

# 一个机器人动力学高效建模软件<sup>†</sup>

章定国 谢大雄 李德昌

(南京理工大学应用力学系 210014)

**摘要** 本文介绍了一个机器人动力学高效建模软件的设计方法,理论基础及其软件性能.使用这种软件技术能迅速地建立机器人动力学方程,并且所得方程已经得到充分化简,方程的计算性能达到实时控制之水平.

**关键词** 机器人,动力学,建模

## 1 引言

随着机器人技术的发展,高速、高精度和智能机器人是一大发展趋势,同时,这种趋势也给机器人的运动控制提出了更高的要求.常用的无实时计算要求的开环控制已经不能适应这种情况,必须代之以高级的闭环反馈控制.但是,由于种种原因,目前市场上所见的机器人均未采用高级控制策略.在这些原因中,机器人动力学的实时计算是制约机器人采用高级反馈控制的一大“瓶颈”.唯有完整、精确、高效的动力学方程才能准确地实时地给出驱动器指令,从而使机器人精确而灵活地运动.

在机器人动力学方面,国内外学者均已作了相当深入的研究.目前,通过采用不同原理对机器人动力学方程进行建模,从而提高动力学方程的计算效率的方法已日趋极限.不少学者也业已证明,通过适当组织计算结构和选择姿态表示,各种方法可以获得大致相同的计算效率.从这种意义上讲,各种建模方法是等价的<sup>[1]</sup>,而真正重要的是如何能自动生成方程,把人们从繁重的动力学推导中解放出来,并将动力学计算量减少到最小.本文作者基于这种思路,研制了一种机器人动力学高效建模软件技术——TREE-SDEM.

## 2 TREE-SDEM 的动力学理论基础

文献[2],[3]证明,优秀的动力学建模是建立先进的反馈闭环控制系统的关键.由于我们确定了要建立高级的反馈闭环控制系统,故一定要建立结构良好的动力学方程组.通过筛选,在 TREE-SDEM 软件中,选择树形机器人 L-E 法动力学方程,文献[3]和[4]给出了选择和方程推导的详细过程.

$$\tau_i = \sum_{k=1}^n D_{ik} \dot{q}_k + \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n h_{ikm} \dot{q}_k \dot{q}_m + g_i \quad (1)$$

其中 
$$D_{ik} = \sum_{j=\max(1,k)}^n \text{tr}(\bar{U}_{jk} J_j \bar{U}_{ji}^T) \quad i, k = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

$$h_{ikm} = \sum_{j=\max(1,k,m)}^n \text{tr}(\bar{U}_{jkm} J_j \bar{U}_{ji}^T) \quad (3)$$

† 本文得到国家自然科学基金和兵科院预研项目的支持,获部科技进步三等奖.1994-11-25 修回

$$g_i = \sum_{j=i}^n (-m_j \bar{g}_{ij} r_j) \quad (4)$$

公式(1)~(4)就是树形机器人 L-E 法动力学方程,是 TREE-SDEM 的动力学理论基础. 方程中  $D, H, G$  矩阵的各种性质请参阅文献[4].

### 3 机器人动力学方程的符号推导

用计算机对动力学方程进行符号推导,并在推导过程中对方程的乘法、加法次数进行优化是获得高效动力学方程的最直接有效的方法. 从方程(1)~(4)可以看出,每个  $D_{ij}, h_{i\mu}, g_i$  实际上是由常数、 $q_i, \cos q_i$  和  $\sin q_i (i=1, 2, \dots, n)$  等因子组成的多项式. 若设

$$\xi = \begin{cases} 0 & \text{第 } i \text{ 关节为转动关节} \\ 1 & \text{第 } i \text{ 关节为移动关节} \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

取 
$$NN = \sum_{i=1}^n [2(1 - \xi_i) + \xi_i] \quad (6)$$

则  $NN$  为整个多项式空间的基维数.  $D_{ij}, h_{i\mu}, g_i$  只是由基元素——常数、 $q_i, \cos q_i, \sin q_i$  相乘组成的项的线性组合. 所以它们可共同表为

$$H = \sum_{k=1}^m k_k C_1^{\alpha_1} \dots C_n^{\alpha_n} S_1^{\beta_1} \dots S_n^{\beta_n} q_1^{\gamma_1} \dots q_n^{\gamma_n} \quad (7)$$

式中  $m$  代表  $H$  多项式的项数

$$l_1 = \sum_{i=1}^n (1 - \xi_i) \quad l_2 = \sum_{i=1}^n \xi_i \quad (8)$$

分别代表转动关节和移动关节的个数,  $R_k$  代表  $H$  多项式中第  $k$  项的系数.

