

# 自由度大于六的机器人速度控制的能量优化分配

赵永生 黄真

(燕山大学, 秦皇岛)

**摘要** 本文研究机器人自由度多于 6 的超确定速度输入问题。应用影响系数法, 导出了机器人空间机构所有关节协同工作时, 能量优化超确定速度输入的协调和分配方程。并用加权法推广到一般情况下驱动速度的分配的协调方程。

**关键词:** 机器人, 影响系数法, 超确定输入。

## 1 前言

机器人已在通常的焊接、喷漆、装配较广泛地应用。随着生产自动化和柔性加工的发展, 要求应用机器人的场合也越来越多, 例如包括检查、诊断、修理等的维修工作也提出要应用机器人<sup>(1)</sup>。当然这种工作较前几种更难以实现, 这也是对机器人提出的更高要求。于是国内外开始研究自由度多于 6 的机器人, 包括自由度数为 7、8 和 9 等<sup>(2)</sup>。机器人自由度大于 6 时避开障碍更灵活, 还可以用来克服特殊形位的困难, 某种情况下还可增大工作空间等。日本 Hajime 等制造了一台具有 9 个自由度的机器人。在自由度多于 6 时就不能用通常方法同时确定所有关节的输入运动, 这称为超确定输入问题。对于这种问题目前一般是采取锁住部分关节不予运动输入, 使剩下关节数目仍保持 6 个, 按一般办法就能工作了。文[1]就是这样处理的, 当然不同的时空依次选不同的关节予以锁住。显然这样处理只是一种变通的办法, 对于自由度多于 6 的机器人应该怎样更充分地发挥其自由度多的优势这是应深入研究的。本文将研究此课题。若对机器人的工作无特殊要求, 机构也不是处于特殊位形, 关节运动可以按任意方案工作, 这时便不要采取锁住的办法。放开所有关节, 所有驱动器给予传动, 都承担工作负荷, 这样可能达到省力省能, 以及其他多种运动和动力要求, 或他们综合的效果。这是一个大课题, 本文将先讨论一个简单单一的情况, 如何发挥所有关节作用, 使能耗较小。

本文采用影响系数方法, 将看到这样复杂的优化问题, 结果却能以简单的解析表示。

## 2. 运动分配的协调和最优解析

机器人开式链的基本副的数目就是机构的自由度数  $W$ 。由影响系数法<sup>(3-5)</sup>末端夹持器的角速度  $\omega_B$  和其上  $P$  点的速度  $\bar{V}_P$  的表达式为

$$\{\omega_B\} = [G_{\omega}^{0s}] \{\dot{\phi}\} \quad (1)$$

$$\{\bar{V}_P\} = [G_{V_P}^{0s}] \{\dot{\phi}\} \quad (2)$$

其中

$$\{\dot{\phi}\} = \{\dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2, \dots, \dot{\phi}_W\}^T, [G_{\omega}^{0s}] \text{ 及 } [G_{V_P}^{0s}]$$

为相应的影响系数矩阵, 各为  $3 \times W$  矩阵。进一步将(1)、(2)两式结合可以写成

$$\{V_B\} = [G_B^{0s}] \{\dot{\phi}\} \quad (3)$$

其中

$$\{V_B\} = \begin{bmatrix} \bar{\omega}_B \\ \vdots \\ \bar{V}_P \end{bmatrix}, [G_B^{0s}] = \begin{bmatrix} [G_{\omega}^{0s}] \\ \vdots \\ [G_{V_P}^{0s}] \end{bmatrix} \quad (4)$$

$\{V_B\}$  是六维矢量,  $[G_B^{0s}]$  是  $6 \times W$  矩阵, 这是  $W > 6$ 。

从  $W$  个输入角参量中任选 6 个作为广义坐标  $\{q\}$ , 其余  $W-6$  个角参数表示为  $\{\phi_p\}$ 。用  $\{q\}$  及  $\{\phi_p\}$  可

把式(3)右边分成两部分, 写为

$$\{V_E\} = [G'_0]\{\dot{q}\} + G'_{0p}\{\dot{\phi}_p\} \quad (5)$$

这里  $\{\dot{q}\} = \{\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_6\}^T$  是六维矢量;  $[G'_0]$  是  $6 \times 6$  矩阵;  $\{\dot{\phi}_p\} = \{\dot{\phi}_{p1}, \dot{\phi}_{p2}, \dots, \dot{\phi}_{pk}\}$ , 是  $k$  维矢量  $k = w - 6$ ;  $[G'_{0p}]$  是  $6 \times k$  矩阵。若  $[G'_0]$  为非奇异, 则(5)式可写为

