

文章编号: 1002-0446(2000)05-0337-07

## 基于宏-微机器人的不连续轨线的跟踪\*

陈启军 王月娟 陈辉堂

(同济大学电气工程系 上海 200092)

摘要: 针对宏-微机器人跟踪不连续轨线, 本文采用轨线分割的方法. 轨线分割的结果, 宏机械手的期望轨迹为一条连续轨线, 轨线中的不连续部分将由微机械手跟踪; 同时, 宏-微机器人这一冗余系统变为两个非冗余系统, 按照两个非冗余系统分别进行轨迹规划; 微机械手除了完成分割的任务外, 对宏机械手的轨迹误差在线补偿; 4 自由度宏-微机器人仿真和实验证明了本文方法的有效性.

关键词: 宏-微机器人; 分割; 轨迹跟踪

中图分类号: TP24 文献标识码: B

### 1 引言

机器人轨迹跟踪的精度不仅与速度有关, 与期望跟踪的轨迹的形状有很大的关系. 当轨迹跟踪的线速度一定时, 跟踪轨迹的连续性越差, 轨迹误差越大. 譬如机器人以一定速度跟踪矩形, 在矩形的直角处会产生很大的轨迹误差. 从控制律的角度, 绝大多数机器人控制算法都要求机器人的速度、加速度连续有界. 对不连续轨线的跟踪, 传统的作法是将不连续轨线分段, 在断点处机器人减速到零然后再加速运动. 对有多个不连续点的轨线, 机器人要不断的加速-匀速-减速, 这会大大降低机器人的工作效率. 机器人对不连续轨线的跟踪能力的限制是由于它的频带决定的, 在不连续点附近需要很大的跟踪加速度, 而机器人频带很窄, 一般只有几赫兹或十几赫兹, 没有足够快的响应, 造成大的轨迹误差甚至飞车.

机器人的很多应用都存在不连续轨线的跟踪, 比如异型切割、服装裁剪, 实现真正意义上的高速高精度轨迹跟踪, 有必要探索新的原理和方法. 80 年代末 90 年代初, 宏-微机器人<sup>[2,3]</sup> (Macro-Micro Manipulator System 或 Macro-Mini Manipulator System) 被建议用来实现机器人高速高精度的应用. 宏-微机器人是指一个小的机械手附在一个大的机械手的末端构成的机器人系统, 微机械手有较宽的频带, 通过宏机械手实现机器人大的运动范围, 通过微机械手实现机器人高速精确的运动. 本文的目的意在探索利用宏-微机器人跟踪不连续轨线的方法.

宏-微机器人跟踪不连续轨线, 首先要解决两个问题: (1) 轨线分割, 即对一条给定的跟踪轨线, 定义宏机械手、微机械手如何协调工作, 本文基于宏-微机器人不同的频带特性, 提出了样条函数分割的方法; (2) 计算宏机械手、微机械手关节角度、角速度随时间变化的轨迹, 即要进行轨迹规划, 本文提出了考虑关节力矩限制的轨迹规划方法.

### 2 轨线分割

设  $P$  为需要跟踪的轨迹, 将  $P$  分割为

$$P = P_M + P_m$$

\* 收稿日期: 1999-07-10

$P_M$  连续有界, 为宏机械手的跟踪轨迹;  $P_m$  不超过微机械手工作范围, 为微机械手的跟踪轨迹. 轨线分割是要充分发挥微机械手的特点, 让轨迹中不连续部分由惯量小、频带宽的微机械手来跟踪.

在轨线  $P$  上定义  $n+1$  个点  $P_i(x_i, y_i), i=0, 1, \dots, n$ , 定义这  $n+1$  个点构成的三次样条函数为  $P_M$ , 定义  $P-P_M$  为  $P_m$ , 这种分割我们称为三次样条分割. 一般三次样条需要满足“小绕度”条件(端点斜率的绝对值小于1), 且不适用于封闭轨线, 我们采用带弦长参数的三次样条曲线. 这种分割可以使  $P_M$  的求解有一般性; 根据不同的轨线特征, 可以定义不同数量的插值点, 譬如在不连续点附近可以定义相对较多的插值点. 任何一条轨线都可以用带弦长的三次样条函数逼近.

