

## 基于 NSGA-II 算法的平面并联机构动态性能多目标优化

孔民秀<sup>1,2</sup>, 陈琳<sup>1,2</sup>, 杜志江<sup>1,2</sup>, 孙立宁<sup>1,2</sup>

(1. 哈尔滨工业大学, 黑龙江 哈尔滨 150080; 2. 机器人技术与系统国家重点实验室, 黑龙江 哈尔滨 150080)

**摘要:** 针对高速高加速度的平面并联机构, 采用面向控制系统的机构设计方法, 对机械结构进行优化设计。分别在运动学、动力学层面上提出多个性能指标, 以其作为目标函数和约束条件建立了标准的多目标优化模型。基于 NSGA-II 算法求解多目标优化问题, 进行尺度综合。最终结果表明, 优化后的机构能较大程度上消除系统耦合, 提升动态性能, 为高速控制系统设计提供良好的机械硬件平台。

**关键词:** 机构优化; 多目标优化; NSGA-II 算法; 尺度综合

中图分类号: TP242.2

文献标识码: A

### Multi-objective Optimization on Dynamic Performance for a Planar Parallel Mechanism with NSGA-II Algorithm

KONG Minxiu<sup>1,2</sup>, CHEN Lin<sup>1,2</sup>, DU Zhijiang<sup>1,2</sup>, SUN Lining<sup>1,2</sup>

(1. Harbin Institute of Technology, Harbin 150080, China;

2. State Key Laboratory of Robotics and System, Harbin 150080, China)

**Abstract:** For a high-speed and high-acceleration planar parallel mechanism, a design for control (DFC) approach is proposed for the optimization of the mechanism structure. Several evaluation indexes of kinematics and dynamics performance are established for the object functions and constraints, and then a standard multi-objective optimization problem can be formed. The dimension synthesis is carried out by solving the multi-objective optimization with NSGA-II (non-dominated sorting genetic algorithm-II) algorithm. The final result shows that the mechanism with the optimized parameters can eliminate the systematic coupling and enhance the dynamic performance greatly, which provides a solid mechanism hardware platform for designing the high-speed control system.

**Keywords:** mechanism optimization; multi-objective optimization; NSGA-II algorithm; dimension synthesis

### 1 引言 (Introduction)

与串联机构相比, 并联机构具有刚度大、承载能力强、定位精度高、无积累误差、易于实现高速等优点。对于采用外副驱动的并联机构, 可将驱动电机安装在机架上, 以轻质细杆作为运动臂, 这样不但可以降低机构的总体质量, 而且末端执行器可以达到较高的速度和加速度; 因此, 在物料搬运、IC 封装等领域, 高速并联机构应用较为广泛。

工业自动化重要装备生产效率的提高及加工领域的拓展, 对机构运动精度、运行速度、运行加速度以及高速高加速情况下的运行平稳性提出较高的要求。就一般实际工程应用而言, 在进行并联机构控制系统设计时, 通常没有考虑并联机构的动力学特性, 只是针对单个关节进行 PID 控制。然而并联机

构中存在多个关节的耦合运动, 高速情况下单个关节 PID 控制效果较差。为了改善控制效果, 在控制系统设计阶段计入机构的动力学特性, 针对多个关节采用基于动力学模型的计算力矩控制, 这样可以补偿机构高速运动时产生的哥氏力、向心力等非线性力。但是应用于实际工程时, 计算力矩控制法存在计算量大、硬件实现困难的缺点。

从机构方面出发, 对机械本体进行合理设计, 则可减弱关节的耦合运动, 削弱机构运动惯性对动力学性能的影响, 降低动力学模型的非线性程度, 提高机构在高速运动场合的动力学性能。如果该机构拥有良好的动力学性能, 即使采用 PID 控制也可以取得很好的控制效果。

为提高机构刚体动力学性能, 本文从机构方面

进行研究,采用面向控制系统的机构设计方法<sup>[1-3]</sup>,以一种设计应用在高速高加速运动场合的平面并联机构为例,进行运动学、动力学层面上的多目标尺度综合,以使设计出的机械本体拥有良好的动力学性能。

## 2 平面并联机构 (Planar parallel mechanism)

该平面并联机构由主动支链、辅助支链和动平台组成,每个支链包含一个平行四边形结构;主动支链、辅助支链与动平台又构成平行四边形结构,这样可以使末端动平台保持平动。末端动平台可以根据生产中的实际需要来安装实现特定功能的手爪;同时,为了提高该机构在水平方向上的刚度值,特将两条辅助支链对称布置。

平面并联机构的简图和3维图如图1和2所示,它可实现2个平动自由度,运动工作空间较大,可以达到400 mm×300 mm;末端平台平动速度为1 m/s,加速度可达25 m/s<sup>2</sup>。

