

文章编号: 1002-0446(2006)05-0483-05

# 一般 7R 串联机器人标定的仿真与实验\*

王品, 廖启征, 庄育锋, 魏世民

(北京邮电大学自动化学院 北京 100876)

**摘要:** 为了标定一般 7R 冗余度串联机器人的所有几何参数, 提出了一种实效的算法. 首先, 使用 D-H 矩阵对机器人建立了运动学模型和几何参数识别模型, 对雅可比矩阵进行奇异值分解并对分解后的正交阵的最后 5 行进行初等行变换, 以确定需要补偿的几何参数. 通过机器人关节角和末端手爪位置的测量数据, 计算雅可比矩阵以及手爪位置理论值和实测值的误差, 采用最小二乘法对机器人的尺寸参数进行补偿量的计算. 仿真过程表明, 在有测量扰动的情况下, 算法是稳定的和可靠的. 最后, 对机器人进行了实际的测量和标定, 取得了满意的结果.

**关键词:** 标定; 仿真; 最小二乘法; 奇异值分解; 运动学模型

**中图分类号:** TP24 **文献标识码:** B

## Simulation and Experimentation for Calibration of General 7R Serial Robots

WANG Pin, LIAO Qi-zheng, ZHUANG Yu-feng, WEI Shi-min

(Automation School, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China)

**Abstract** A practical algorithm is presented to calibrate all the geometric parameters of general 7R redundant serial robots. First of all, D-H matrix is used to construct a kinematics model and a geometric parameter identification model for the robot. Singular value decomposition (SVD) for Jacobian matrix is given and elementary row operations are applied to the last 5 rows of the matrix to find the geometric parameters to be compensated. According to the measured values of the joint angles and the end-effector positions, Jacobian matrix is calculated, and errors between the desired and the measured positions of the end-effector are exported to the least square method to determine the compensation for the dimensional parameters of the robot. The simulation shows that the algorithm is stable and reliable in the presence of small measurement disturbance. At last, an experiment of measurement and calibration is made on the robot and the results obtained are effective and satisfactory.

**Keywords** calibration; simulation; least squares method; singular value decomposition (SVD); kinematics model

### 1 引言 (Introduction)

机器人的标定是提高精度的重要手段, 即选择或建立合适的运动学模型, 应用先进的测量手段和基于模型的参数识别方法, 通过构造实测信息与理论模型输出间的误差, 辨识运动学参数, 以达到修正误差的目的. 通过标定可以将机器人的位姿误差大幅度降低, 从而提高机器人绝对精度. 标定的结果是一组实际的机器人的结构参数, 这些结构参数可以供机器人生产厂家作为产品质量检验指标, 也可以用来修正控制程序中的机器人的尺寸参数, 提高机器人操作的绝对精度.

标定是建模、测量、参数识别和误差补偿 4 个步骤的集成过程<sup>[1]</sup>. 国内外在 20 世纪 80 年代开始了机器人的标定工作, Zhuang<sup>[1~3]</sup>在并联机构和串联机器人标定方面做出了突出的贡献. Bennette 和 Hollerbach<sup>[4]</sup>于 1988 年提出了一种串联机器人的自标定方法, 该方法通过将一个冗余机械手固连在一个平面上, 形成一个可移动的封闭的运动链. 如果该封闭链运动通过足够多的位形, 就可以得到充足的用来识别所有运动学参数的方程. 同年, Hayati<sup>[5]</sup>和 Veitschegger<sup>[6]</sup>分别提出了串联机器人 PUMA 560 的标定和补偿方法. 1997 年, 蔡鹤皋<sup>[7]</sup>等提出了一种对

\* 基金项目: 国家 973 计划资助项目 (2004CB318000); 国家自然科学基金资助项目 (50475161); 2004 年教育部科学技术研究重点项目 (104043); 高等学校博士学科点专项科研基金资助项目 (20050013006).

收稿日期: 2005-11-07

串联机器人标定的方法, 基于修正的 DH 模型 (MDH) 和微分变换关系识别机器人实际几何参数.

