

具有 H_∞ 跟踪特性的不确定性机器人神经网络控制[†]

匡锋 王孙安 林廷圻 史维祥

(西安交通大学机械工程学院机械电子系 710049)

摘 要 针对不确定性机器人提出一种具有 H_∞ 跟踪特性的神经网络(NN)控制器,使 H_∞ 控制理论与 NN 有机地结合起来.通过适当选择控制变量加权因子可以使由于 NN 近似误差以及外部干扰引起的误差动态衰减到期望的程度下.文中基于 Lyapunov 方法给出了 NN 学习自适应律, H_∞ 跟踪特性的证明.最后通过在两自由度机器人控制中的应用表明该方案的可行性.

关键词 H_∞ 跟踪控制, 神经网络, 机器人

1 引言

在过去的 10 年里,关于机器人手臂的运动控制已取得很多成果.然而由于机器人是一类强耦合的非线性动力学系统,环境干扰与模型不准确等因素常常使精密控制器的设计变为一项艰巨的任务.对于模型已知的机器人系统已有的鲁棒控制和计算力矩控制理论上可以保证渐近稳定的跟踪,而当系统存在不确定性因素时渐近特性往往难以保证,在不确定性界函数已知的情况下虽然可以采用滑模控制,但总存在或大或小的颤振,影响了控制精度. Karakasoglu 和 M. K. Sundareshan^[1]提出了一种结合 NN 与变结构控制的新型控制方案,它通过 NN 适应地改变控制增益和滑模面,可以减少趋近模态的时间,增加滑动模态时间,同时在达到滑动模态时改变控制增益避免或尽量减少抖动现象.这种方法有一定的应用价值.

鲁棒控制的另一个重要组成部分 H_∞ 控制在线性系统中的干扰衰减能力及鲁棒性的探讨已很多如文献[5]等.然而对于时变非线性系统的 H_∞ 控制研究还很少,同时也是困难的,原因在于优化中要求解非线性偏微分方程,且其解的全局性很难保证.在常规 H_∞ 控制中系统数学模型必须是已知的,而许多工业过程难以获得精确数学模型,这使人们去寻求具有智能性的 H_∞ 控制.文献[3]将 H_∞ 控制用于机器人系统中,给出一种包含干扰衰减度的跟踪控制性能指标,使 H_∞ 干扰衰减问题转化为一个非线性指标最小的控制问题,通过求解相应的 Riccati 方程以获得优化控制.

本文则给出一种新的基于 NN 的 H_∞ 跟踪控制方法,在借鉴文献[3] H_∞ 指标的基础上借助 H_∞ 优化方法通过 NN 的适应学习得到控制器.对于不确定性机器人系统,它不但能保证控制系统的稳定性,而且能使 NN 近似误差及外部干扰的影响衰减到期望的程度.最后该控制方案被用于两自由度机器人控制仿真中,结果表明该方案是有效的.

2 具有 H_∞ 跟踪特性的 NN 控制器

2.1 问题的提出

基于欧拉-拉格朗日方程, n 自由度机器人动力学方程描述为:

[†] 国家自然科学基金资助项目. 1996-04-24 收稿

$$D(q, p)\ddot{q} + B(q, \dot{q}, p)\dot{q} + G(q, p) = \tau + f \quad (1)$$

其中 $q \in R^n$ 是广义坐标, 即关节的位移量; p 是机器人的参数向量; $D(q, p) \in R^{n \times n}$ 为机器人的惯性矩阵; $B(q, \dot{q}, p) \in R^{n \times n}$ 是表示离心力和哥氏力的非线性耦合阵; $G(q, p) \in R^n$ 为重力矩向量; τ 是执行力矩向量; f 为外部干扰. 模型(1) 有如下性质:

性质 1 $D(q, p)$ 为正定对称阵, $D(q, p)$ 和 $D^{-1}(q, p)$ 对所有 $q \in R^n$ 一致有界.

性质 2 存在一个依赖于机械手参数(质量、惯量等)的参数向量 $\theta = \theta(p) \in R^m$ 使得

$$D(q, p)\ddot{q} + B(q, \dot{q}, p)\dot{q} + G(q, p) = Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\theta \quad (2)$$

其中 $Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) \in R^{n \times m}$ 称为回归矩阵, 它表征机械手运动轨迹的函数阵.

下文还将用到如下引理^[8]:

引理 1 设 $H(s)$ 为 $n \times m$ 维严格正实传递函数, $e = H(s)r$, 若 $r \in L_2^n$, 则有 $e \in L_2^n \cap L^\infty$, $e \in L_2^n$, e 为连续函数, 当 $t \rightarrow \infty$ 则 $e \rightarrow 0$. 若还有 $r \rightarrow 0$, 则 $e \rightarrow 0$.