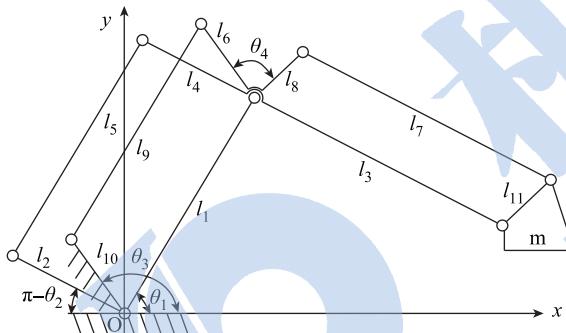


图1 平面并联机构简图

Fig.1 A planar parallel mechanism

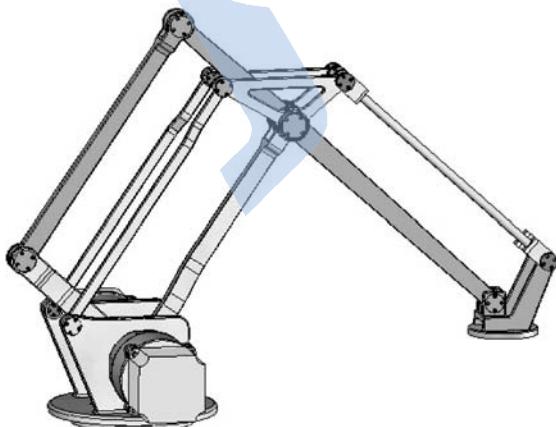


图2 平面并联机构3维图

Fig.2 3-D model of a planar parallel mechanism

## 3 动力学模型 (Dynamics model)

应用拉格朗日动力学法,选取广义坐标为关节

1处驱动杆 $l_1$ 与 $x$ 轴夹角 $\theta_1$ ,关节2处驱动杆 $l_2$ 与 $x$ 轴夹角 $\theta_2$ ;广义力为关节1与2处的驱动力矩 $\tau_1$ 与 $\tau_2$ ,经推导得出该并联机构的逆动力学方程,即式(1)。

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B\cos(\theta_1 - \theta_2) \\ B\cos(\theta_1 - \theta_2) & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & B\sin(\theta_1 - \theta_2) \\ -B\sin(\theta_1 - \theta_2) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1^2 \\ \dot{\theta}_2^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D\cos\theta_1 \\ H\cos\theta_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$A = m_1 l_{c1}^2 + m_5 l_{c5}^2 + m_9 l_{c9}^2 + m_4 l_1^2 + m_3 l_1^2 + m_8 l_1^2 + m_6 l_1^2 + m_7 l_1^2 + m_{11} l_1^2 + I_1 + I_5 + I_9 \quad (2)$$

$$E = m_2 l_{c2}^2 + m_4 l_{c4}^2 + m_3 l_{c3}^2 + m_7 l_{c7}^2 + m_5 l_2^2 + m_{11} l_3^2 + I_2 + I_4 + I_3 + I_7 \quad (3)$$

$$B = m_5 l_{c5} l_2 + m_4 l_{c4} l_1 - m_3 l_{c3} l_1 - m_7 l_{c7} l_1 \quad (4)$$

$$D = m_1 g l_{c1} + m_5 g l_{c5} + m_9 g l_{c9} + m_4 g l_1 + m_3 g l_1 + m_8 g l_1 + m_6 g l_1 + m_7 g l_1 + m_{11} g l_1 \quad (5)$$

$$H = m_2 g l_{c2} + m_4 g l_{c4} - m_3 g l_{c3} - m_7 g l_{c7} + m_5 g l_2 - m_{11} g l_3 \quad (6)$$

其中,式(2)与(3)中 $I_i = m_i l_{ci}^2 / 12$ 为各杆件绕其质心的转动惯量,  $l_{ci}$ 是指杆件 $i$ 相对于杆件自身坐标系的质心距离,  $i = 1, \dots, 9$ ;式(1)中 $A$ 、 $E$ 分别为关节1与关节2的有效惯量(等效转动惯量); $B\cos(\theta_1 - \theta_2)$ 为关节1和关节2之间的耦合惯量; $B\sin(\theta_1 - \theta_2)$ 、 $-B\sin(\theta_1 - \theta_2)$ 分别为关节2(或关节1)的速度作用在关节1(或关节2)之间的向心力项系数; $D\cos\theta_1$ 、 $H\cos\theta_2$ 为重力项,只与质量 $m$ 、长度 $d$ 以及机构的结构图形 $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 有关。由于辅助支链对称布置,建立动力学模型时将两条辅助支链简化为一,所以 $m_6 \sim m_9$ 已包含两条辅助支链中相应杆件的质量。

可将逆动力学方程式(1),简洁地写为

$$\tau = \mathbf{H}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) \quad (7)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} A & B\cos(\theta_1 - \theta_2) \\ B\cos(\theta_1 - \theta_2) & E \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} 0 & B\dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) \\ -B\dot{\theta}_1 \sin(\theta_1 - \theta_2) & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} D\cos\theta_1 \\ H\cos\theta_2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

式(7)为基于机构动态性能的控制系统设计提供了理论基础. 其中  $\mathbf{H}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}$  为惯性力项,  $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}$  为离心力项与哥氏力项,  $\mathbf{G}(\mathbf{q})$  为重力项,  $\mathbf{q}$  为广义坐标向量.