本文对某公司生产的 7R 冗余自由度串联机器人所有的几何参数进行了标定的仿真和标定的实验. 利用 DH 矩阵建立了 7R 机器人的运动学模型, 模型中需要标定的几何参数为 34 个, 但是 34 个几何参数存在线性相关的问题, 所以对雅可比矩阵进行奇异值分解以及初等行变换, 确定出需要补偿的几何参数为 29 个. 同时, 建立了几何参数识别模型, 采用多点最小二乘法对串联机器人进行标定的仿真, 在仿真过程中还加入了数据的扰动. 仿真结果表明, 文中算法是可靠的和稳定的. 最后, 对机器人末端位姿进行了实际的测量, 然后进行了标定的计算, 大大提高了机器人的精度, 取得了满意的结果.

### 2 运动学建模 (Kinematics modeling)

图 1 为两个相同 7R 冗余度机器人的示意图, 机器人 1 和 2 的末端放置检测仪. 图 2 为一般 7R 机器人的结构图和 Denavit-Hartenberg 模型.

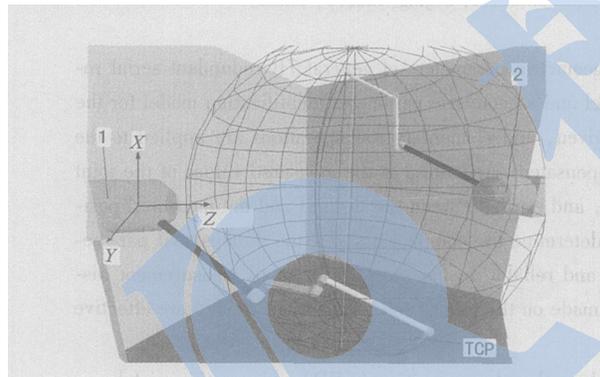


图 1 7R 机器人示意图  
Fig 1 Sketch map of 7R robots

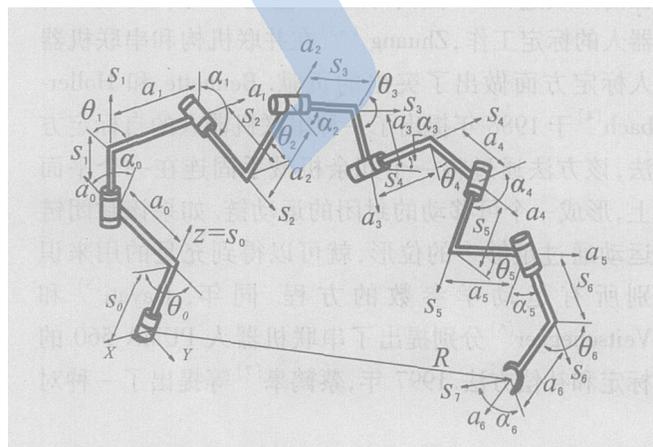


图 2 DH 坐标系及一般 7R 机器人结构图  
Fig 2 DH coordinate system and general 7R robot

如图 1 机器人 1 所示, 世界坐标系 XYZ 的原点选取在第一关节轴线和第二关节轴线的交点处, Z 轴方向为第一关节轴线方向, X 轴平行于第一关节轴线和第二关节轴线的方向矢量外积方向, 按照右手螺旋法则, 可以得到 Y 轴的方向. 基座坐标系与世界坐标系各坐标轴方向一致, 各个杆件坐标系固定在连杆上 (如图 2 所示), 由杆件坐标系  $i-1$  到  $i$  用齐次变换来定义. 该变换为:

$$T_i = Rot_z(\theta_i, s_i) \cdot Rot_x(\alpha_i, a_i) \quad (i = 0, 1, \dots, 6) \tag{1}$$

其中,

$$Rot_z(\theta_i, s_i) = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i & 0 & 0 \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & s_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2}$$

$$Rot_x(\alpha_i, a_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & \cos\alpha_i & -\sin\alpha_i & 0 \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

而探测仪 (工具) 坐标系相对于其杆件坐标系的变换矩阵是一个平移矩阵. 这样基座和工具变换矩阵分别为:

$$T_{base} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_0 \\ 0 & 1 & 0 & y_0 \\ 0 & 0 & 1 & z_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad T_{tool} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_t \\ 0 & 1 & 0 & y_t \\ 0 & 0 & 1 & z_t \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3}$$

因此, 探测仪中心点 (TCP, tool center point) 从世界坐标系到工具坐标系的变换矩阵为:

$$M_{TCP} = T_{base} \cdot T_0 \cdot T_1 \cdot T_2 \cdot T_3 \cdot T_4 \cdot T_5 \cdot T_6 \cdot T_{tool} \tag{4}$$