类似一般的三次样条函数求解方法, 我们确定带弦长的三次样条函数  $P_M$ .

轨线上采样点相邻两点的连线长为

$$P_{i-1}P_i = \sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2}, \quad i=1, 2, 3, \dots, n$$

$$\begin{cases} S_0 = 0 \\ S_j = \sum_{i=1}^j P_{i-1}P_i, \quad j=1, 2, \dots, n \end{cases}$$

$S_j$  称为累加弦长.

分别考察  $(S_0, x_0), (S_1, x_1), \dots, (S_n, x_n)$  和  $(S_0, y_0), (S_1, y_1), \dots, (S_n, y_n)$ , 我们可以作出分割  $\Delta: S_0 < S_1 < \dots < S_n$  上的插值样条函数:

$$P_M = \begin{cases} P_x(S) \\ P_y(S) \end{cases} \quad (1)$$

设每个采样点的二阶导数为

$$P''_x(S_i) = M_i, \quad i=0, 1, \dots, n$$

则有

$$P''_{x,i}(S) = M_{i-1} \frac{S_i - S}{h_i} + M_i \frac{S - S_{i-1}}{h_i}, \quad h_i = S_i - S_{i-1} \quad (2)$$

将  $P''_{x,i}(S)$  两次积分并考虑插值条件  $P_{x,i}(S_{i-1}) = x_{i-1}, P_{x,i}(S_i) = x_i$  可以得到:

$$P_{x,i}(S) = M_{i-1} \frac{(S_i - S)^3}{6h_i} + M_i \frac{(S - S_{i-1})^3}{6h_i} + \left( \frac{x_{i-1}}{h_i} - \frac{h_i M_{i-1}}{6} \right) (S_i - S) + \left( \frac{x_i}{h_i} - \frac{h_i M_i}{6} \right) (S - S_{i-1}) \quad (3)$$

利用内节点一阶导数连续的条件, 可以得到下面  $n-1$  个方程:

$$\mu_i M_{i-1} + 2M_i + \lambda_i M_{i+1} = d_i, \quad i=1, 2, \dots, n-1 \quad (4)$$

$\lambda_i = \frac{h_{i+1}}{h_i + h_{i+1}}, \mu_i = \frac{h_i}{h_i + h_{i+1}}, d_i = \frac{6}{h_i + h_{i+1}} \left( \frac{x_{i+1} - x_i}{h_{i+1}} - \frac{x_i - x_{i-1}}{h_i} \right)$  式(4)有  $n+1$  个未知数, 但只有  $n-1$  个方程, 使用边界条件:

(1) 若  $P'_x(S_0) = X'_0, P'_x(S_n) = X'_n$ , 有

$$\begin{cases} 2M_0 + \lambda_0 M_1 = d_0 \\ \mu_n M_{n-1} + 2M_n = d_n \end{cases} \quad (5a)$$

$$\lambda_0 = \mu_0 = 1, d_0 = \frac{6}{h_1} \left( \frac{x_1 - x_0}{h_1} - X'_0 \right), d_n = \frac{6}{h_n} \left( X'_n - \frac{x_n - x_{n-1}}{h_n} \right)$$

(2) 若  $M_0 = X''_0, M_n = X''_n$ , 有

$$\begin{cases} 2M_0 + \lambda_0 M_1 = d_0 \\ \mu_n M_{n-1} + 2M_n = d_n \end{cases} \quad (5b)$$

$\lambda_0 = \mu_0 = 1, d_0 = 2X''_0, d_n = 2X''_n$  式(4)(5)用追赶法求解.