## 4 优化策略 (Optimization strategy)

现在关于机械本体的优化设计多是对机构尺度的综合, 而机构的尺度综合又多是基于运动学层面的, 即用运动学的性能指标——例如工作空间、雅可比矩阵的条件数、奇异值等——构造目标函数, 依据工程的可实现性来制定约束条件, 之后经过非线性规划优化出机构的尺度参数<sup>[4]</sup>. 这种基于运动学层面的优化方式, 对于低速机构是十分适用的. 随着机构不断向高速方向发展, 必须要考虑机构的动力学模型<sup>[5]</sup>.

针对高速机构的优化设计, 不仅要在运动学层面上进行优化, 而且还要建立起机构的动力学模型, 给出刚体动力学性能的评价指标, 例如运动构件的惯量值、逆动力学方程中坐标间的耦合程度以及驱动机构运动所需的驱动力矩与驱动功率等指标; 接着进行动力学层面上的优化, 保证机构在高速运动场合具有良好的动力学性能. 由于机构中杆件的长度、截面积、材料属性、转动惯量以及机构所处的位形等因素均影响以上评价指标, 因此高速机构优化问题较为复杂, 设计变量多、目标函数多、约束条件多.

本文以非支配排序遗传算法 NSGA-II 为工具, 进行平面并联机构动态性能的多目标优化; 其优化策略是先依据技术指标和设计经验给定各杆件参数的取值范围, 以关键杆件的尺寸、截面作为设计变量, 以综合灵巧度评价指标、有效惯量值、典型轨迹下的力矩值、功率值为目标函数, 在给定多种约束条件下, 借助非支配排序遗传算法完成运动学、动力学层面上的多目标尺度综合.

### 4.1 优化目标

针对平面并联机构的刚体动态性能优化, 本文从运动学、动力学方面提出了多个优化目标, 详细讨论如下.

#### 4.1.1 运动学层面

对于一个并联机构, 其灵巧度是衡量输入输出运动(力)之间传递精度和评价机构运动学性能的重要指标, 由机构的雅可比矩阵可得出 3 种影响机构灵巧度的指标<sup>[6]</sup>: 条件数指标、最小奇异值指标、可操作度. 将 3 种指标综合考虑, 建立综合评价指标来考察全域工作空间内机构的灵巧度特性.

(1) 条件数指标: 它反映了机构各向同性性能, 当条件数  $k = 1$  时, 机构沿各个方向进行映射的放大倍数完全相等, 此时称机构处于运动学各向同性状态.

(2) 最小奇异值指标: 雅可比矩阵  $\mathbf{J}$  的最小奇异值  $\sigma_{\min}$  反映了输入输出传递之间的最小放大倍数; 最小奇异值越大, 末端动平台对于关节运动的反应越快; 此时的最小奇异值直接表明了在哪个位置接近奇异点时关节速度会超过额定值.

(3) 可操作度指标: 将雅可比矩阵与其转置乘积的行列式作为评价机器人操作能力的指标, 即  $W = \sqrt{\det(\mathbf{J}\mathbf{J}^T)}$ . 当  $W = 0$  时, 机构处于奇异形位, 当  $W = \infty$  时, 机构处于不定形位, 当  $W \neq 0$  且  $W \neq \infty$  时, 机构处于非奇异形位, 而且  $W$  的值能直观地反映机构远离奇异形位和不定形位的程度.

(4) 综合灵巧度指标: 考虑以上 3 种指标, 建立综合评价指标来考察全域工作空间内机构的灵巧度特性. 先将  $k$ 、 $1/\sigma_{\min}$ 、 $1/W$  进行归一化处理, 选取全域工作空间内机构的灵巧度评价指标  $f_1$ , 令  $f_1 = w_1k + w_2/\sigma_{\min} + w_3/W$ , 其中  $w_1$ 、 $w_2$ 、 $w_3$  分别为权重系数, 考虑到该机构的各项同性和响应快速, 可将权重系数设定不同的值, 分别为  $w_1 = 0.4$ ,  $w_2 = 0.4$ ,  $w_3 = 0.2$ . 在机构的工作空间内,  $f_1$  越小则机构越趋于各项同性, 同时末端动平台对于关节运动的反应越快, 故选取  $f_1$  作为运动学层面上的目标函数.

#### 4.1.2 动力学层面

对逆动力学方程式(1)进行分析可以看出, 由于末端动平台的运动为平动, 机构运动时的哥氏力为 0, 因此机构中杆件之间的相对运动关系变得相对简单; 进一步调整杆件之间的长度关系, 可以使系数  $B$  的值等于 0, 即:

$$B = m_5l_{c5}l_2 + m_4l_{c4}l_1 - m_3l_{c3}l_1 - m_7l_{c7}l_1 = 0 \quad (11)$$

由逆动力学方程中的惯性力项  $\mathbf{H}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}$  和离心力项及哥氏力项  $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}$  进行分析得知, 若式(11)成立, 则在杆 1 和杆 2 驱动力矩的函数式中能够完全消除不同坐标间的耦合使用, 因此通过合理设计来优化各杆间的惯量关系, 可以削弱机构动力学模型的非线性程度.