对于(1) 的机器人系统先假设模型是已知的, 则采用文献[8] 给出的计算力矩方法有控制律:

$$\tau = D(q, p)(\ddot{q}_d - (K_1 + K_2)\dot{e} - K_1 K_2 e) + B(q, \dot{q}, p)\dot{q}_d + G(q, p) \quad (3)$$

其中 q_d 是期望的机器人运动轨迹; $e := q - q_d$ 是跟随误差; K_1, K_2 为正定增益阵.

设干扰 $f = 0$, 将(3) 代入(1) 式整理后可得

$$\ddot{e} + (K_1 + K_2)\dot{e} + K_1 K_2 e = 0 \quad (4)$$

定义广义误差 $x := \dot{e} + K_1 e$, 则上式变为

$$\dot{x} + K_2 x = 0 \quad (5)$$

控制的目的是使机器人关节输出 q 跟随一个给定有界的参考信号 q_d , 对于不确定机器人, 本文将用 NN 去近似(3) 的控制器. 不妨定义 NN 参数跟踪误差 $\theta = \hat{\theta} - \theta^*$, 其中 $\hat{\theta}$ 为 NN 的参数估计值, θ^* 为最优参数估计, 令 w 表示 NN 控制器近似误差和外部干扰对系统动态影响的总和. 在 $w \neq 0$ 时如下 H 跟踪性能指标需要得到满足^[3]:

$$\int_0^T x^T Q x dt \leq x^T(0) P x(0) + \theta^T(0) \Gamma^{-1} \theta(0) + \rho^2 \int_0^T w^T w dt \quad (6)$$

$\forall T \in [0, \infty), w \in L_2[0, T]$

其中给定加权阵 $Q = Q^T > 0, P = P^T > 0, \Gamma$ 为适应增益阵, 在此取为正定对角阵, 即 $\Gamma = \text{diag}\{\gamma_1, \dots, \gamma_n\}$; ρ 为期望衰减度. 由(6) 式及一致近似定理和干扰有界假设知 $x \in L_2^n$, 由引理 1 知 $t \rightarrow \infty$ 时 $e \rightarrow 0$.

如果系统初始条件 $\theta(0) = 0, x(0) = 0$, 那么 H 指标(6) 式可重写为

$$\sup_{w \in L_2[0, T]} \frac{\int_0^T x^T Q x dt}{\int_0^T w^T w dt} = \rho^2 \quad (7)$$

其中 $e^2 = \int_0^T x^T Q x dt, w^2 = \int_0^T w^T w dt$. 由此如文献[3] 指出考虑(6) 式指标相当于解 H 控制问题. 如果 $\rho = 0$ 则成为无干扰衰减的最小误差跟踪控制^[5].

2.2 使用 RBF 神经网络的函数估计

近年来, 关于 RBF 网络的理论与应用的研究已取得一些成果. 一种 RBF 网络(采用高斯函数)的数学公式表示为

$$\begin{aligned} \varphi_i &= \exp\{-x - c_i\}^2 / \sigma_i^2\}, i = 1, 2, \dots, l \\ y &= \Phi(x)\theta \end{aligned} \quad (8)$$

其中定义权值向量 $\theta = [\theta^T, \theta^T, \dots, \theta_n^T]^T \in R^{(n \times l)}$, 且

$$\Phi(x) = \begin{bmatrix} \Phi^1(x) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \Phi^2(x) & \dots & 0 \\ & & \ddots & \\ 0 & \dots & 0 & \Phi^l(x) \end{bmatrix} \in R^{n \times (n \times l)}$$

$x \in R^m$ 为输入向量, $y \in R^n$ 为输出向量, $Q = [Q_1, Q_2, \dots, Q_l]^T$ 为隐层的输出向量; $c_i \in R^m$ 和 $\sigma_i > 0$ 分别为第 i 个隐元的中心向量和宽度. 通常取宽度为一个固定常数, 中心在输入输出域中随机产生, 而后采用 K-MEAN 法进行在线调整.

用 RBF 估计非线性函数 $\tau(x)$ 时, 设 RBF 网络输入为 x , 则输出表示为 $\tau(x, \theta)$, 基于已发表的工作及有关神经网络的一些结果, 可有如下引理:

引理 2 对于给定的精度 ϵ , S 为紧集, $\tau(x)$ 为连续函数, 存在权阵 $\theta = \theta^*$ 使得具有 l 个隐元的 RBF 网络的输出满足

$$\max_x |\tau(x, \theta^*) - \tau(x)| \leq \epsilon$$

其中 l 可能依赖于精度 ϵ 和函数 $\tau(x)$.