### 3 几何参数识别模型 (Geometric parameter identification model)

一般 7R 串联机器人是一种开环的运动学结构, DH 参数的公称值与实际机器人相应真实参数值是有微小偏差的, 这里用  $\delta\alpha_i$ 、 $\delta s_i$ 、 $\delta\alpha_i$  和  $\delta\theta_i$  ( $i = 0, 1, \dots, 6$ ) 来表示这些杆件的参数误差. 7R 机器人具有 7 个转动副,  $\delta\alpha_i$ 、 $\delta s_i$  和  $\delta\alpha_i$  是恒量偏差, 而  $\delta\theta_i$  是码盘的零点偏差, 也为恒量. 7 个转动副共有 28 个待标定的参数, 通过图 1 和图 2 可以看到, 需要标定的参数还有基座坐标系中原点的位置和工具坐标系原点的位置, 即式 (3) 中  $x_0$ 、 $y_0$ 、 $z_0$  和  $x_t$ 、 $y_t$ 、 $z_t$  对应的偏差  $\delta x_0$ 、

$\delta_{y_0}$ ,  $\delta_{z_0}$  和  $\delta_{x_1}$ ,  $\delta_{y_1}$ ,  $\delta_{z_1}$ . 这样, 根据式 (4), 工具末端中心点 (TCP) 的位置由 34 个几何参数决定.

几何参数模型的标定需要测量关节码盘值和探测仪中心点在世界坐标系中的位置. 可以通过码盘得到角度测量值, 使用激光跟踪仪测量末端检测仪的位置. 通过码盘值和机器人运动学模型, 可以得到当前机器人末端执行器的空间位姿. 式 (4) 中,  $M_{TCP}$  的第 4 列决定了探测仪在基座坐标系中的位置, 记作  $R$ .

$$R = F(q_1 + \delta q_1, q_2 + \delta q_2, \dots, q_{34} + \delta q_{34}) \quad (5)$$

其中,  $q_1, q_2, \dots, q_{34}$  为上述 34 个几何参数. 式 (5) 可以线性表示为:

$$R = F(q_1, q_2, \dots, q_{34}) + \sum_i^{34} \frac{\partial F}{\partial q_i} \delta q_i \quad (6)$$

式 (6) 可以写成:

$$\sum_i^{34} \frac{\partial F}{\partial q_i} \delta q_i = R - F \quad (7)$$

$R$  为实测值,  $F$  为理论计算值. 将式 (7) 写成矩阵形式

$$J \cdot \Delta Q = \Delta R \quad (8)$$

对于机器人所在每一个位置, 式 (8) 中的  $\Delta R$  是  $3 \times 1$  的矩阵,  $\Delta Q$  是  $34 \times 1$  的矩阵, 雅可比矩阵  $J$  为  $3 \times 34$  的矩阵. 如果有  $N$  ( $\geq 12$ ) 个测量点, 这样矩阵  $J$  就是一个  $(3 \times N) \times 34$  的矩阵. 可以得到:

$$[J^T \cdot J] \cdot \Delta Q = J^T \cdot \Delta R \quad (9)$$

令  $H = J^T \cdot J$ , 对  $H$  进行奇异值分解 (SVD) 得到:

$$H = U \cdot \begin{bmatrix} \Sigma & 0 \\ 0 & \theta \end{bmatrix} \cdot V^T \quad (10)$$

其中  $U$  和  $V$  都是  $34 \times 34$  正交阵,  $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r)$  ( $r \leq 34$ ),  $r$  是矩阵  $H$  的秩. 同时, 34 个几何参数中线性相关的参量的数目为  $34 - r$ .