$Y$  的参数样条方程  $P_y(s)$  用同样的方法求解. 关于弦长参数的边界条件进一步说明如下:

(1) 若给定的边界条件是在边界处

$$\frac{dY}{dX} = y'_0, \text{ 可以近似的有: } \begin{cases} \text{I} \frac{dX}{dS} = \frac{1}{1 + y'^2_0} \\ \frac{dY}{dS} = \frac{Y'_0}{1 + Y'^2_0} \end{cases} \quad (6)$$

(2) 若给定的边界条件为

$$\frac{d^2Y}{dX^2} = 0, \text{ 有 } \begin{cases} \text{I} \frac{d^2X}{dS^2} = 0 \\ \frac{d^2Y}{dS^2} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

### 3 轨迹规划

轨线分割后, 需要根据  $P_M, P_m$  分别进行轨迹规划, 即要确定宏机械手、微机械手关节角度 (角速度) 随时间变化的规律. 宏-微机器人进行轨线分割后变成两个非冗余系统, 轨迹规划按照两个非冗余的系统分别规划, 我们考虑关节力矩约束.

以宏机械手为例, 设分割后的宏机械手跟踪轨线在关节空间表示为  $f(\theta_M)$ :

$$P_M = \begin{pmatrix} P_x(s) \\ P_y(s) \end{pmatrix} = f(\theta_M) \quad (8)$$

则

$$\begin{cases} \text{I} \dot{\theta}_M = J^{-1} P_s \dot{S} \\ \ddot{\theta}_M = J^{-1} [P_{ss} \dot{S}^2 + P_{ss} \dot{S}^2 - (J^{-1} P_s)^T H (J^{-1} P_s) \dot{S}^2] \end{cases} \quad (9)$$

式中  $J = \frac{\partial f}{\partial \theta_M}$  为 Jacobian 矩阵,  $H = \frac{\partial^2 f}{\partial \theta_M^2}$  为 Hessian 矩阵,  $P_s = \frac{\partial P_M}{\partial S}, P_{ss} = \frac{\partial^2 P_M}{\partial S^2}$  定义  $f_{sp} = J^{-1} P_s, f_{sh} = J^{-1} P_{ss} - J^{-1} (J^{-1} P_s)^T H (J^{-1} P_s)$ , 式(9)变为:

$$\begin{cases} \dot{\theta}_M = f_{sp} \dot{S} \\ \ddot{\theta}_M = f_{sp} \ddot{S} + f_{sh} \dot{S}^2 \end{cases} \quad (10)$$

式中  $f_{sp}, f_{sh}$  反映了轨线的特征, 与时间无关, 下面我们确定考虑关节力矩受限时的  $\dot{S}, \ddot{S}$ .

机器人控制一般包括前馈和反馈两部分, 前馈控制用于补偿动力学的已知部分, 反馈控制用于控制未知部分, 有必要为反馈控制预留适当的裕量. 力矩约束可表示为:

$$-\alpha \tau_M \leq \tau_0 \leq \alpha \tau_M \quad (11)$$

$0 < \alpha < 1, \tau_0$  为待求的前馈力矩,  $\tau_M$  电机饱和力矩. 按照机器人动力学模型, 设机器人前馈力矩计算方程为

$$\tau_0 = M \ddot{\theta}_M + C(\theta_M, \dot{\theta}_M) \dot{\theta}_M + G \quad (12)$$

将(10)代入有

$$M f_{SP} \ddot{S} + [M f_{SH} + C(\theta_M, f_{SP})] \dot{S}^2 + G = \tau_0 \quad (13)$$

设  $M' = M f_{SP}$ ,  $C' = M f_{SH} + C(\theta_M, f_{SP})$ , 有

$$M' \ddot{S} + C' \dot{S}^2 + G = \tau_0 \quad (14)$$

由式(11)和式(14)可以得到机器人最大加速度与最小加速度:

$$\ddot{S}_{\max} = \min_{i=1 \dots n} \frac{\alpha \operatorname{sgn}(M'_i) \tau_{Mi} - C'_i \dot{S}^2 - G_i}{M'_i} \quad (15)$$

$$\ddot{S}_{\min} = \max_{i=1 \dots n} \frac{\alpha \operatorname{sgn}(M'_i) \tau_{Mi} - C'_i \dot{S}^2 - G_i}{M'_i} \quad (16)$$