在系数  $B$  的值尽量小的前提下, 观察惯性矩阵  $\mathbf{H}(\mathbf{q})$  非主对角线上的元素近似为 0, 则  $\mathbf{H}(\mathbf{q})$  惯性矩阵的非线性程度大大降低. 主对角线上的元素  $A$ 、 $E$  的值为有效惯量值, 由于该机构运行的速度和加速度较高, 因此在工作空间内对关节 1 和关节 2

的有效惯量值  $A$ 、 $E$  进行优化, 可以减弱该机构的惯性, 降低驱动力矩  $\tau_1$ 、 $\tau_2$  的损耗.

所以在满足系数  $B$  的值尽量小的前提下, 将有效惯量  $A$ 、 $E$  作为优化目标, 而且  $A$ 、 $E$  的大小处于同一数量级, 故可以取目标函数  $f_2 = A + E$ .

同时, 在工作空间内为该机构规划一条轨迹, 进行动力学仿真计算. 文中假设末端动平台的运动轨迹如图 3 所示, 运动范围为  $X \in [0.55 \text{ m}, 0.85 \text{ m}]$ ,  $Y \in [-0.2 \text{ m}, 0.2 \text{ m}]$ , 取末端动平台加速度为  $25 \text{ m/s}^2$ , 速度为  $1 \text{ m/s}$ , 走 4 段直线, 先以最大加速度加速, 之后匀速, 再以最大加速度减速到 0, 行程覆盖到工作空间的边界.

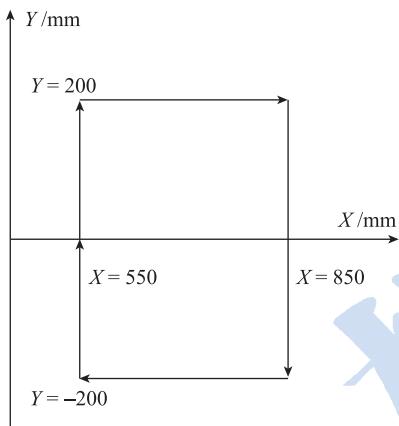


图 3 末端动平台的运动轨迹

Fig.3 Trajectories of end effector

应用逆动力学方程式 (1) 计算该运动轨迹下关节 1 和关节 2 所需的驱动力矩和驱动功率值, 这样可以为电机参数的选择提供依据. 在机构满足各项技术指标的前提下, 驱动力矩和驱动功率的最大值越小越好, 故取目标函数  $f_3 = \max P + \max \tau$ .

## 4.2 设计变量

各杆的截面形状规则, 杆件质量与杆长、截面积成正比关系; 同时机构中含有多个平行四边形结构, 相对的两边杆长相等, 因此可以选取杆件长度  $l_1, l_2, l_3$ 、杆件截面积  $A_3, A_4, A_5, A_7$  作为设计变量, 以使系数  $B$  的值最小. 其中,  $l_i$  为杆件  $i$  的长度,  $A_i$  为杆件  $i$  的截面积.

## 4.3 约束条件

本文从技术要求、运动学、动力学等层面提出了各自的约束条件.

### 4.3.1 技术要求层面

该并联机构的杆长与工作空间成线性关系, 杆件长度越长, 工作空间越大, 所以可以根据技术要求, 将对工作空间 ( $400 \text{ mm} \times 300 \text{ mm}$ ) 的约束转化为对杆件长度范围的约束, 从而给定各杆件长度的

初始范围, 即  $0.4 \text{ m} \leq l_1, l_3 \leq 0.6 \text{ m}$ ,  $0.15 \text{ mm} \leq l_2 \leq 0.4 \text{ mm}$ .

同时, 该并联机构运行在高速高加速度的场合下, 各杆件需要有足够的刚度来抵制其变形. 在给定杆件长度初始范围的前提下, 对杆件进行刚度校核, 结合设计经验, 给定各设计变量初始截面积的当量值范围为  $0.0003 \text{ mm}^2 \leq A_3, A_4, A_5 \leq 0.0006 \text{ mm}^2$ ,  $0.00015 \text{ mm}^2 \leq A_7 \leq 0.00035 \text{ mm}^2$ .

在后期要借助相应的软件对杆件进行柔性体的模态分析<sup>[7]</sup>, 考察机构在高速场合下的固有频率和变形情况, 从而最终确定杆件的截面积, 即在优化后的截面积当量值上设置相应的倍数作为最终的结果.

### 4.3.2 运动学层面

(1) 在规定的工作空间内, 对于该并联机构给定条件数  $k \leq 5$ , 可操作性  $W \geq 0.2$  的约束条件, 以保证机构的各向同性性能, 提高末端动平台的响应速度, 同时避免奇异位形.