将式 (10) 代到式 (8), 整理后得到:

$$\begin{bmatrix} \Sigma & 0 \\ 0 & \theta \end{bmatrix} \cdot V^T \cdot \Delta Q = U^{-1} \cdot J^T \cdot \Delta R \quad (11)$$

由于  $H$  是对称矩阵, 所以  $V^T = U^{-1}$ ,  $V$  是一个旋转矩阵,  $V^T \cdot \Delta Q$  相当于对  $\Delta Q$  做旋转变换, 使  $\Delta Q$  中线性相关的元素处于同一零平面上. 对  $V^T$  最后  $34 - r$  行元素进行初等行变换, 可以快速找到  $\Delta Q$  中线性相关的参量. 通过仿真计算可得  $r = 29$ , 所需要标定的参量是 29 个. 线性相关的参量关系如下:

$$\begin{aligned} \delta_{s_0} &= \delta_{z_0}, \delta_{s_6} = \lambda_1 \delta_{y_6}, \delta \theta_6 = \lambda_2 \delta_{x_6}, \\ \delta \alpha_6 &= \lambda_3 \delta_{x_1} + \lambda_4 \delta_{y_6}, \delta \alpha_6 = \lambda_5 \delta_{x_1} \end{aligned} \quad (12)$$

式 (12) 几何意义相当明显, 如  $\delta_{s_0} = \delta_{z_0}$ , 说明基座坐标系在  $Z$  轴与第一杆坐标系  $Z$  轴是重合的, 所

以其偏移量是相同的. 假设 29 个参量记作:

$$\begin{aligned} \mathcal{Q} &= [\delta q_1, \delta q_2, \delta q_3, \delta q_4, \delta q_5, \delta q_6, \delta q_7, \delta q_8, \delta q_9, \\ &\delta q_{10}, \dots, \delta q_{23}, \delta q_{24}, \delta q_{25}, \delta q_{26}, \delta q_{27}, \delta q_{28}, \delta q_{29}]^T \\ &= [\delta x_0, \delta y_0, \delta z_0, \delta \theta_1, \delta \alpha_0, \delta s_1, \delta \theta_1, \delta \alpha_1, \\ &\delta \alpha_1, \dots, \delta s_6, \delta \theta_6, \delta \alpha_6, \delta \alpha_6, \delta x_6, \delta y_6, \delta z_1]^T \end{aligned} \quad (13)$$

根据式 (8) 可以得到:

$$J_{ac} \cdot \mathcal{Q} = \mathcal{R} \quad (14)$$

$J_{ac}$  是  $29 \times 29$  满秩矩阵,

$$J_{ac} = \frac{\partial F_i}{\partial q_j} (i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, 29) \quad (15)$$

利用最小二乘法, 根据式 (9) 和 (14) 可以求出:

$$\mathcal{Q} = [J_{ac}^T \cdot J_{ac}]^{-1} \cdot J_{ac}^T \cdot \mathcal{R} \quad (16)$$

所有的  $\mathcal{Q}$  回代到式 (5), 重复计算式 (14) ~ (16), 直到  $\sum |\delta R|$  足够小为止.

#### 4 标定与扰动的仿真 (Simulation of calibration and disturbance)

为了验证标定算法的正确性和可靠性, 首先必须对标定算法进行仿真.

(1) 标定的仿真. 给定 D-H 参数、基座坐标系及工具坐标系原点的值以及多组关节角度后, 对所需要标定的几何参数, 增加其高阶无穷小作为  $\Delta Q_0$  (5% 左右), 根据式 (13) ~ (16) 计算出  $\mathcal{Q}$ . 如果  $\mathcal{Q}$  与  $\Delta Q_0$  的偏差是  $\Delta Q_0$  的高阶无穷小 ( $\leq 1\%$ ), 说明该算法是可行的.

(2) 标定的扰动. 对于上一步补偿后的几何参数, 给末端探测仪增加一个高阶无穷小 (0.050mm 左右, 已经超出了激光跟踪仪的误差范围), 然后根据式 (13) ~ (16) 计算出  $\mathcal{Q}_1$ , 如果  $\mathcal{Q}_1$  与  $\Delta Q_0$  的偏差是  $\Delta Q_0$  的高阶无穷小 ( $\leq 1\%$ ), 说明该算法是准确的、稳定的.

#### 5 实验数据和分析结果 (Experimental data and analysis result)

表 1 的实测数据和表 3 中 34 个几何参数的理论值是该公司提供的, 关节相对角度  $\theta_i$  ( $i = 0, 1, \dots, 6$ ) 是通过码盘测量得到的, 工具中心点的坐标是通过激光跟踪仪 LTD500 测量的, 激光跟踪仪测量原理图如图 3 所示.

