

文章编号: 1002-0446(2005)05-0420-03

# 机器人机构的全域性能指标研究\*

石志新<sup>1</sup>, 罗玉峰<sup>1</sup>, 陈红亮<sup>1</sup>, 叶梅燕<sup>2</sup>

(1 南昌大学机电工程学院, 江西 南昌 330029 2 南昌大学理学院, 江西 南昌 330047)

**摘要:** 重点分析了 Gosselin 提出的全域性能指标  $\eta$ , 针对其不足提出了改进和完善的措施. 提出了全域运动性能波动指标  $\sigma$ , 并建议将改进后的全域综合性能参数作为机器人尺度优化设计的目标函数. 最后通过算例证明其有效性.

**关键词:** 可操作性; 全域性能; 条件数

**中图分类号:** TP 24 **文献标识码:** B

## On Global Performance Indices of Robotic Mechanisms

SHI Zhixin<sup>1</sup>, LUO Yufeng<sup>1</sup>, CHEN Hongliang<sup>1</sup>, YE Meiryan<sup>2</sup>

(1. School of Mechanical and Electronic Engineering, Nanchang University, Nanchang 330029, China;

2. School of Math and Phys, Nanchang University, Nanchang 330047, China)

**Abstract** The global performance index  $\eta$  presented by Gosselin is analyzed, and a better method is introduced to overcome its deficiency. Then the authors present a global performance fluctuating index  $\sigma$ , and suggest that the new integrated global performance index should be used as the objective function to optimize the dimensions of robotic manipulators. At last, an effective example is provided to illustrate the feasibility of the proposed method.

**Keywords** manipulability; global performance; condition number

### 1 引言 (Introduction)

如何正确评价机器人的性能好坏一直是国内外专家学者关注的主要问题之一,也是机器人领域的一个难题. 为了尝试量化描述机器人机构的运动学和动力学性能,各国专家学者们提出了各种性能指标.

机器人的可操作性是指机器人的运动学和动力学可逆性. 它反映了整个机器人系统对力和运动的全局转换能力,也就是机器人在任意方向上的运动和施加力的能力<sup>[1]</sup>. 近二十年以来,人们提出了各种性能指标来定量描述机器人可操作性,但这些指标都存在着各种各样的问题. 本文总结了基于雅可比矩阵的可操作性研究,重点分析了 Gosselin 提出的全域性能指标  $\eta$ , 并针对其不足提出了改进和完善的措施,提出了全域运动性能波动指标  $\sigma$ , 并建议在进行机器人尺度优化设计时应综合考虑全域指标  $\eta$  和  $\sigma$ ,

最后通过算例以示其有效性.

### 2 基于雅可比矩阵的可操作性研究 (Research on manipulability based on Jacobian matrix)

雅可比矩阵在机器人的可操作性研究中具有举足轻重的地位. 基于它的研究最为广泛.

#### 2.1 行列式指标

机器人的雅可比矩阵  $J$  通常是指从关节空间向操作空间运动速度传动的广义传动比. 当雅可比矩阵的行列式为零时,逆雅可比矩阵不存在,此时产生某一方向的操作速度所需的关节速度可能变为无穷大. 所以雅可比矩阵的行列式可以反映机器人机构的运动学性能. 因此,Paul 和 Stevenson 曾提出用雅可比矩阵的行列式来评价非冗余度机器人的运动学性能.

行列式方法的优点是可以表示成关节角的函

\* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (50275070); 教育部高校骨干教师计划资助项目.

收稿日期: 2005-01-07

数,其梯度易解,适于实时控制<sup>[2]</sup>。但若雅可比矩阵不是方阵,则它的行列式不存在,此时该方法显然不适用。另外,由数学知识可知:矩阵的行列式值并不能代表矩阵求逆运算的计算精度。因此,用雅可比矩阵的行列式作为可操作性指标是有缺陷的。

## 2.2 条件数指标

由数学知识可知:矩阵的条件数决定了该矩阵求逆的计算精度,因此 Salisbury 和 Craig 用雅可比矩阵  $J$  的条件数  $k$  来衡量机器人的运动学性能,并给出了各向同性的机器人机构定义。条件数与奇异值的关系为:  $k = \mu_1 / \mu_r$  (其中  $\mu_1$  和  $\mu_r$  分别为雅可比矩阵  $J$  的最大和最小奇异值)。矩阵条件数的取值范围为:  $1 \leq k < +\infty$ 。当  $k = 1$  时,机器人具有最佳的运动传递性能,称机器人的这一形位为运动学各向同性。

