

机器人操作手静力及功率特性的研究

杨 挺

(南京电影机械厂)

摘要 本文提出了和建立了操作手静力空间,并详细讨论了其性质。从力学的观点出发,静力空间的形状和大小被用作反映操作手静力特性的指标。一般地说,空间的体积愈大,其施力能力愈强,当空间的形状为正多边形或多面体时,操作手的静力特性表现为各向同性。功率特性是一个新概念,它描述的是操作手功率发挥的状况,文中给出了反映操作手功率特性的指标,并讨论了其应用。

关键词: 机器人, 静力特性, 静力空间, 功率特性, 速度空间。

1 引言

机器人技术的高速发展不仅使机器人的应用愈来愈广,对其性能的要求也愈来愈高。要实现这一点,必须具有一系列的分析和综合理论以及诸多能够反映机器人各方面性能的指标,使机器人的设计和控制等都能建立在高度的科学基础上。

目前,操作手运动分析和规划方面的研究已经进行的比较深入,但关于操作手力特性的研究至今仍然很贫乏。要实现对操作手进行力规划是极困难的,因而无法保证操作手在这方面的性能。因此,建立一个力特性的分析理论是非常必要的。

如何更好地发挥机器人所具有的功率,这是一个目前人们尚未注意到的问题,然而这个问题显然是很重要的。因此,本文提出了功率特性这个概念,并对其进行了分析和研究。功率特性是静力特性和速度性态的综合表现,关于操作手速度性态的研究请参阅文献[1]或[2]。

2 基本概念

一般地说,操作手的运动雅可比矩阵 J 是由下式定义的:

$$Y = J(\theta)\dot{\theta} \quad (1)$$

其中 $Y = (y_1, y_2, \dots, y_m)^T$ 是表达在运动空间坐标系上的操作手末端执行器运动速度和角速度的混合向量, $\dot{\theta} = (\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dots, \dot{\theta}_n)^T$ 是表达在关节坐标系中的关节速度向量, $J(\theta)$ 是与 Y 相应的运动雅可比矩阵, $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)^T$ 是关节坐标向量。

为了研究方便,我们将运动雅可比分为以下三类:

- (1) 速度雅可比 J_v ;
- (2) 角速度雅可比 J_ω ;
- (3) 混合雅可比 J 。

下面给出它们的定义。

定义 1. 当方程(1)的左边 Y 为速度向量、角速度向量、速度和角速度的混合向量时,称相应的运动雅可比为速度雅可比、角速度雅可比、混合雅可比。

若设操作手相应的静力矢在关节坐标系和运动空间坐标系中的表达分别为

$$\tau = (\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)^T$$

和

$$Q = (q_1, q_2, \dots, q_m)^T$$

根据机构中力和速度之间的对偶原理可得

$$\tau = J^T Q \quad (2)$$

若 JJ^T 非奇异,则有

$$Q = (JJ^T)^{-1} J\tau \quad (3)$$

由对偶原理可知,当 Q 分别为力矢 F 、力偶矢 M 、力与力偶的混合矢量 Q 时,对应的运动雅可比

矩阵 J 分别为速度雅克比 J_v 、角速度雅克比 J_ω 、混合雅克比 J 。

至此我们已经阐述了有关概念，并导出了静力矢 Q 的表达式。

3 静力空间的建立及分析

我们知道，操作手位置空间上的某一点代表操作手末端执行器上的参考点的一个可达位置，参考点所有可达位置的集合就构成了位置空间。类似地，我们要建立的静力空间是这样空间：空间上的某一点代表操作手末端执行器上的参考点处可能产生的一个作用力。参考点处所有可能产生的作用力的集合就构成了一个静力空间。

定义 2. 操作手处于某一构形时，参考点 P 处所能实现的作用力的全体集合称为在该构形时的点 P 的静力空间。

从定义 2 可以看出，对于某一操作手，其静力空间有无穷多，它是操作手各关节变量的函数。对于操作手给定的某一构形，可相应地确定参考点处的静力空间，从而了解了参考点处所有可能实现的作用力情况。显然，这对于静力分析和规划是十分重要的。