引理 3 定义 $\eta = \tau(x) - \tau(x, \theta^*)$, η 是有界的, 其界为 $\eta_0 = \sup_x |\tau(x) - \tau(x, \theta^*)|$.

2.3 NN 适应控制器设计

本文采用 NN 去近似 (3) 式的计算力矩控制律, 并设总的适应律为

$$\tau = \tau(x, \theta) + u_s = \Phi(x)\theta + u_s \quad (9)$$

其中 u_s 的引入是为了衰减由于 NN 近似误差和外部干扰引起的系统动态误差.

将 (9) 式代入 (1) 式有

$$D(q, p)\ddot{q} + B(q, \dot{q}, p)\dot{q} + G(q, p) = \tau(x, \theta) + u_s + f \quad (10)$$

上式右边加减 (3) 式, 有

$$D(q, p)\ddot{q} + B(q, \dot{q}, p)\dot{q} + G(q, p) = \tau(x, \theta) - \tau + \tau + u_s + f$$

由引理 3 整理后可得

$$D(q, p)(\ddot{e} + (K_1 + K_2)\dot{e} + K_1 K_2 e) = \Phi(x)\theta + u_s - \eta + f$$

从而可得

$$\ddot{x} = -K_2 \dot{x} + \Phi(x)\theta + u_s + w \quad (11)$$

其中 η 为 NN 近似误差, $w = (D^{-1}(q, p) - I)\Phi(x)\theta + (D^{-1}(q, p) - I)u_s + D^{-1}(q, p)(-\eta + f)$ 为上文定义的系统误差动态总和.

对于满足性质 1 的机器人系统, 可得如下定理:

定理 1 如果选择 (9) 式的 NN 适应控制律, 且

$$u_s = -R^{-1}Px \quad (12)$$

$$\dot{\theta} = \dot{\theta} - \Gamma \Phi^T(x)Px \quad (13)$$

其中 R 为正定对角增益阵, $P = P^T > 0$ 为如下类 Riccati 方程的解

$$PK_2 + K_2^T P - Q + 2PR^{-1}P - \frac{1}{\rho^2}P^2 = 0$$

则对于期望的干扰衰减度 ρ , (6) 式的跟踪特性指标可以得到满足.

证明 定义 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2}x^T Px + \frac{1}{2}\theta^T \Gamma^{-1} \theta \quad (14)$$

对上式关于时间微分有

$$\dot{V} = \frac{1}{2}\dot{x}^T Px + \frac{1}{2}x^T P\dot{x} + \theta^T \Gamma^{-1} \dot{\theta}$$

将(12), (13) 式代入上式有

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\frac{1}{2}x^T (PK_2 + K_2^T P + 2PR^{-1}P)x + \theta^T (\Phi^T(x)Px + \Gamma^{-1}\theta) \\ & + \frac{1}{2}w^T Px + \frac{1}{2}x^T Pw \end{aligned}$$

又由(14) Riccati 方程上式变为

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\frac{1}{2}x^T (Q + \frac{1}{\rho^2}P^2)x + \frac{1}{2}w^T Px + \frac{1}{2}x^T Pw \\ = & -\frac{1}{2}x^T Qx - \frac{1}{2}(\frac{1}{\rho}Px - \rho w)^T (\frac{1}{\rho}Px - \rho w) + \frac{1}{2}\rho^2 w^T w \\ & - \frac{1}{2}x^T Qx + \frac{1}{2}\rho^2 w^T w \end{aligned}$$

对上式两边积分有

$$V(T) - V(0) = -\frac{1}{2} \int_0^T x^T Qx dt + \frac{1}{2} \rho^2 \int_0^T w^T w dt$$

由 $V(T) \geq 0$ 有

$$\frac{1}{2} \int_0^T x^T Qx dt \leq V(0) + \frac{1}{2} \rho^2 \int_0^T w^T w dt \quad (15)$$

根据(15) $V(t)$ 定义上式可变为 H 特性指标(6).

上文虽然给出了 Riccati 方程的具体表达形式, 但存在正半定对称解 P 的条件并没有得以回答. 文献[6]指出以上 Riccati 方程有正半定解 $P^T = P \geq 0$ 的条件是

$$2R^{-1} - \frac{1}{\rho^2}I \geq 0 \quad (16)$$

故对于给定期望衰减度 ρ , 为了保证 NN 适应控制 H 跟踪特性的可解性, 对 u_s 的加权阵 R 必须满足以上不等式.