激光跟踪仪为一个球坐标测量系统, 主要由跟踪头、目标反射镜和测量软件构成. 跟踪头内部由激光发生器、反射镜、干涉系统和计算软件等组成. 反射镜受水平和垂直转动控制, 可以把激光束反射到

三维空间的任意一点. 目标反射镜或称猫眼放置在被测点上, 它可以把激光束沿原路反射回激光跟踪仪. 激光器可以自动跟踪猫眼在空间的运动, 并根据猫眼的水平和垂直角度以及到猫眼的距离, 计算出猫眼的球心的坐标. 由于激光跟踪仪的角度测量、距离测量都具有很高的精度, 因此完全可以满足机器人标定的需要.

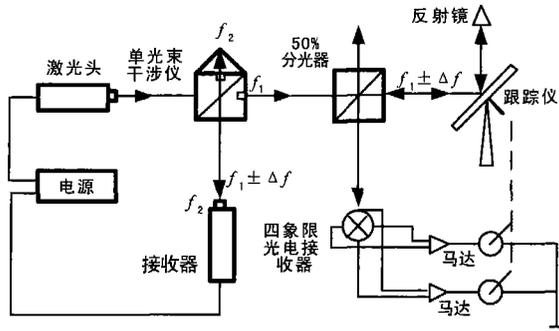


图 3 光路原理图

Fig 3 Principle of optical circuit

激光跟踪仪测量出的猫眼中心坐标是相对于激光跟踪仪自身的球坐标系的值, 经过简单的变换可以转变为直角坐标值, 但仍然是相对于激光跟踪仪自身的直角坐标系. 为了把测量值转换为机器人的世界坐标, 需要测量出机器人世界坐标系的原点、Z轴、X轴相对于激光跟踪仪的坐标, 从而得到坐标变换矩阵.

具体测量办法是, 将猫眼目标反射镜置于机器人第一关节轴上任意一点A(如图4所示), 转动第一

关节轴3次(给出3个不同的 $\theta_0$ ), 测出猫眼目标反射镜的3个位置, 根据这3个位置坐标可以计算出其外接圆圆心位置 $O_1$ ; 同样将猫眼目标反射镜置于第一关节轴上另外一点, 转动第一关节轴3次, 计算出其外接圆圆心位置 $O_2$ .  $O_1$ 和 $O_2$ 的连线就是第一关节轴Z轴方向.

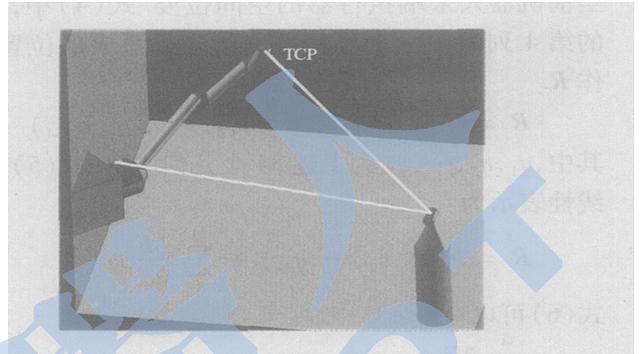


图 4 测量原理图

Fig 4 Principle of measuring

同样方法, 测出第二关节轴Z轴方向, 两轴公垂线与第一关节轴线的交点, 就是世界坐标系的原点, 而公垂线就是X轴的方向. 这样就可以求出激光跟踪仪到世界坐标系的变换矩阵. 输入变换矩阵后, 将目标反射镜的测量值经坐标变换, 变换到机器人的世界坐标系下. 激光跟踪仪的软件可以直接完成以上这些工作, 直接得到机器人工具探测仪中心点(TCP)相对于机器人世界坐标系中的绝对位置( $R_x, R_y, R_z$ ). 实际测量值如表1所示.