机器人的最大匀速运动速度一定是关节驱动力矩饱和时的速度, 所以机器人最大匀速运动速度为

$$v_{\max} = \min_{i=1 \dots n} \frac{\alpha \operatorname{sgn}(C'_i) \tau_{Mi} - G_i}{C'_i} \quad (17)$$

设机器人末端初始速度和终点速度分别为  $v_0, v_n$ , 轨线长度为  $l$ , 若机器人作匀加速运动, 则有

$$v^2 = v_0^2 + 2a_+ (S) \quad (18)$$

若作匀减速运动, 则有

$$v^2 = v_n^2 - 2a_- (l - S) \quad (19)$$

将式(18)(19)分别代入式(15)(16), 机器人最大匀加速度和最大匀减速度分别为:

$$a_{m+} = \min_{i=1 \dots n} \frac{\alpha \operatorname{sgn}(M'_i + 2SC'_i) \tau_{Mi} - C'_i v_0^2 - G_i}{M'_i + 2SC'_i} \quad (20)$$

$$a_{m-} = \max_{i=1 \dots n} \frac{-\alpha \operatorname{sgn}(M'_i + 2(l-S)C'_i) \tau_{Mi} - C'_i v_n^2 - G_i}{M'_i - 2(l-S)C'_i} \quad (21)$$

现在我们来规划整条轨线, 采用梯形速度,  $v_0 = v_n = 0$ , 轨线增量  $\Delta S$ .

(1) 以  $\Delta S$  为增量, 由式(17)计算各分段点最大可能的速度, 速度最小值为匀速段运动速度.

(2) 加速段规划: 以  $s_+ = 0, v_+(0) = 0$  为初始条件, 第  $j$  段加速度、速度、位移分别为

$$a_+(j) = \min_{i=1 \dots n} \frac{\alpha \operatorname{sgn}(M'_i + 2\Delta SC'_i) \tau_{Mi} - C'_i v^2(j-1) - G_i}{M'_i + 2\Delta SC'_i} \quad (22a)$$

$$v_+^2(j) = v_+^2(j-1) + 2a_+(j)\Delta S \quad (22b)$$

$$S_+ = S_+ + \Delta S \quad (22c)$$

(3) 减速段规划: 以  $s_- = l, v_-(N) = 0$  为初始条件,  $s$  负增长, 第  $j$  加速度、速度、位移分别为

$$a_-(j) = \max_{i=1 \dots n} \frac{-\alpha \operatorname{sgn}(M'_i - 2\Delta SC'_i) \tau_{Mi} - C'_i v^2 - (j+1) - G_i}{M'_i - 2\Delta SC'_i} \quad (23a)$$

$$v_-^2(j) = v_-^2(j+1) - 2a_-(j)\Delta S \quad (23b)$$

$$S_- = S_- - \Delta S \quad (23c)$$

机械手末端随时间变化的轨迹确定后, 运动学求逆, 可以得到关节角度、角速度随时间变化的轨迹.

### 4 控制方法

微机械手除了完成规划的任务外,对宏机械手的轨迹误差在线补偿,控制结构如图 1 所示.

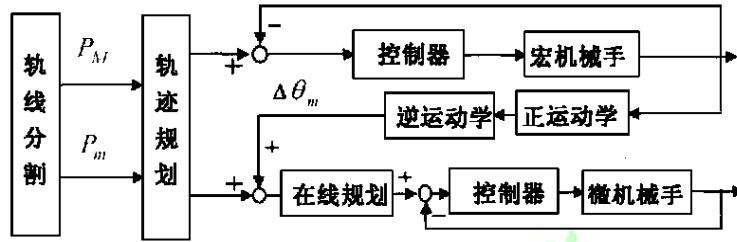


图 1 宏-微机器人控制结构

控制器为 PD 加前馈补偿控制:

$$\tau = K_p e + K_v \dot{e} + M(\theta_d) \ddot{\theta}_d + C(\theta_d, \dot{\theta}_d) \dot{\theta}_d + G(\theta_d) \tag{24}$$

正运动学计算宏机械手关节误差所产生的末端误差

$$\Delta X = f(\theta_{Md}, \theta_{md}) - f(\theta_M, \theta_m) \tag{25}$$

逆运动学将末端误差转化为微机械手补偿角度

$$\Delta \theta_m = f_m^{-1}(\theta_M, \theta_m) \tag{26}$$

根据补偿角度  $\Delta \theta_m$  在线修改微机械手期望轨迹. 在线规划是微机械手 PTP 规划,即在宏机械手一个采样周期内对微机器人从  $\theta_m$  到  $\theta_{md} + \Delta \theta_m$  规划,通过插值实现.