定理 1 给出了不考虑控制 u_s 情况下的 H 跟踪特性指标的奇异解. 如果考虑 u_s , 则(6) 式指标可改写为

$$\begin{aligned} \int_0^T (x^T Qx + u^T R u) dt & \leq x^T(0)Px(0) + \theta^T(0)\Gamma^{-1}\theta(0) + \rho^2 \int_0^T w^T w dt \\ \forall T \in [0, \infty), w & \in L_2[0, T] \end{aligned} \quad (17)$$

对于性能指标(17) 式可以得到如下推论:

推论 1 对于机器人系统(1), 如果选择 NN 适应律(8)(12)(13), 其中 $P^T = P \geq 0$ 是如下类 Riccati 方程的解:

$$PK_2 + K_2^T P - Q + PR^{-1}P - \frac{1}{\rho^2}P^2 = 0$$

那么对于期望衰减度 ρ , (17) 式的 H 跟踪问题是可解的.

推论 1 证明类似于定理 1, 它构成了 H 跟踪控制的非奇异问题. 同样对于给定期望衰减

度 ρ 为了保证 (17) 式的可解性, 对 u_s 的加权要满足如下不等式:

$$R^{-1} - \frac{1}{\rho^2} I \quad 0 \quad (18)$$

[注 1] 在以上控制器论述中如果 H 衰减适当加以设计, 根据一致近似定理和外部干扰有界的假设, 则系统状态是有界的. 而 (13) 的 NN 适应律不能保证权值的有界性, 故需要对算法进行修正, 本文采用投影算法^[7]有

$$\dot{\theta} = \begin{cases} -\Gamma \Phi^T(x) P x, & \text{如果 } \theta \leq M \text{ 或 } \theta = M \text{ 和 } \theta^T \Gamma \Phi^T(x) P x \geq 0 \\ P[\], & \text{如果 } \theta = M \text{ 和 } \theta^T \Gamma \Phi^T(x) P x < 0 \end{cases} \quad (19)$$

其中 $P[\] = -\Gamma \Phi^T(x) P x + \frac{\theta^T \Gamma \Phi^T(x) P x}{\theta}$, M 为设计者给定的常数. 不难证明 θ 是有界的, 且 (6) 和 (17) 的 H 跟踪特性指标仍能保证.

3 仿真研究

考虑一个两杆机器人控制对象, 动态方程各项描述为

$$D(q, p) = \begin{bmatrix} \alpha_1 + \alpha_3 + 2\alpha_2 c_2 & \alpha_3 + \alpha_2 c_2 \\ \alpha_3 + \alpha_2 c_2 & \alpha_2 \end{bmatrix}$$

$$B(q, \dot{q}, p) = \begin{bmatrix} -(\alpha_3 s_2 \dot{q}_2^2 + 2\alpha_2 s_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2) \\ \alpha_2 \dot{q}_1^2 s_1 \end{bmatrix}$$

$$G(q, p) = \begin{bmatrix} -(m_1 + m_2) L_1 g s_1 \\ -m_2 L_2 g s_2 \end{bmatrix}$$

其中 $\sin(q_i)$, $\cos(q_i)$ 分别缩写为 s_i , c_i ,

$$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 + (m_1/4 + m_2) L_1^2 \\ m_2 L_1 L_2 / 2 \\ I_2 + m_2 L_2^2 / 4 \end{bmatrix}$$

设实际的机器人参数为

$$L_1 = 1.0\text{m}, L_2 = 0.8\text{m}, m_1 = 0.5\text{kg}, m_2 = 0.5\text{kg}, I_1 = I_2 = 0.2\text{kgm}^2$$

(1) 式中 f 为库仑摩擦力矩, 这相当于一个负载干扰, 设其值为 $f_1 = -0.2\text{sign}(\dot{q}_1)$, $f_2 = -0.2\text{sign}(\dot{q}_2)$.

仿真中关于 RBF 网络的参数选取如下: 隐元数 $l = 30$, 基函数宽度取为 2, 中心随机产生于 $[-0.1, 0.1]$, 初始权值 $\theta(0) = 0$, 取适应增益阵 $\Gamma = \begin{bmatrix} 0.6 & 0 \\ 0 & 0.6 \end{bmatrix}$.

选取期望衰减度 ρ 时考虑 3 种情况 $\rho = 0.08, 0.14, 0.2$, 为方便起见取 $R = 2\rho^2 I_{2 \times 2}$, 再取正定阵 $Q = I$, $K_1 = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$, $K_2 = 4I_{2 \times 2}$, 则解 Riccati 方程 (14) 有 $P = 0.125I_{2 \times 2}$.