表 1 实测的关节角和 TCP位置

Table 1 The measured value of joint angles and TCP positions

$i$	$\theta_0(^{\circ})$	$\theta_1(^{\circ})$	$\theta_2(^{\circ})$	$\theta_3(^{\circ})$	$\theta_4(^{\circ})$	$\theta_5(^{\circ})$	$\theta_6(^{\circ})$	$R_x$ (mm)	$R_y$ (mm)	$R_z$ (mm)
1	-198.063	141.331	-127.2	28.7974	-67.2038	32.9003	92.9822	-973.972	1966.11	2414.53
2	-206.709	167.175	-117.763	37.0761	-62.4212	51.7359	71.2457	-517.573	1326.01	2855.96
3	-212.532	158.487	-98.8467	31.8347	-70.5415	38.2443	77.7905	-663.437	1392.22	2402.41
4	-211.284	142.161	-85.5364	25.5257	-80.7747	22.4416	87.162	-843.52	1566.14	1791.81
5	-220.374	163.6	-80.8529	37.2529	-71.8706	38.7644	68.7997	-494.161	1064.28	2371.4
6	-232.431	175.222	-64.5295	44.2641	-75.685	45.114	64.6952	-291.525	647.704	2432.62
7	-225.084	154.555	-66.3651	25.7336	-84.2944	29.2275	82.4751	-569.729	1055.11	1812.54
8	-225.668	141.689	-53.5527	16.998	-97.2089	19.7813	91.8386	-578.266	1011.09	1296.91
9	-234.344	164.389	-51.2139	37.8289	-77.231	35.1629	65.2455	-299.764	603.951	2106.32
10	-247.682	180.306	-37.2695	54.816	-75.345	45.4435	54.9893	-93.7524	193.13	2362.66
11	-243.97	159.068	-41.0798	22.1214	-87.767	34.1546	81.7788	-256.391	430.095	1649.64
12	-248.478	156.169	-30.77	25.1963	-81.6011	33.6093	69.5079	-134.09	217.187	1789.3
13	-251.915	176.758	-9.99917	62.9808	-72.5861	34.5276	38.4586	23.7474	-60.2876	2330.36

按照上述标定过程, 经过 7 次迭代 ( $N = 1, 2, \dots, 7$ ) 后, 从表 2 可以看出, 最大偏差由 439.5024mm 减小到了 0.054463mm. 如果增加迭代次数, 偏差相对于第 7 次的有所减小, 但是不会大幅度减小. 整个计算过程用了 0.375s.

表 2 实测值与理论值的偏差 (单位: mm)

Table 2 The errors between measured value and theoretic value (Unit: mm)

$N \setminus i$	1	2	3	4	5	6	7
1	426.6003	211.5403	75.98978	11.67569	3.941987	0.489914	<b>0.014187</b>
2	<b>439.5024</b>	59.0318	76.16413	22.03366	4.787469	0.587296	0.033793
3	406.9078	112.8695	76.78876	17.0386	4.593131	0.605796	<b>0.054463</b>
4	369.8816	209.3467	78.64015	12.35841	4.306264	0.514955	0.023955
5	364.6773	55.81565	73.95881	19.86966	5.392078	0.633369	0.048909
6	327.7319	49.55567	74.91029	22.1589	5.660871	0.676121	0.052471
7	313.5994	169.9976	80.26186	13.97567	4.405325	0.525892	0.030956
8	256.7728	261.9804	85.05567	12.98966	4.239417	0.521561	0.014696
9	255.9268	81.30982	71.22462	20.37683	5.875786	0.618515	0.047635
10	225.746	125.2908	68.2242	25.67187	6.925142	0.706094	0.0329
11	191.7216	171.1851	80.79004	14.24575	4.233056	0.529158	0.029685
12	<b>143.0754</b>	134.1153	73.2079	18.28689	5.395211	0.631154	0.016852
13	147.2432	213.8956	61.6405	28.98042	9.721929	0.789069	0.022433

同时, 标定后的  $Q$  和实际几何参量如表 3 所示,  $\theta_i (i = 0, 1, \dots, 6)$  为关节初始角度.

为了验证数据的准确性, 对表 3 中标定后的实际值 TCP 增加一个扰动, 使用  $Rand()$  函数产生 13 组随机数据 (0.050mm 左右) 加到相应的位置上, 求出新的  $Q$ , 结果完全满足要求 (数据略).

### 6 结论 (Conclusion)

提出了一种标定一般 7R 冗余度机器人的方法, 首先建立几何参数识别模型, 通过对雅可比矩阵进行奇异值分解确定线性相关和线性无关的几何参数, 通过标定仿真和扰动仿真验证了算法的可靠性和稳定性. 最后, 采用激光跟踪仪对实际的机械手进行末端位置测量, 并对数据进行计算, 得到了几何参数的修正值. 实验表明, 机械手的绝对精度得到大大提高. 该算法适合于一般 7R 串联机械手对末端位置的标定, 对于尺寸特殊的串联机械手, 由于需要标定的参数数量可能不同, 因此不能直接套用该结果.