以下分析都假设下述条件是满足的：

$$\max_{\theta} \text{rank} J(\theta) = m \quad (4)$$

当条件(4)不满足时，意味着所取的 m 个变量中有些变量不是独立的，这些变量可以省去。

若对于 θ^* 有

$$\text{rank} J(\theta^*) < m \quad (5)$$

则此时操作手处于奇异构形，且有

$$\det(JJ^T) = 0 \quad (6)$$

令

$$J_q = (JJ^T)^{-1} J \quad (7)$$

则方程(3)可以改写为

$$Q = J_q \tau \quad (8)$$

定义 3. 由方程(8)所定义的 J_q 称为操作手的静力雅克比。

与定义 1 类似，我们有

定义 4. 当方程(8)中的 Q 为力矢、力偶矢、力与力偶的混合矢量时，称相应的静力雅克比 J_q 为力雅克比 J_f 、力偶雅克比 J_m 、广义力雅克比 J_g 。对应的静力空间分别称为力空间、力偶空间、广义力空间。

设第 i 个关节所能表达到的最大力(矩)为 τ_{im} ，即

$$|\tau_i| < \tau_{im} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

将 J_q 第 i 列记为 Q_i ，即

$$J_q = (Q_1, Q_2, \dots, Q_m)$$

且

$$\|Q_i\|_2 = Q_i \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

则方程(8)可改写成

$$Q = \sum_{i=1}^m Q_i \tau_i \quad (9)$$

由定义 2 可知，操作手静力空间就是由方程(9)所决定的点 Q 的全体集合。若将这个点集记为 K_q ，则 K_q 具有以下性质。

性质 1. K_q 是由一个向量组 $Q_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 所张成的空间。

性质 2. K_q 是有界凸集。

性质 3. K_q 是关于坐标系原点对称的实空间。

因此，静力空间是一个关于坐标系原点对称的有界线性凸空间。例如，对于一个 3 关节的操作手，其静力空间如图 1 所示。空间的形状为平行六面体，六面体的体心为极点 p ，即参考坐标系 $p-X_1X_2X_3$ 的原点。 α 、 β 、 γ 分别为 Q_1 与 Q_2 、 Q_2 与 Q_3 的夹角。 q 是空间上的任一点，向量 pq 表达的参考点处

个可能实现的作用力。

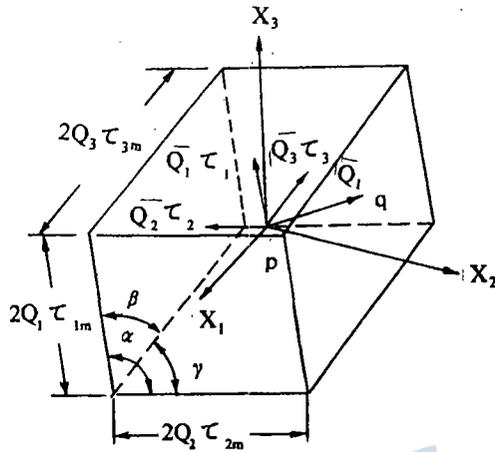


图1 3关节操作手静力空间

一般地, 静力空间的在小 S_q 可由下式计算:

$$S_q = 2^{r_q} \sum_{1 \leq i_1 < \dots < i_{r_q} \leq m} |\det J_{(j_{i_1}, \dots, j_{i_{r_q}})}| \tau_{i_1} \dots \tau_{i_{r_q}} \quad (10)$$

其中 $J_{(j_{i_1}, \dots, j_{i_{r_q}})} = (Q_{j_{i_1}}, \dots, Q_{j_{i_{r_q}}})$ 为一方阵, r_q 为向量 Q 的维数 ($r_q < m$), 或

$$S_q = \frac{2^{r_q}}{\det JJ^T} \sum_{1 \leq i_1 < \dots < i_{r_q} \leq m} |\det J_{(j_{i_1}, \dots, j_{i_{r_q}})}| \tau_{i_1} \dots \tau_{i_{r_q}} \quad (11)$$

其中 J 为与 Q 对应的操作手运动雅克比。

特别地, 当 $r_q = n$ 时, 式(10)和(11)简化为

$$S_q = \frac{2^n}{\det J} \prod_{i=1}^n \tau_{i_m} \quad (12)$$

因为静力空间是所有可能实现的作用力的集合, 所以它的大小反映了操作手在某一构形时施力的能力。从这一点出发, S_q 可以作为操作手的静力特性指标。

需要注意的是, 当操作手处于奇异构形时, 式(7)~(12)不成立。此时操作手失去了沿某些方向运动的能力, 若从这些方向向操作手施加外力, 则操作手将处于“死点构形”。若不考虑操作手的强度, 则此时操作手在这些方向上可以承受无穷大的作用力, 故此时 S_q 趋于无穷大, 这个结论从式(11)是不难推出的。