$$\{\dot{q}\} = [G'_0]^{-1}[\{V_E\} - [G'_{0p}]\{\dot{\phi}_p\}] \quad (6)$$

考虑到

$$[G'_0]^{-1} = [G^0]; [G'_0]^{-1}[G'_{0p}] = [G^0_p] \quad (7)$$

式(6)可以简写为

$$\{\dot{q}\} = [G^0]\{V_E\} - [G^0_p]\{\dot{\phi}_p\} \quad (8)$$

(8)式表明, 对于自由度大于 6 的机构只给定终端器的六维速度是不能唯一地确定  $w$  个驱动器的运转速度, 只能确定变量的一个六维子空间, 式(8)不限定其余部分  $k$  个驱动速度的选取, 这样就存在一个驱动速度如何分配的问题, 可以设想, 对末端执行器在给定的位置和速度下, 当无特殊要求按能量最优来选取和分配是合理和必要的, 以便使机构运动的能耗最少, 这样所设定的目标函数为

$$F = \sum_{m=1}^6 \dot{q}_m^2 \cdot T_{qm}^2 + \sum_{j=1}^k \dot{\phi}_{pj}^2 \cdot T_{pj}^2 \quad (9)$$

此目标函数表示所有关节驱动功率的平方和,  $T_{qm}$  及  $T_{pj}$  为相应的驱动力矩, 由于机构的自由度与驱动器数目相等, 且各约束条件皆为定常, 在机器人的速度不是太高下, 对于给定的工作载荷, 各驱动器的力矩, 可以求得, 由(8)式  $\dot{q}_m$  可以看作是  $\dot{\phi}_p$  的函数, 因此在目标函数中, 只把  $\dot{\phi}_{pj}$  看作优化变量, (9)式对  $\dot{\phi}_{pj}$  求偏导有

$$\frac{\partial F}{\partial \dot{\phi}_{pj}} = \sum_{m=1}^6 2\dot{q}_m T_{qm}^2 \cdot \frac{\partial \dot{q}_m}{\partial \dot{\phi}_{pj}} + 2\dot{\phi}_{pj} \cdot T_{pj}^2 \quad (10)$$

由(8)式

$$\frac{\partial \dot{q}_m}{\partial \dot{\phi}_{pj}} = -[G^0_p]_{i,j} \quad (11)$$

式中矩阵  $G$  的下脚标表示矩阵的第  $i$  行  $j$  列元素, 把式(11)代入到式(10), 有

$$\frac{\partial F}{\partial \dot{\phi}_{pj}} = -2\{\dot{q}\}^T [T_Q^2] [G^0_p]_{i,j} + 2\dot{\phi}_{pj} T_{pj}^2 \quad (12)$$

式中下脚标  $i, j$  表示矩阵的第  $j$  列

$$[T_Q^2] = \begin{bmatrix} T_{q1}^2 & & & & & 0 \\ & T_{q2}^2 & & & & \\ & & \dots & & & \\ 0 & & & & & T_{q6}^2 \end{bmatrix} \quad 6 \times 6 \quad (13)$$

令

$$\left\{ \frac{\partial F}{\partial \dot{\phi}_p} \right\} = \left\{ \frac{\partial F}{\partial \dot{\phi}_{p1}}, \frac{\partial F}{\partial \dot{\phi}_{p2}}, \dots, \frac{\partial F}{\partial \dot{\phi}_{pk}} \right\}^T, k = w - 6 \quad (14)$$

由(12)式整理有

$$\left\{ \frac{\partial F}{\partial \dot{\phi}_p} \right\}^T = -2\{\dot{q}\}^T [T_Q^2] [G^0_p] + 2\{\dot{\phi}_p\}^T [T_p^2] \quad (15)$$

$$[T_p^2] = \begin{bmatrix} T_{p1}^2 & & & 0 \\ & T_{p2}^2 & & \\ & & \dots & \\ 0 & & & T_{pk}^2 \end{bmatrix} \quad k \times k \quad (16)$$

为使能耗最小, 令偏导  $\left\{ \frac{\partial F}{\partial \dot{\phi}_p} \right\} = \{0\}$ , 并把(8)式代入到(15)式中, 经整理最后有

$$\{\dot{\phi}_p\} = ([T_p^2] + [G_{pp}^q]^T [T_Q^2] [G_{pp}^q])^{-1} \cdot [G_{pp}^q]^T [T_Q^2] [G_p^q] \{v_E\} \quad (17)$$

(8)式和(17)式就是机构能量最优时, 超确定速度输入的协调和最优分配方程, 表达呈显形式且都是矩阵乘积, 易于计算。

### 3 驱动速度加权优化分配的控制算法

上述按能耗最小分配超确定输入只是超确定输入分配的一种形式, 实际上扩大来说, 可以采取其他要求原则或按其他进行分配。这样一般情况就可以用加权优化办法来统一表示。

为此, 给定的目标函数写为

$$F = \sum_{m=1}^6 \dot{q}_m^2 a_{qm} + \sum_{j=1}^k \dot{\phi}_{pj}^2 a_{pj} \quad (18)$$