(2) 由于电机的额定转速存在上限值, 所以需约束驱动杆  $l_1$  和  $l_2$  旋转的最大角速度值, 即关节 1 和关节 2 的角速度值应满足一定的约束条件, 下面将说明该约束条件的给出过程.

关节 1 和关节 2 的角速度不仅与末端动平台的进给速度有关, 而且还与机构尺度参数和机构位形有关, 可以采用矩阵奇异值来确定其上限<sup>[8]</sup>, 详细的推导过程如下:

已知末端动平台的速度为

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \mathbf{J} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

式中,  $\mathbf{J} = \begin{bmatrix} -l_1 \sin \theta_1 & l_3 \sin \theta_2 \\ l_1 \cos \theta_1 & -l_3 \cos \theta_2 \end{bmatrix}$ , 为机构的雅可比矩阵.

将式 (12) 简写为  $\mathbf{v} = \mathbf{J} \dot{\theta}$ , 并对其进行变形得到  $\dot{\theta} = \mathbf{G} \mathbf{v}$ ,  $\mathbf{G} = \mathbf{J}^{-1}$  为机构的雅可比逆矩阵. 同时, 对关节速度  $\dot{\theta}$  取模得到

$$\|\dot{\theta}\|^2 = \dot{\theta}^T \dot{\theta} = \mathbf{v}^T \mathbf{G}^T \mathbf{G} \mathbf{v} \quad (13)$$

因为  $\mathbf{G}^T \mathbf{G}$  为  $n \times n$  阶的实对称阵, 故存在一个正交矩阵  $\mathbf{R}$  使  $\mathbf{R}^T \mathbf{G}^T \mathbf{G} \mathbf{R} = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ ; 令  $\mathbf{v} = \mathbf{R} \mathbf{y}$ , 则  $\mathbf{y} = \mathbf{R}^T \mathbf{v}$ , 将其代入式 (13) 中有

$$\|\dot{\theta}\|^2 = \mathbf{y}^T \mathbf{R}^T \mathbf{G}^T \mathbf{G} \mathbf{R} \mathbf{y} = \mathbf{y}^T \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n) \mathbf{y} \quad (14)$$

式中,  $\lambda_1, \dots, \lambda_n$  为实对称阵  $\mathbf{G}^T \mathbf{G}$  的特征值.

假设  $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_n]^T$ , 则

$$\mathbf{y}^T \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n) \mathbf{y} = \sum_{i=1}^n y_i^2 \lambda_i \quad (15)$$

这样可以给出式(14)的取值范围, 即

$$\lambda_{\min} \sum_{i=1}^n y_i^2 \leq \|\dot{\theta}\|^2 \leq \lambda_{\max} \sum_{i=1}^n y_i^2 \quad (16)$$

又因为  $\mathbf{y}^T \mathbf{y} = \mathbf{v}^T \mathbf{R} \mathbf{R}^T \mathbf{v} = \|\mathbf{v}\|^2$ , 所以  $\sum_{i=1}^n y_i^2 = \|\mathbf{v}\|^2$ ,

式(16)可以进一步写成

$$\lambda_{\min} \|\mathbf{v}\|^2 \leq \|\dot{\theta}\|^2 \leq \lambda_{\max} \|\mathbf{v}\|^2 \quad (17)$$

针对式(17), 若令  $\|\mathbf{v}\| = 1$ , 则可以将确定关节速度取值范围的问题转化为求解实对称阵  $\mathbf{G}^T \mathbf{G}$  的标准特征值  $\lambda$  的问题, 又因为  $\mathbf{G} = \mathbf{J}^{-1}$ , 所以可以转化为

$$((\mathbf{J}^{-1})^T \mathbf{J}^{-1} - \sigma^2 \mathbf{E}_2) \mathbf{v} = 0, \quad \|\mathbf{v}\| = 1 \quad (18)$$

式中,  $\mathbf{E}_2$  为表示 2 阶单位阵;  $\lambda$  为  $(\mathbf{J}^{-1})^T \mathbf{J}^{-1}$  的特征值,  $\lambda = \sigma^2$ ;  $\mathbf{v}$  为属于特征值  $\lambda$  的特征向量.

所以, 可由末端动平台速度确定所需关节角速度的上下限值, 即式(17); 其中  $\lambda_{\max} = \sigma_{\max}^2$ ,  $\lambda_{\min} = \sigma_{\min}^2$ ;  $\sigma_{\max}$ 、 $\sigma_{\min}$  分别为雅可比逆矩阵  $\mathbf{J}^{-1}$  的最大、小奇异值.  $\sigma_{\max}$  和  $\sigma_{\min}$  的物理意义分别为对应  $\|\mathbf{v}\|_{\max(\min)} = 1$  的末端动平台移动速度最大(小)值.