根据以上参数可以构成 NN 控制律 (8), (12), (13) 式, 仿真结果示于图 1~2, 结果表明衰减度 ρ 越小, 干扰衰减越快, 跟踪性能越好, 因此本文给出的设计方法可以用于衰减由于 NN 参数误差和外部干扰引起的机器人轨迹跟踪误差.

4 结论

本文给出一种用于不确定性机器人的神经网络 H 跟踪控制方案. 通过 H 最优控制

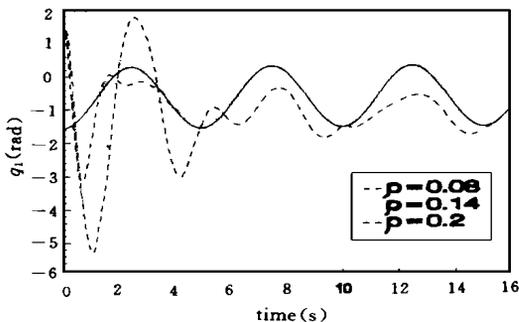


图 1 关节 1 的跟踪响应曲线

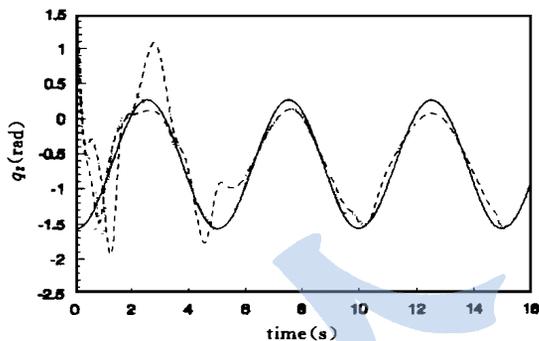


图 2 关节 2 的跟踪响应曲线

理论与 NN 有机的结合, 并适当的选择控制变量的加权因子使 NN 学习的近似误差和外部干扰引起的跟踪误差衰减到期望的程度. 最后该控制方案被用到了两自由度机器人的控制中.

参 考 文 献

- 1 Karakasoglu A, Sundareshan M K. A Recurrent Neural Network Based Adaptive Variable Structure Model-Following Control of Robotic Manipulator. *Automatic*, 1995, 31(10): 1495 ~ 1507
- 2 Park J, Sandberg I W. Universal Approximation Using Radial Basis Function Networks. *Neural Computation*, 1991, 3: 246 ~ 257
- 3 Bor-Sen Chen, T S Lee, J H Feng. A Nonlinear H_∞ Control Design in Systems Under Parameter Perturbation and External Disturbance. *INT J Control*, 1994, 59(2): 439 ~ 461
- 4 Limebeer, ect. A Game Theoretic Approach to H_∞ Control for Time-varying Systems. *SIAM J Control and Optimization*, 1992, 30: 262 ~ 283
- 5 Doyle J C K G, Khargonekar P P. State-space Solution to Standard H_∞ and H_2 Control Problems. *IEEE Trans, on Automatic Control*, 1989, 34(8): 831 ~ 847
- 6 Anderson B D O, Moore J B. *Optimal Control: Linear Quadratic Methods*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1990
- 7 Narendra K S, Annaswamy A M. *Stable Adaptive Systems*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1989
- 8 刘延年, 忻欣, 冯纯伯. 基于神经网络的一类非线性连续系统的稳定自适应控制. *控制理论与应用*, 1996, 13(1): 70 ~ 75

NEURAL NETWORK CONTROL OF UNCERTAINTY ROBOTIC MANIPULATOR WITH H_∞ TRACKING PERFORMANCE

DING Guofeng WAN Sun'an LIN Tingqi SHI Weixiang

(Xi'an Jiaotong University 710049)

Abstract In this paper, a Neural Network control with H_∞ tracking performance for uncertainty robotic manipulator is proposed. The control scheme combined H_∞ control theory and NN adaptive algorithm organically. If the weight to control variables is appropriately chosen, the influence of both NN approximation error and external disturbance can be attenuated to a desired level. Based on Lyapunov method, NN learning law is given and H_∞ tracking performance is illustrated. Finally, the developed controller is applied to a two-link robotic manipulator. Simulation results demonstrate that the control scheme is effective.

Key words H_∞ Tracking control, neural network, robot

作者简介

国锋: 男, 27 岁, 博士, 研究领域: 智能控制、鲁棒控制、预测控制、故障诊断等.

王孙安: 男, 41 岁, 副教授, 研究领域: 机电系统的模糊控制、鲁棒控制等.