表 3 实测值与理论值的偏差

Table 3 The errors between measured value and theoretic value

$i$	几何参数	理论值	标定偏差	实际值
Base	$x_0$ (mm)	0	- 6.44468	- 6.44468
	$y_0$ (mm)	0	- 4.08622	- 4.08622
	$z_0$ (mm)	0	3.65029	3.65029
0	$s_0$ (mm)	0	0	0.00000
	$\theta_0$ ( $^\circ$ )	0	- 1.39141	- 1.39140
	$\alpha_0$ ( $^\circ$ )	45	- 0.00115	44.99885
	$a_0$ (mm)	0	- 0.41252	- 0.41252
1	$s_1$ (mm)	2688.49	- 2.03924	2686.45076
	$\theta_1$ ( $^\circ$ )	180	11.00209	191.00209
	$\alpha_1$ ( $^\circ$ )	- 90	- 0.06593	- 90.06593
	$a_1$ (mm)	0	- 0.54974	- 0.54974
2	$s_2$ (mm)	275.82	- 6.88478	268.93522
	$\theta_2$ ( $^\circ$ )	180	- 1.25826	178.74174
	$\alpha_2$ ( $^\circ$ )	90	- 0.39986	89.60014
	$a_2$ (mm)	0	- 4.08170	- 4.08170
3	$s_3$ (mm)	1407.31	3.15418	1410.46418
	$\theta_3$ ( $^\circ$ )	0	6.26774	6.26774
	$\alpha_3$ ( $^\circ$ )	- 90	0.12297	- 89.87703
	$a_3$ (mm)	0	1.90793	1.90793
4	$s_4$ (mm)	172.11	1.48591	173.59591
	$\theta_4$ ( $^\circ$ )	0	- 0.38442	- 0.38442
	$\alpha_4$ ( $^\circ$ )	- 90	- 0.27176	- 90.27176
	$a_4$ (mm)	0	- 1.19502	- 1.19502
5	$s_5$ (mm)	1190.42	- 0.65493	1189.76507
	$\theta_5$ ( $^\circ$ )	0	0.55862	0.55862
	$\alpha_5$ ( $^\circ$ )	90	0.66489	90.66489
	$a_5$ (mm)	0	- 3.29735	- 3.29735
6	$s_6$ (mm)	91.13	0	91.13
	$\theta_6$ ( $^\circ$ )	180	0	180
	$\alpha_6$ ( $^\circ$ )	90	0	90
	$a_6$ (mm)	0	0	0
TCP	$x_1$ (mm)	0	7.97415	7.97415
	$y_1$ (mm)	148.27	- 4.34596	143.92404
	$z_1$ (mm)	190.95	- 2.13287	188.81713

### 参考文献 (References)

[1] Bai Y, Zhuang H Q, Roth Z S. Experiment study of PUMA calibration using a laser tracking system [A]. Proceedings of the IEEE International Workshop on Soft Computing in Industrial Applications [C]. Piscataway, USA: IEEE, 2003: 139-144.

[2] Zhuang H Q, Roth Z, Wang K. Robot calibration by mobile camera system [J]. Journal of Robotic Systems, 1994, 11(3): 155-167.

(下转第 494 页)

图7为不同的触地角  $\alpha_0$  下,仿袋鼠跳跃机器人弹簧刚度系数  $k$  与着地速度  $v$  之间的关系图.在存在固定点的条件下,图中实线形成的区域即为袋鼠跳跃过程中满足着地速度与弹簧刚度系数的稳定区域,处于实线中的触地角均能满足稳定步态运动的条件.从图中可以看出,当触地角一定时,弹簧刚度系数  $k$  值随着地速度  $v$  值的增大而成线性增长.

图8为不同的弹簧刚度系数  $k$  下,仿袋鼠跳跃机器人着地速度  $v$  与触地角  $\alpha_0$  之间的关系图.在存在固定点的条件下,图中实线形成的区域即为袋鼠跳跃过程中满足着地速度与触地角的稳定区域,处于实线中的弹簧刚度系数均能满足稳定步态运动的条件.从图中可以看出,当弹簧刚度系数一定时,着地速度  $v$  值随触地角  $\alpha_0$  值的增大而近似成线性减小.当  $k$  值处于满足条件的最小值时,随着触地角的增大,速度几乎没有变化,因为此时  $v$  值也处于满足条件的最小值.当随  $\alpha_0$  值增大而减小的值接近或达到此最小值时,仿袋鼠跳跃机器人的步态稳定性将逐渐不能够保证,此时为满足步态稳定性条件,  $v$  值将随  $\alpha_0$  值增大而成线性增大.