这里  $a_{qm}, a_{pj}$  都是大于零的加权系数, 仿上仍似  $\dot{\phi}_{pj}, j=1, 2, \dots, k$  为优化变量, 可得

$$\{\dot{\phi}_p\} = ([A_p] + [G_{pp}^q]^T [A_Q] [G_{pp}^q])^{-1} \cdot [G_{pp}^q]^T [A_Q] \{v_E\} \quad (19)$$

其中

$$[A_Q] = \begin{bmatrix} a_{q1} & & & 0 \\ & a_{q2} & & \\ & & \dots & \\ 0 & & & a_{q6} \end{bmatrix} \quad 6 \times 6$$

$$[A_p] = \begin{bmatrix} a_{p1} & & & \\ & a_{p2} & & \\ & & \dots & \\ 0 & & & a_{pk} \end{bmatrix} \quad k \times k \quad (20)$$

这样式(8)及这里的(19)式就是超确定输入下驱动速度一般的加权优化分配的控制算法。根据不同的情况要求, 适当地选取各加权系数可以在一定程度上满足不同的要求。例如为了灵活地绕开障碍, 要使某几个运动副速度减小其他副速度增加, 为此可以加大那几项的权系数并减小其他那些项的加权系数。如果我们取  $a_{qm}, a_{pj}$  为 1, 就得到驱动速度取极值的结果。(20)式中的矩阵  $[A_Q]$  及  $[A_p]$  就都是单位矩阵。最后, 若取  $[A_Q] = [T_Q^2]$ ,  $[A_p] = [T_p^2]$ , 这就是我们前面讨论的能耗最小的优化分配。现在采用的“锁住关节”的办法就是权系数为零。

### 4 结论

对于自由度大于 6 的多自由度机器人机构, 应研究超确定输入, 合理地使所有的运动副及驱动器都工作是有意义的。本文导出了超确定输入的速度协调和能量优化的速度分配解析方程, 利用此方程可以方便地使机器人按能耗较少完成工作。方程简单并呈显表达式, 便于计算机运算。应用加权优化分配的概念, 可以方便地按其他所需方案分配超确定输入。

### 参 考 文 献

- 1 Hajime A, Hiroyuki Y. Development of a metamorphic manipulator with 9 degree of freedom. In: The 15th ISIR,

Tokyo, 1985: 415-422

- 2 张玉莲. 机器人机构与闭环机构的运动特性研究. 北京航空学院博士论文, 北京航空航天大学, 1987
- 3 Huang Z. Error analysis of position and orientation in robot manipulators. *Mech Mach Theory*, 1987; 22(6):577-581
- 4 Huang Z. Modeling formulation of six-DOF multi-loop parallel manipulator: Part I. In: Manolesca N I eds. 4th IFToMM International Symposium on Linkages and CAD Method, Bucharest, Polytechnic Institute Bucharest 1985: 2-1, 155-162
- 5 黄真. 平行多回路机器人机构的瞬时螺旋运动. *机械工程学报*, 1986; 22(4): 56-61

## OPTIMUM ENERGY DISTRIBUTION OF VELOCITY CONTROL ROBOT WITH DOF GREATER THAN SIX

ZHAO Yongshen HUANG Zhen

(Yanshan Univ, Qinhuangdao)

### Abstract

The problem of over-determinate input with  $DOF > 6$  is presented in the paper. Accordance and reasonable energy distribution of all inputs of robot manipulators are discussed by means of influence coefficient method. Using weight distribution method are set also the equation for common situation in the rear part of the paper.

Keywords: robot, influence coefficient method, over-determinate input.

(接第3页)

- 2 高嵩. 工业机器人计算机控制系统软件的设计与实现. 首届全国机器人学术讨论会论文集, 1987, 北京
- 3 Catros J Y *et al.* Automatic grasping using infrared sensors. *Proceeding of 8th ISIR*, 1978

## AN EXPERIMENT SYSTEM BASED ON THE CONTROL OF INFRARED PROXIMAL SENSOR SIGNAL AND PROGRAMMING WITH ROBOT PUMA760

LIU Guangjun ZHANG Chunjie ZHAO Jinglun

(Shenyang Institute of Automation, Academia Sinica)

### Abstract

This paper gives such a method for locating the position of the object by searching out the point of maximum sensor signed. The command of the control based on sensor signal is put into the position control system and thus enables PUMA760 to finish all searching movements very quickly. Meanwhile an object with unknown orientation and height may be located and grasped.

Keywords: robot, proximity sensor, position control, programming.