$\epsilon_i^j, \beta_i^j, \gamma_i^j (i=1, 2, \dots, l_1; j=1, 2, \dots, l_2)$  分别代表  $H$  多项式第  $k$  项的因子  $\cos q_i, \sin q_i, q_i$  的指数,可以证明  $\epsilon, \beta, \gamma \in [0, 1, 2]^{[5]}$ . 这样  $H$  多项式可以用如下的多项式矩阵来表示

$$E_m = \begin{bmatrix} R_1 & \epsilon_1^1 \dots \epsilon_{l_1}^1 & \beta_1^1 \dots \beta_{l_1}^1 & \gamma_1^1 \dots \gamma_{l_2}^1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_m & \epsilon_1^m \dots \epsilon_{l_1}^m & \beta_1^m \dots \beta_{l_1}^m & \gamma_1^m \dots \gamma_{l_2}^m \end{bmatrix} \quad (9)$$

$E_m$  为一个  $m \times (NN+1)$  矩阵,它的每一行代表  $H$  中的一项. 同理  $A_i$  矩阵中的每个元素也可用一个多项式矩阵表示. 因此,动力学建模的符号推导就化为了多项式矩阵的相加、相乘等数学运算.

## 4 TREE-SDEM 简介

高效建模软件 TREE-SDEM 是一个针对树形结构(包括含闭式链的结构)机器人及一般树形机构,用计算机来自动建立其运动学、动力学符号方程的软件. 它能对人体、多臂步行机器人及车辆等机构的动力学模型迅速准确地建模. 其适用范围、建模能力、结果的优化及其准确性达到国内同类软件的先进水平.

### 4.1 TREE-SDEM 的整体结构

TREE-SDEM 是在 IBM-PC AST/486 微机上实现的,操作系统为 PC-DOS3.3,但可以使用在装有 VGA 卡的 IBM-PC AT, 286, 386 及其他 PC 机兼容的机上. TREE-SDEM 采用 Turbo C 2.0 编制,核心语句有 6000 条. 整个软件由界面、核心运算块、源程公式输出块、图形输出及其校核等部分组成. 程序的结构性好,通用性、移植性强,其总体图见图 1.

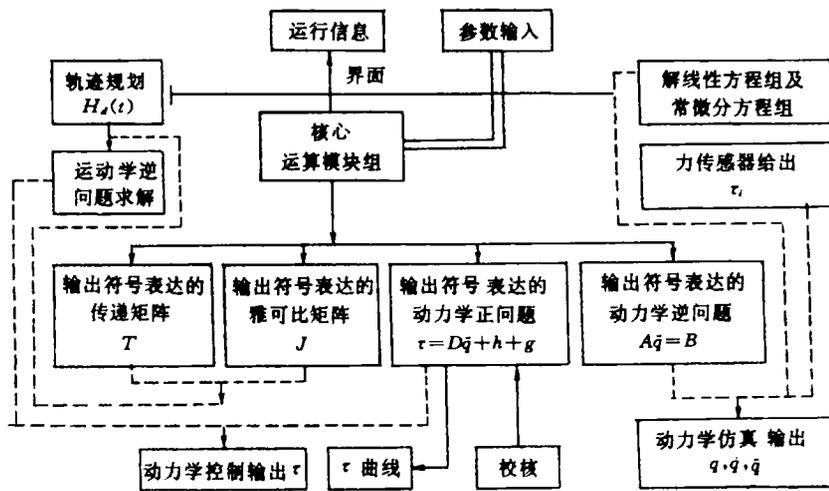


图 1 TREE-SDEM 整体框图

## 4.2 TREE-SDEM 的性能

### 4.2.1 良好的适用性和强大的建模能力

TREE-SDEM 不但能适用于开链,而且也能适用于树形系统及其等价系统.对于铰的形式,转动铰、移动铰及其可以分解成这些铰的其他铰都行.对于含闭合链的系统, TREE-SDEM 可以自动建立其符号形式的约束方程. TREE-SDEM 软件的第四模块中有一个数值计算库,能对各种矩阵进行操作以及常微分方程的积分等,其中的 SVD 程序是以 NATS 提供和支持的 SVD 程序为基础而发展起来的,能输出完整的  $U, V, S$  阵,进而它能完成动力学正、逆问题的数值计算,有约束方程时,可以对方程进行增广和缩并计算<sup>[6]</sup>.