## 6 结论 (Conclusion)

基于仿袋鼠跳跃机器人的弹簧-质量模型,从袋鼠跳跃的顶点反射映像出发,采用拉格朗日法通过线性化近似研究了仿袋鼠跳跃机器人的步态稳定性,获得了仿袋鼠机器人跳跃过程中各参数满足稳定性步态所需的必要条件和相应的取值范围.通过实例分析获得了仿袋鼠机器人满足跳跃稳定性步态时各参数之间的变化关系,证明了线性近似分析法的有效性.计算过程显示此方法将对仿生跳跃机器人运动稳定性的研究由传统的非线性问题转换成了

线性问题处理,避免了繁杂计算及重复迭代过程.

## 参考文献 (References)

- [1] Dawson T J, Taylor C R. Energetic cost of locomotion in kangaroos [J]. *Nature*, 1973, 246(5431): 313-314.
- [2] Ghigla R M, Altendorfer R, Holmes P, *et al*. A simple stabilized running model [J]. *SAM J Appl Dynamical Systems*, 2003 (2): 187-218.
- [3] Schwind W J, Koditschek D E. Approximating the stance map of a 2-DOF monopod runner [J]. *Journal of Nonlinear Sciences*, 2000, 10(5): 533-568.
- [4] Geyer H, Seyfarth A, Blickhan R. Spring-mass running: simple approximate solution and application to gait stability [J]. *Journal of Theoretical Biology*, 2005, 232(3): 315-328.
- [5] Full R J, Farley C T. *Musculoskeletal dynamics in rhythmic systems - a comparative approach to legged locomotion* [A]. *Bio-mechanics and Neural Control of Movement* [M]. New York, USA: Springer-Verlag, 1999, 192-205.
- [6] Farley C T, Blickhan R, Saito J, *et al*. Hopping frequency in humans: a test of how springs set stride frequency in bouncing gaits [J]. *Journal of Applied Physiology*, 1991, 71: 2127-2132.
- [7] Geyer H, Blickhan R, Seyfarth A. Natural dynamics of spring-like running: emergence of self-stability [A]. *5th International Conference on Climbing and Walking Robots* [C]. Suffolk, England: Professional Engineering Publishing Ltd, 2002, 87-92.
- [8] Rabert M H, Hodgins J K. Animation of dynamic legged locomotion [J]. *Computer Graphics*, 1991, 25(4): 349-358.
- [9] Farley C T, Glasheen J M, Mahon T A. Running springs: speed and animal size [J]. *The Journal of Experimental Biology*, 1993, 185(1): 71-86.

## 作者简介:

夏旭峰 (1979-),男,硕士生.研究领域:仿生机器人运动稳定性.

葛文杰 (1956-),男,教授,硕士生导师.研究领域:机构学,机械动力学及计算机辅助设计.

(上接第487页)

- [3] Zhuang H Q. Self-calibration of parallel mechanisms with a case study on Stewart platforms [J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1997, 13(3): 387-397.
- [4] Bennett D J, Hollerbach J M. Self-calibration of single-loop closed kinematic chains formed by dual or redundant manipulators [A]. *Proceedings of the 27th IEEE Conference on Decision and Control* [C]. Piscataway, USA: IEEE, 1988, 627-629.
- [5] Hayati S, Tso K, Roston G. Robot geometry calibration [A]. *Proceedings of the 1988 IEEE International Conference on Robotics and Automation* [C]. Piscataway, USA: IEEE, 1988, 947-951.
- [6] Veischedger W K, Wu C. Robot calibration and compensation [J]. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, 1988, 4(6): 643-

655

- [7] 蔡鹤群,张超群,吴伟国.机器人实际几何参数识别与仿真 [J]. *中国机械工程*, 1998, 9(10): 11-14.

## 作者简介:

王品 (1976-),男,博士生.研究领域:智能机器人中信号与信息处理.

廖启征 (1947-),男,教授,博士生导师.研究领域:机构学与机器人学.

庄育锋 (1972-),男,博士生,讲师.研究领域:机构学与机器人学.