条件数方法的优点是无论雅可比矩阵是不是方阵该方法均适用。但由于雅可比矩阵依赖于机器人的位形,所以雅可比矩阵的条件数只是机器人空间中的一个局部性质,只能表明某具体位形下的机器人的控制准确度的信息。

## 2.3 全域性能指标

由于雅可比矩阵条件数不能体现出机器人机构在整个工作空间内的整体性能,因此 Gosselin 定义了

$\eta = \int_w \frac{1}{k} d_w / \int_w d_w$  (其中  $0 \leq 1/k \leq 1$ ) 来刻画机器人的运动性能,并用它进行优化设计<sup>[3]</sup>。该性能指标基于整个机器人工作空间上雅可比矩阵条件数的分布,是一个全域性能指标。

从全域性能指标  $\eta$  的定义不难发现:该性能指标是条件数的倒数  $1/k$  在整个工作空间内的平均值,它的大小可以反映机器人在整个工作空间内运动性能的平均水平的高低。但应注意到该性能指标还是比较“粗糙”的,因为它仅仅反映了机器人在整个工作空间内平均运动性能的情况,并不能体现出机器人在整个工作空间内性能波动幅度的信息。其实,人们关心的不仅仅是机器人平均性能的好坏,同时人们还希望机器人在其工作空间内能够保持比较稳定的性能,而不希望其性能时好时坏,起伏太大。因此,我们有必要对该方法进行适当的改进和完善。

## 3 改进及应用 (Improvement and application)

### 3.1 全域运动性能波动指标 $\sigma$

针对上述全域性能指标  $\eta$  的不足之处,我们提出如下的全域运动性能波动指标  $\sigma$ :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\int_w (1/k - \eta)^2 d_w}{\int_w d_w}} \quad (1)$$

不难发现,  $\sigma$  为条件数倒数的均方差,它的大小可以提供机器人在整个工作空间内的运动性能相对于平均水平的波动信息<sup>[4]</sup>,  $\sigma$  越大则表明机器人在工作空间内的运动性能时好时坏,波动很大,  $\sigma$  越小则表明机器人在工作空间内的运动性能比较稳定。在此,定义  $\sigma$  为机器人的全域运动性能波动量。

新提出的性能指标  $\sigma$  可以联合 Gosselin 定义的全域性能指标  $\eta$  一起来精细描述和评价机器人机构的全域运动学和动力学性能。当两个机器人全域性能指标  $\eta$  相等或比较接近时,我们可以根据性能波动指标  $\sigma$  来比较判断它们的优劣。

### 3.2 综合考虑全域指标 $\eta$ 和 $\sigma$ 的优化设计

一个性能优良的机器人不仅仅是平均性能较好,还应该在其工作空间内能够一直保持比较稳定的性能,而不应该性能时好时坏,起伏太大。因此,在对机器人进行运动优化设计时,我们应综合考虑全域指标  $\eta$  和  $\sigma$ , 并且希望  $\eta$  尽可能大而  $\sigma$  尽可能小。为此,构造如下目标函数:

$$F = \eta - \lambda \sigma \quad \max \quad (2)$$

其中,  $\lambda$  为权重,且取值范围为:  $\lambda \geq 0$ 。显然,所构造的目标函数  $F$  同时兼顾了机器人在整个工作空间内的运动性能的平均水平和性能的稳定性。

## 4 实例分析 (Example analysis)

现以 2 自由度平面串联机器人为算例,来考察上述方法。如图 1 所示,假设该机器人的驱动关节  $\alpha$ 、 $\beta$  均可以整周回转,则易知该机器人的工作空间是以铰链  $O$  为圆心、以  $l_1 + l_2$  和  $l_1 - l_2$  为半径的两同心圆组成的圆环。

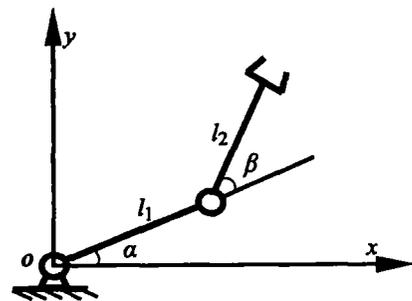


图 1 平面 2 自由度串联机器人

Fig 1 Planar 2DOF serial manipulator

机器人端点位置  $x, y$  与关节位移  $\alpha, \beta$  的关系为:

$$\begin{cases} x = l_1 \cos\alpha + l_2 \cos(\alpha + \beta) \\ y = l_1 \sin\alpha + l_2 \sin(\alpha + \beta) \end{cases} \quad (3)$$