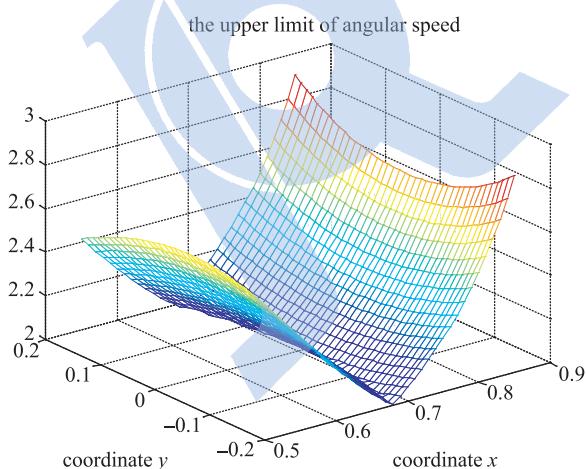


图 4 关节角速度上限值在工作空间内的分布情况

Fig.4 The distribution of upper limit of joint angular velocity in workspace

假定  $l_1 = 0.5 \text{ m}$ ,  $l_3 = 0.5 \text{ m}$ , 动平台速度为  $1 \text{ m/s}$  时, 在  $400 \text{ mm} \times 300 \text{ mm}$  的工作空间中, 关节角速度上限值在工作空间内的分布情况如图 4 所示, 最高转速极限接近  $3 \text{ rad/s}$ , 即  $60 \times 3 / 2\pi = 28.66 \text{ r/min}$ . 所以设置关节角速度需满足约束条件  $\dot{\theta} \leq 30 \text{ r/min}$ .

### 4.3.3 动力学层面

在并联机构设计优化阶段, 对安装在杆件上的轴承、螺栓等零件的质量作了估算, 同时在绘制 3 维立体图时, 对辅助支链稍作改动, 推导方程时已将改动后的零部件进行了等效处理. 由于进行了估算和等效处理, 因此使式(11)成立的条件较为苛刻, 只能使系数  $B$  的值尽量小, 较大程度上减弱坐标耦合. 所以设置约束条件  $|B| < 0.2$ .

### 4.4 平面并联机构多目标优化模型

该平面并联机构的多目标优化模型可以表述为:

设计变量  $l_1, l_2, l_3, A_3, A_4, A_5, A_7$

目标函数

$$\begin{aligned} \min & \left\{ \begin{array}{l} f_1 = w_1 k + w_1 / \sigma_{\min} + w_3 / W \\ f_2 = A + E \\ f_3 = \max P + \max \tau \end{array} \right. \\ & \left. \begin{array}{l} f_4 = \max P \\ f_5 = \max \tau \end{array} \right. \end{aligned}$$

约束条件 1

$$\begin{aligned} \text{s.t.} & \left\{ \begin{array}{l} 0.4 \text{ m} \leq l_1, l_3 \leq 0.6 \text{ m} \\ 0.15 \text{ m} \leq l_2 \leq 0.4 \text{ m} \\ 0.0003 \text{ m}^2 \leq A_3, A_4, A_5 \leq 0.0006 \text{ m}^2 \\ 0.00015 \text{ m}^2 \leq A_7 \leq 0.00035 \text{ m}^2 \end{array} \right. \end{aligned}$$

约束条件 2

$$\begin{aligned} \text{s.t.} & \left\{ \begin{array}{l} k \leq 5 \\ W \geq 0.2 \\ \dot{\theta} \leq 30 \text{ r/min} \\ |B| < 0.2 \end{array} \right. \end{aligned}$$

## 5 NSGA-II 算法 (Non-dominated sorting genetic algorithm-II)

本文采用基于 Pareto 解的 NSGA-II 算法进行求解, 它是一种精英策略非支配排序遗传算法<sup>[9-10]</sup>.

### 5.1 多目标优化问题

对于多目标优化问题, 通常存在一个解集. 就目标函数而言, 这些解之间是无法比较优劣的, 其特点是: 无法在改进任何目标函数的同时不削弱至少一个其他目标函数, 这些解称作 Pareto 最优解或非支配解. 求解多目标优化问题的主要任务是: 毫无偏好地找到尽可能多的具有代表性的符合要求的 Pareto 最优解, 在计算得到均匀分布的 Pareto 最优解之后, 根据设计要求和工程实际经验, 从中客观地选择最满意的优化结果.

## 5.2 NSGA-II 算法进化流程

本文采用基于 Pareto 解的非支配排序遗传算法 NSGA-II 进行求解, NSGA-II 算法进化流程为:

(1) 随机产生种群规模为  $N$  的初始父代种群  $P_0$ , 并通过遗传算子(交叉、变异)产生子代种群  $Q_0$ , 其种群大小也为  $N$ 。

(2) 将父代种群  $P_n$  和子代种群  $Q_n$  合并组成规模为  $2N$  的合成种群  $R_n$ ; 进行快速非支配排序, 将  $R_n$  中的全部  $2N$  个个体按非支配序号(等级)重新分类, 得到等级  $F_1, F_2, F_3 \dots$ ; 计算每一非支配层的个体局部拥挤距离并排序。