### 5 仿真和实验研究

基于我们自己研制的激光加工的 4 自由度宏-微机器人<sup>[5]</sup>进行了仿真和实验研究. 该宏-微机器人运动学方程为

$$\begin{cases} X = l_1 \cos \theta_{M1} + l_2 \cos \theta_{M2} + X_m \cos \theta_{M2} - Y_m \sin \theta_{M2} \\ Y = l_1 \sin \theta_{M1} + l_2 \sin \theta_{M2} + X_m \sin \theta_{M2} + Y_m \cos \theta_{M2} \\ X_m = d_1 \tan(2\theta_{m1}) \\ Y_m = d_2 \tan(2\theta_{m2}) \end{cases}$$

式中  $l_1 = 724.8 \text{ mm}$ ,  $l_2 = 665.8 \text{ mm}$ ,  $d_1 = d_2 = 35 \text{ mm}$ ,  $\theta_{M1}, \theta_{M2}$ , 分别为宏机械手后臂、前臂 X 轴的夹角,  $\theta_{m1}, \theta_{m2}$  分别为微机械手振镜 1、振镜 2 旋转角度. 微机械手频带约为 200Hz.

宏机械手动力学模型:

$$\begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \cos(\theta_{M1} - \theta_{M2}) \\ D_{12} \cos(\theta_{M1} - \theta_{M2}) & D_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_{M1} \\ \ddot{\theta}_{M2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{12} \dot{\theta}_{M2} \sin(\theta_{M1} - \theta_{M2}) \\ -D_{12} \dot{\theta}_{M1} \sin(\theta_{M1} - \theta_{M2}) \end{bmatrix} = \tau$$

$$D_{11} = 2.462 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad D_{12} = 0.147 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad D_{22} = 0.362 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

简化的微机械手模型:

$$0.000646 \ddot{\theta}_m + 1.61865 \dot{\theta}_m + 1000 = 1457 u_m$$

我们让宏-微机器人跟踪图 2 所示的轨线, 首先固定微机械手于初始位置, 输入常控制量 0, 观察没有微机械手运动情况下的跟踪效果. 由式(17) (22) (23) 进行轨迹规划, A、B 均处于

匀速段, 匀速段速度  $0.53\text{m/s}$ . 图 3 是跟踪结果, 最大轨迹误差接近  $6\text{mm}$ , 在速度跳变附近出现了大的误差跳变.

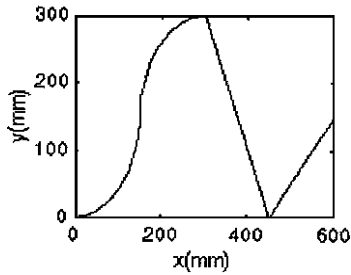


图 2 期望跟踪轨迹

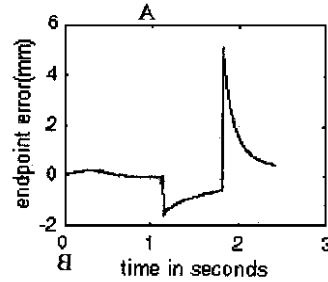


图 3 不分割时末端轨迹误差

我们再用本文介绍的方法对轨线进行分割, 让宏机械手跟踪  $P_M$ , 让微机械手跟踪  $P-p_M$ , 并补偿宏机械手的轨迹误差. 图 4 是末端轨迹误差, 最大轨迹误差小于  $0.5\text{mm}$ .