对式(3)进行偏微分, 可得雅可比矩阵为:

$$J = \begin{bmatrix} -l_1 \sin\alpha - l_2 \sin(\alpha + \beta) & -l_2 \sin(\alpha + \beta) \\ l_1 \cos\alpha + l_2 \cos(\alpha + \beta) & l_2 \cos(\alpha + \beta) \end{bmatrix}$$

设杆长  $l_1, l_2$  的取值范围为  $[0.2, 0.6]$ 。现以(2)式为目标函数对该机器人进行尺度优化设计, 其数学模型为:

$$\begin{cases} \text{Max } F(l_1, l_2) \\ l_1, l_2 \in [0.2, 0.6] \end{cases} \quad (4)$$

利用编程计算可以得到如下结果:

1) 若取  $\lambda = 0$  即采用 Gosselin 定义的全域性能指标  $\eta$  为目标函数对上述机器人进行尺度优化设计, 当全域性能指标  $\eta$  取得最大值时对应的  $\eta$  以及运动性能波动量为:

$$\begin{cases} \eta = 0.4360 \\ \sigma = 0.2502 \end{cases} \quad (5)$$

从该算例可以发现: 运动性能波动量  $\sigma$  相对于运动性能均值  $\eta$  来说是比较大的(约占 58.4%), 因此在要求改善机器人全域运动性能时, 不应忽略  $\sigma$  这个全域性能指标。

2) 若取  $\lambda = 0.9$  当目标函数  $F$  取得最大值时对应的运动性能均值  $\eta$  和波动量  $\sigma$  分别为:

$$\begin{cases} \eta = 0.4104 \\ \sigma = 0.2167 \end{cases} \quad (6)$$

比较式(5)和式(6)可以看到: 均值  $\eta$  “牺牲”了 5.87% (0.0256), 但波动量  $\sigma$  “改善”了 13.39% (0.0335), 因此我们认为综合性能得到了适当改善。

3) 若取  $\lambda = 1.5$  当目标函数取得  $F$  最大值时对应的运动性能均值  $\eta$  和波动量  $\sigma$  分别为:

$$\begin{cases} \eta = 0.3022 \\ \sigma = 0.1251 \end{cases} \quad (7)$$

此时均值  $\eta$  “牺牲”了 30.69% (0.1338), 但波动量  $\sigma$  “改善”了 50% (0.1251), 因此我们认为综合性能得到了较大改善。

4) 若取  $\lambda = 2$  当目标函数取得最大值时对应的

运动性能均值  $\eta$  和波动量  $\sigma$  分别为:

$$\begin{cases} \eta = 0.2256 \\ \sigma = 0.0808 \end{cases} \quad (8)$$

此时, 虽然均值  $\eta$  减小了 0.2106 但波动量  $\sigma$  减小到了很小, 此时机器人在整个工作空间内的运动性能相当稳定。

在进行具体的优化设计时, 我们应根据实际情况选择合适的权重  $\lambda$ 。当机器人全域均值  $\eta$  较大并且希望它在整个工作空间内的运动性能很稳定时, 应将权重取大些, 反之, 应将权重取小些。

## 5 结论 (Conclusion)

在分析了 Gosselin 提出的全域性能指标  $\eta$  的基础上, 针对其不足之处提出了改进和完善的措施, 提出了全域运动性能波动指标  $\sigma$ , 该指标可以反映机器人在整个工作空间内运动性能的稳定性。另外还发现: 在要求改善机器人全域运动性能而进行尺度优化设计时, 应综合考虑  $\eta$  和  $\sigma$  这两个全域性能指标, 这样才能保证机器人的运动性能在其工作空间内能够一直稳定在较高水平, 而不是时好时坏, 波动太大。

## 参考文献 (References)

- [1] 熊有伦, 等. 机器人学 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1993. 110-113.
- [2] 刘迎春, 等. 机器人可操作性研究进展 [J]. 机械设计与研究, 2003, 19(4): 34-37.
- [3] Gosselin C, Angeles J. A global performance index for the kinematic optimization of robotic manipulators [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 1991, 113(3): 220-226.
- [4] 陶澍. 应用数理统计方法 [M]. 北京: 中国环境科学出版社, 1994. 23-26.

## 作者简介:

石志新 (1979), 男, 博士研究生, 助教。研究领域: 机械系统结构学, 并联机器人机构学, 微型机电系统分析与控制。

罗玉峰 (1960), 男, 教授, 博士生导师。研究领域: 机械系统结构学, 机器人学, 微型机电系统分析与控制。