(3) 根据排序结果选取  $N$  个个体作为新的父代种群  $P_{n+1}$ 。

(4) 通过遗传算子(选择、交叉、变异)产生新子代种群  $Q_{n+1}$ 。

(5) 重复(2)至(4)步, 直到达到算法设置的最大迭代次数。

该算法中对合并的亲代种群和子代种群进行非支配排序并填充新种群的过程如图 5 所示。

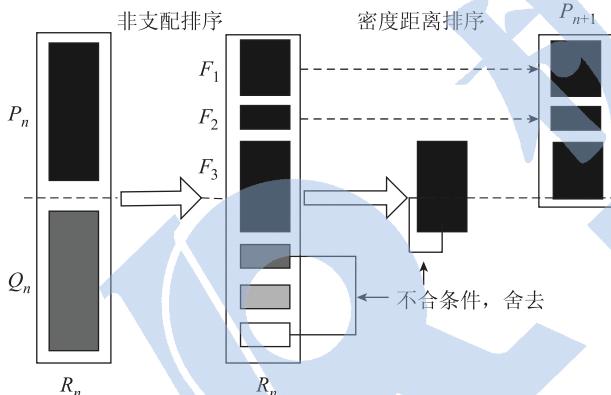


图 5 NSGA-II 算法种群产生过程图

Fig.5 The production of population in NSGA-II algorithm

## 6 优化结果 (Result of optimization)

### 6.1 具体应用过程

(1) 编码方式: 采用实数编码, 一个实参数向量对应成一个染色体, 一个实数对应一个基因, 一个实值对应一个等位基因。

(2) 初始值赋给: 将给定的各设计变量的初始范围转化到  $[0, 1]$  的区间中, 然后由随机函数产生各设计变量的初始值。

(3) 适应度函数: 根据非支配排序序号给定虚拟适应度值, 分层排序。通过对当前解和种群中所有个体的分层存放, 使得最佳个体不会丢失, 迅速提高种群水平。

(4) 遗传算子: 包含选择算子、交叉算子、变异

算子。选择算子采用轮赛制选择算子, 即随机选择 2 个个体, 如果非支配排序序号不同, 则选取序号小(等级高)的个体; 若序号相同, 则选取周围较不拥挤的个体。这样可使得进化朝非支配解和均匀散布的方向进行。交叉算子采用模拟二进制交叉算子。变异算子采用多项式变异算子。

(5) 运行参数: 取种群大小 500, 变异概率 0.1, 交叉概率 0.9, 运行代数 500 代。

### 6.2 运算结果

由 NSGA-II 算法得到的不同情况下 Pareto 最优解如图 6 所示, 3 个坐标轴分别对应 3 个目标函数值。从 Pareto 最优解中, 选取其中的 15 组解列在表 1 中; 在这些解中, 先考虑工作空间内全域条件数、可操作性等因素, 选择  $f_1$  较小的几组解; 然后, 为了尽可能减弱坐标间的耦合程度, 从中选择系数  $B$  绝对值较小的解; 再者考虑加工的难易程度, 由于  $l_3$  和  $l_4$  属同一杆件,  $A_4/A_3$  的比值越接近 1 越好, 所以选择第 5 组解作为优化结果。经圆整后, 该优化结果为:  $l_1 = 0.5 \text{ m}$ ,  $l_2 = 0.27 \text{ m}$ ,  $l_3 = 0.5 \text{ m}$ ,  $A_3 = 0.0004 \text{ m}^2$ ,  $A_4 = 0.0004 \text{ m}^2$ ,  $A_5 = 0.00024 \text{ m}^2$ ,  $A_7 = 0.00016 \text{ m}^2$ 。

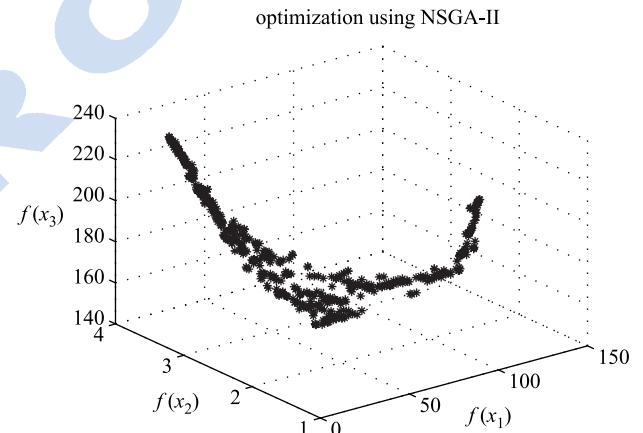


图 6 Pareto 最优解

Fig.6 Pareto optimal solutions

## 7 结论 (Conclusion)

本文从运动学、动力学等方面提出多个目标函数和约束条件, 基于 NSGA-II 算法求解高速平面并联机构的多优化目标问题, 使得优化出的结果在很大程度上消除不同坐标间的耦合, 提升了机构的刚体动力学性能, 为接下来进行高速控制提供了良好的机械硬件基础。同时, NSGA-II 算法给出了同一系统不同情况下的所有最优解, 不需要重复计算就可以根据设计要求和工程实际经验来权衡选取满足不同要求的优化结果。