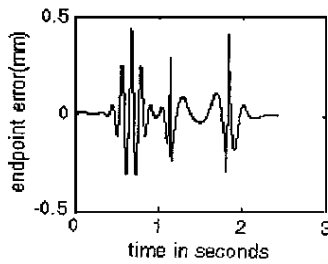


图 4 分割后的末端轨迹误差



图 5 缩小的实际跟踪结果

我们还进行了实际实验研究, 让宏-微机器人跟踪图 2 所示的轨线. 为了阅读末端误差, 将轨线首先描述在一张坐标纸上, 然后进行跟踪. 实验中发现, 不进行轨迹分割无法完成对图 2 所示的轨线的跟踪, 在第一个拐点附近出现了飞车现象; 进行轨线分割以后, 最大轨迹误差小于  $1\text{mm}$ . 图 5 为缩小的实际跟踪结果, 可以看出拐点清晰, 没有出现大的误差跳变.

## 6 结论

宏-微机器人跟踪不连续轨线, 首先进行轨线分割, 宏机械手的期望轨线为一条连续轨线, 轨线中的不连续部分将由微机械手跟踪, 这样可以发挥微机械手宽频带的特点, 克服宏机械手对不连续轨线的跟踪限制, 保证宏、微机械手都有较好的跟踪性能; 采用带弦长参数的三次样条, 没有“小绕度”条件限制, 适用于任意轨线, 这种方法具有一般性; 轨线分割以后, 宏-微机器人这一冗余系统变为两个非冗余系统, 按照两个非冗余系统分别进行轨迹规划, 避免了进行运动学冗余分解. 轨迹规划考虑了机器人关节力矩限制, 按照梯形速度跟踪, 提出了最大匀速运动速度和最大匀变速运动加速度计算方法, 实际上, 式(17)(22)(23)是一种次优规划, 可以尽量利用关节力矩; 由于微机械手有宽频带, 可以利用微机械手的快速运动对宏机械手的轨迹误差在线补偿. 基于本文方法跟踪不连续轨线, 机器人在断点附近不需要作变速运动, 可以实现不连续轨线的高速高精度跟踪.

## 参 考 文 献

- 1 苏步青, 华积宣. 应用几何教程. 复旦大学出版社, 1990, 12
- 2 Khatib O. Reduced Effective Inertia in Macro-Mini Manipulator Systems. In fifth Int Symp on Robotics Research, 1990: 279-284
- 3 Yin W, Singh S N. Trajectory Control of Flexible Manipulator Using Macro-Micro Manipulator System. Proc of The 34th Conference on Decision and Control, 1995: 2841-2846
- 4 Yoshikawa T, Harada K, Mats A. Hybrid Position/Force Control of Flexible-Macro-Micro Manipulator Systems. IEEE Trans. on Robot and Automation, 1996, 12(4): 633-640
- 5 陈启军, 王月娟, 陈辉堂. 激光作业的宏-微机器人及其控制系统. 机器人, 1999, 21(2): 128-133

## DISCONTINUOUS TRAJECTORY TRACKING BASED ON MACRO-MICRO MANIPULATOR SYSTEM

CHEN Qijun WANG Yuejuan CHEN Huirang

(Electrical Engineering Department, Tongji University Shanghai 200092)

**Abstract:** Referring to the uncontinuous trajectory tracking of macro-micro manipulator systems, this paper presents a kind of strategy of task division. As this result, the desired trajectory of macro manipulator is continuous and the discontinuous parts are tracked by Micro manipulator; the redundant system can be considered as two non-redundant systems; trajectory planning is completed independently. By the fast motion of Micro manipulator, the trajectory errors of macro manipulator are compensated on-line. Effectiveness of this strategy is demonstrated by the simulation and experiments carried out on our four degree macro-micro manipulator systems.

**Keywords:** Macro-micro manipulator, task division, trajectory tracking

### 作者简介:

陈启军 (1966-), 男, 副教授, 研究领域: 机器人控制与智能控制.

王月娟 (1935-), 女, 教授, 博士生导师, 研究领域: 机器人控制与智能控制.

陈辉堂 (1933-), 男, 教授, 博士生导师, 研究领域: 机器人控制与智能控制.