4 操作手静力特性

前面我们已经建立和讨论了操作手静力空间。由性质3知其形状是关于极点对称的, 这说明操作手沿正反两个方向施力的能力是相同的, 我们将这个特性称为操作手静力对称性。

操作手在某种构形时, 其静力空间的形状和大小直接反映了操作手在该构形时的静力特性。若空间的形状为正多边形或多面体, 则说明操作手沿各个方向的施力能力相近, 我们定义此时的特性为各向同性。或空间的形状比较扁长, 则说明操作手沿各个方向的施力能力相差较大。我们可以用指标 S_q 来描述施力能力的这种不匀称性。

$$\delta_q = \frac{Q_{\min}}{Q_{\max}} \quad (13)$$

其中 Q_{\max} 和 Q_{\min} 分别为静力空间边界上的点与极点 p 的最大和最小距离。距离定义为向量的“2”范数。

显然, δ_q 值愈小, 则操作手沿不同方向的施力能力相差愈大。

静力空间是操作手可能施加的作用力的全体集合, 因此它的大小 S_q 反映了操作手施力能力的强

弱。我们将其定义为施力能力的指数。一般地说，当操作手处于静力空间较大的构形时，其施力能力较强。但是， S_q 还不能完全反映操作手的静力特性。若同时考虑 S_q 和 δ_q ，即给出一个综合指标

$$I.S. = \delta_q \cdot S_q \quad (14)$$

则 $I.S.$ 综合反映了操作手的静力特征，我们定义其为操作手静力特性指数。显然，当 $I.S.$ 值较大时，操作手的静力特性较佳。利用静力特性指数可以分析操作手处于何种构形时具有较好的静力特性，或是用于操作手的机构综合，使设计的操作手具有较佳的静力特性。还可以用于轨迹优化等等⁽⁴⁾。

5 操作手的功率特性

静力空间理论的一个极为重要的应用是与速度空间理论⁽²⁾的综合应用。静力空间的大小 S_q 反映的是操作手的施力能力，而速度空间的大小 S 反映的是操作手的运动能力，因此，它们的乘积

$$I.N. = S \cdot S_q \quad (15)$$

反映的是操作手做工的能力。我们将其定义为操作手的功率因子。速度空间大小 S 由下式计算

$$S = 2^r \sum_{1 \leq i_1 < \dots < i_r \leq n} |\det J_{(i_1, \dots, i_r)}| \theta_{j_{i_1}} \dots \theta_{j_{i_r}} \quad (16)$$

其中 θ_{j_m} 为操作手第 j 个关节的最大速度， r 为速度空间的维数。

根据对偶原理， $r_q = r$ 故有

$$I.N. = \frac{2^{2r}}{\det J J^T} \sum_{1 \leq i_1 < \dots < i_r \leq n} |\det J_{(i_1, \dots, i_r)}| \tau_{i_{1m}} \dots \tau_{i_{rm}} \\ \times \sum_{1 \leq j_1 < \dots < j_r \leq n} |\det J_{(j_1, \dots, j_r)}| \theta_{j_{i_1}} \dots \theta_{j_{i_r}} \quad (17)$$

特别地，当 $r = r_q = n$ 时，有

$$I.N. = 2^{2n} \prod_{i=1}^n \tau_{im} \cdot \theta_{im} = 2^{2n} \prod_{i=1}^n N_{im} \quad (18)$$

式中 N_{im} 为操作手各关节的最大功率。

式(18)说明了操作手在没有冗余自由度的情况下，在任何构形都能发挥出其最大功率。也即若操作手具有冗余自由度。则在一般情况下不能发挥出其最大功率。操作手在某一构形下发挥功率的程度可用功率指数 δ_N 来描述

$$\delta_N = \frac{I.N.}{2^{2n} \prod_{i=1}^n N_{im}} \quad (19)$$

显然， $0 < \delta_N < 1$ 。 δ_N 愈接近 1，则说明操作手功率发挥的程度愈高。我们称此时操作手具有较佳的功率特性。因此，从发挥功率的角度出发， δ_N 可以做为反映操作手性能的指标。

由于 δ_N 的值反映了操作手在运动空间上某一点的功率特性。因此， δ_N 在整个运动空间上的分布就清晰地描述了操作手功率特性的全貌。如果将这样一个 δ_N 的分布图以某种直观的方式显示出来，则其可以做为一个很好的人机接口，例如对于操作手机构的 CAD 等。