另外,由于采用了合理的数据结构和管理方式,理论上已突破 DOS 空间问题,可以对 15 自由度的人体、车辆等复杂动力学系统建模.

### 4.2.2 建模结果的良好结构性和接口能力

TREE-SDEM 是基于树形系统的 L-E 方程所编制的,因此,其建模结果的结构性好,所得到的方程中的各项物理意义清晰,便于我们进行理论分析和设计控制定律.另外,由于所得结果是独立的  $D, H, G$  阵,故特别适合于并行计算.建模所得的结果是用 Turbo C 语言写成的源程序,是一个独立的单元,具有良好的接口,单独编译后,就可联机进行动力学仿真和控制及运动学分析.

### 4.2.3 优秀的化简功能

TREE-SDEM 在建模过程中,对多项式含有的乘法和加法次数进行了如下的优化:

1) 排零优化; 2) 合并同类项; 3) 三角化简; 4) 提取公因子; 5) 充分利用树形系统中的  $D, H, G$  的性质.

通过上面的优化,使  $D, H, G$  的解析表达式大大简化,其建模结果几乎可与手工推导的结果相媲美.经过 TREE-SDEM 推导的方程,使得控制力矩求解的乘法次数达到 N-E 递推法的水平,加法次数比其他方法都小得多,达到了国内外先进水平.

### 4.3 TREE-SDEM 的使用

TREE-SDEM 的运行是在其提供的窗口式环境中进行的,因此,使用者只需建立必要的  
数据文件,就可方便自如地使用<sup>[7]</sup>.

## 5 结语

机器人的控制和动力学是密切相关的,高速、高精度和智能机器人,其控制系统必须采用  
高级的控制方案,而这一切对于动力学建模提出了更高的要求. TREE-SDEM 能得到高效的  
解析表达的动力学方程,在这些方程的基础上我们可以进一步的处理,从而使动力学计算效率  
更高,有关这方面的工作,我们将另文介绍.

## 参 考 文 献

- 1 王庆国,林建亚,路甬祥等. 机器人的运动学和动力学. 机器人,1990,12(1): 58-64.
- 2 Luh J Y S, Walker M W, Paul R P C. Resolved Acceleration Control of Mechanical Manipulators. IEEE Trans on Auto-  
matic Control, 1980, AC-25.
- 3 李德昌等. 机器人执行机构的运动学和动力学分析及算法. 鉴定材料,华东工学院,1989.
- 4 章定国. 树形结构机器人动力学计算机自动建模及力学分析. 华东工学院硕士论文,1991.
- 5 Vukobratovic M, Kircanski N. Real-time Dynamics of Manipulation Robots. 1985.
- 6 章定国. 含闭环链的多刚体系统的动力学分析. 南京理工大学学报,1994,(1).
- 7 章定国等. 多臂与自行机器人的动力学仿真. 华东工学院,1992.

## A HIGH EFFICIENCY MODELLING SOFTWARE FOR DYNAMICS OF ROBOTS

ZHANG Dingguo XIE Daxiong LI Dechang

(Nanjing University of Science and Technology 210014)

**Abstract** In this paper, the authors introduce the methods of designing, the basis of theories and the  
properties of a high efficiency modelling software. By using it, people can construct dynamic equations of  
robots very quickly, and these equations have been simplified to the fullest extent, the computation property  
arrives at the level of real-time control.

**Key words** Robot, dynamics, modelling

### 作者简介:

章定国:男,27岁,工学博士,讲师. 研究领域:机器人动力学,多体系统和兵器系统动力学.

谢大雄:男,33岁,讲师. 研究领域:机器人动力学,多体系统动力学.

李德昌:男,60岁,教授. 研究领域:机器人动力学,多体系统动力学.