pi/3$, 其余为 0. 采样周期 $h = 0.001\text{s}$, 控制时间 $T = 12\text{s}$. 采用本文提出的控制方法设计控制器, 参数取为 $K_\alpha = \mathrm{diag}(0.1, 0.01, 0.01)$ 和 $K_\beta = \mathrm{diag}(0.4, 0.2, 0.2)$. 矩阵 W 的谱半径 $\rho(W) = 0.99779 < 1$, 系统稳定. 图 2 表示了柔性机械



(a)　　　　(b)　　　　(c)

图 1　柔性机械手调节控制

手的刚性转角 θ、一阶柔性模态坐标 q_1 和控制输入 u 的变化规律. 从图 2 中可以看出, 柔性机械手在 1s 内即可跟踪上系统输入, 系统的实际输出和期望输出基本重合. 系统在开始阶段具有较强的弹性振荡, 但很快即衰减到 0.



(a)　　　　(b)　　　　(c)

图 2　柔性机械手跟踪控制

5　结论

本文讨论了柔性机械手的运动控制问题, 提出了一种适合具有不确定性的柔性机械手的简单控制方法. 分析了系统在平衡位置附近的局部稳定性, 控制增益参数 α 和 β 的组合决定系统的稳定性及系统的性能指标. 选大的增益参数 α 和 β 系统的响应速度加快, 但同时系统的振荡加大. 一般取 $\alpha < 0.3$ 和 $\beta < 0.5$, 以保证系统的稳定性(过大的增益参数 α 和 β 引起的强振荡使(8) 式的简化条件失效). 研究表明, 本文提出的柔性机械手控制方法理论简单, 在保证控制精度的同时, 柔性机械手的弹性振动得到了有效的抑制. 由于柔性机械手动力学方程的质量矩阵和弹性矩阵确定比较容易, 而且现在可以使用高性能低成本的数字信号处理芯片(如 TMS320 系列 DSP) 实现柔性机械手的快速采样和控制. 因此, 本文提出的控制算法对具有不确定性的柔性机械手控制问题具有重要意义和实用价值.

(下转第 281 页)