利用 δ_N 进行操作手的工作规划，可以使机器人在工作时具有较强的做工能力，充分发挥其功率。例如，对于轨迹规划，我们可以定义以下指标

$$F_N = \int_{p_0}^{p_1} \frac{dl}{\delta_N} \quad (20)$$

其中 p_0 和 p_1 分别为运动轨迹的起点和终点， dl 是轨迹的弧长微分。

轨迹的 F_N 值愈小，则表明操作手沿轨迹运动时 δ_N 值较大，即操作手具有较佳的功率特性。因此，如果仅从发挥功率的角度考虑，规划的轨迹应使其 F_N 值尽可能小。由于在奇异构形时 δ_N 没有定义，因此利用 F_N 进行轨迹规划还可以自动地避开奇异点，从而使工作可靠。

功率指数还有许多应用，例如进行操作手机构的综合，以及分析具有最佳功率特性的构形等等。总之，功率特性的研究为进一步提高和改善操作手的工作能力提供了理论依据和有效方法。

6 结束语

本文提出和建立了操作手静力空间，并对其进行了系统的分析和研究。静力空间反映了机器人操作

(下转第62页)

例如, 机器人中经常采用 2500 脉冲/周的增量码盘作位置检测(A/D), 它等效的 A/D 位数为进制 11 位($2^{11}=2048$), 由(1)式知 CPU 运算字长为

$4+11=15$; 取 16 位为宜。D/A 位数 $>11-2=9$ 位, 取 12 位。

这种数字伺服系统可达到精度为 ± 1 数码。它与前一种相比, 简化了硬件结构, 但软件复杂, 且由于工作在采样制下, 增大采样周期 T , 影响系统稳定性, 只能采用定时插补法, 不便采用定步距插补。系统的突出优点是改变控制规律简单, 可以采用前馈补偿或自适应等方法来考虑各关节的耦合作用, 因此它最适用于按动力学方程进行控制和 DDR 机器人的控制, 它是最有前途的机器人数字伺服系统。

5 结论

我们认为: (1)机器人本体, 特别是小臂和大臂的刚性要高, 否则会引起机器人高速运动时的振荡; (2)机器人本体中的运动部分, 特别是腕部, 以及小臂和大臂要重量轻, 否则会造成大的惯性力; (3)重力平衡问题一定要解决好, 否则给驱动电机增加额外负担; (4)运动链的间隙和摩擦直接影响工业机器人的重复定位精度; (5)对于非直接驱动工业机器人, 由于减速器作用, 可以把机器人系统当作解耦定常系统来控制, 因此上述两种数字伺服系统都能获得满意效果, 但对于高速轨迹控制或 DDR 控制, 只有后一种系统才能胜任。

(上接第 52 页)

手在某一构形时的静力特性, 以空间的形状和大小为指标, 可以有效地进行操作手的静力分析和规划。功率特性是一个新概念, 它是操作手静力特性和速度性态的综合表现, 若操作手具有冗余自由度, 则在一般情况下不能发挥出其最大功率。操作手发挥功率的程度由功率指数 δ_n 确定。本文提出的理论和概念对进一步提高机器人操作手的静力性能和功率性能具有理论和实际意义。

参 考 文 献

- 1 杨 挺. 机器人操作手工作性态的研究. 硕士学位论文, 南京工学院, 1988
- 2 YANG Ting, JIN Wanmin. Study on the kinematic performance of robot manipulators using the theory of velocity space. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics. 1988
- 3 Masaru Uchiyama, Kunitoshi Shimizu and Kyojro Hakomori. Performance evaluation of manipulators using the Jacobian and its application to trajectory planning. Int J of Robotics Research, 1985; 1: 447-454
- 4 Tsuneco Yoshikawa. Manipulability of robotic mechanisms. Int J of Robotics Research, 1985; 1: 439-446
- 5 Salisbury J K, Craig J J. Articulated hands: force control and kinematic issues. Int J of Robotics Research, 1982; 1(1): 4-17
- 6 Gupta K C, Roth B. Design consideration for manipulator workspace. ASME Paper, 81-DET-79, 1981

RESEARCH OF STATIC AND POWER CHARACTERISTIC FOR ROBOT MANIPULATOR

YANG Ting

(Nanjing Cinemechanical Plant)

Abstract

In this paper, manipulator "staticspace" is proposed and established. Its basic properties are derived and discussed. Its shape and volume are considered as the performance index of a manipulator from the viewpoint of statics. Next we propose a new concept "power performance" which describes the state of using power of a manipulator. The index which reflects the power performance of a manipulator is presented and some applications of it are discussed.

Keywords: robot, static properties, staticspace, power performance, velocity space.