表1 多目标优化结果  
Tab.1 Results of multi-objective optimization

组	长度/m			截面积/m <sup>2</sup>			两截面比			目标函数	惯量/kg·m <sup>2</sup>			目标函数
	$l_1$	$l_2$	$l_3$	$A_3$	$A_4/A_3$	$A_5/A_3$	$A_7/A_3$	$f_1$	$A$	$E$	$B$	$f_3$		
1	0.567	0.286	0.590	0.000537	0.883	0.800	0.361	28.3	2.16	1.44	-0.198	193		
2	0.466	0.262	0.501	0.000529	0.926	0.628	0.298	53.1	1.45	1.03	-0.137	162		
3	0.449	0.256	0.515	0.000386	1.520	1.422	0.596	54.7	1.35	1.09	-0.137	156		
4	0.501	0.278	0.523	0.000352	0.987	0.917	0.498	40.8	1.68	1.13	-0.152	172		
5	0.519	0.277	0.523	0.000359	0.943	0.597	0.463	40.8	1.67	1.13	-0.152	172		
6	0.483	0.272	0.540	0.000420	1.421	0.992	0.655	40.9	1.57	1.21	-0.154	167		
7	0.480	0.269	0.548	0.000413	1.440	1.014	0.659	40.9	1.55	1.24	-0.156	165		
8	0.462	0.278	0.587	0.000491	0.906	1.003	0.532	41.1	1.44	1.43	-0.161	158		
9	0.494	0.277	0.523	0.000362	0.954	0.881	0.499	42.0	1.63	1.13	-0.15	170		
10	0.479	0.266	0.525	0.000447	1.197	0.913	0.604	44.6	1.54	1.14	-0.148	166		
11	0.403	0.228	0.406	0.000448	0.848	0.903	0.706	119	1.10	0.72	-0.082	148		
12	0.433	0.278	0.429	0.000561	0.845	0.817	0.311	119	1.25	0.77	-0.103	154		
13	0.411	0.271	0.404	0.000457	0.821	0.873	0.762	119	1.14	0.69	-0.092	150		
14	0.412	0.284	0.419	0.000505	0.951	0.661	0.671	119	1.14	0.75	-0.094	149		
15	0.409	0.269	0.400	0.000456	0.809	0.869	0.759	119	1.13	0.68	-0.090	149		

## 参考文献 (References)

- [1] Li Q, Wu F X. Control performance improvement of a parallel robot via the design for control approach[J]. Mechatronics, 2004, 14(8): 947-964.
- [2] Li Q. Experimental validation on the integrated design and control of a parallel robot[J]. Robotica, 2005, 24(2): 173-181.
- [3] Wu F X, Zhang W J, Li Q, et al. Integrated design and PD control of high-speed closed-loop mechanisms[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, 2002, 124(4): 522-528.
- [4] 孙立宁, 楚中毅, 曲东升, 等. 2-DOF 平面并联机器人结构参数优化的研究 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 2004, 36(3): 277-280.
- Sun Lining, Chu Zhongyi, Qu Dongsheng, et al. Structure optimization of a novel 2-DOF planar parallel robot[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2004, 36(3): 277-280.
- [5] 赵永杰. 高速轻型并联机械手动态设计理论与方法 [D]. 天津: 天津大学, 2006.
- Zhao Yongjie. Dynamic design theory and methodology of the high-speed and light-weight parallel robot[D]. Tianjin: Tianjin University, 2006.
- [6] Merlet J P. Jacobian, manipulability, condition number, and accuracy of parallel robots[J]. Journal of Mechanical Design, 2006, 128(1): 199-206.
- [7] Neugebauer R, Drossel W G, et al. Method for the optimization of kinematic and dynamic properties of parallel kinematic machines[J]. CIRP Annuals – Manufacturing Technology, 2006, 55(1): 403-406.
- [8] Huang T, Mei J P, Li Z X, et al. A method for estimating servomotor parameters of a parallel robot for rapid pick-and-place operations[J]. Journal of Mechanical Design, 2005, 127(4): 596-601.
- [9] 高媛. 非支配排序遗传算法 (NSGA) 的研究与应用 [D]. 杭州: 浙江大学, 2006.
- Gao Yuan. Non-dominated sorting genetic algorithm and its applications[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2006.
- [10] Deb K, Agrawal S, Pratap A, et al. A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGA-II[C]//Parallel Problem Solving from Nature. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 2000: 849-858.

## 作者简介:

- 孔民秀 (1972-), 男, 工学博士, 讲师. 研究领域: 机器人动力学及其控制技术.
- 陈琳 (1985-), 女, 硕士生. 研究领域: 机器人动力学及机构优化.
- 杜志江 (1972-), 男, 工学博士, 教授, 博士生导师. 研究领域: 机器人机构与控制, 医疗机器人相关技术.