

机器人自适应控制——计算力矩法

刘德满 刘宗富

(东北工学院, 沈阳)

摘要 基于李雅普诺夫直接法理论本文提出了一种新的机器人操作器自适应控制方法——计算力矩法。这种控制方法既考虑被传统计算力矩法所忽略了的机器人操作器真实参数与估计值之间的误差, 又考虑机器人操作器高速运动时系统参数的快速变化。这种控制方法具有自适应性, 因而不必事先知道系统参数; 在闭环系统中, 能保证机器人操作器动力学系统和参考模型之间的误差渐近趋近于零。最后, 举出一例验证此法。

关键词: 机器人, 自适应控制, 计算力矩法。

1 前言

近二十年, 提出了各种各样的机器人操作器控制方法, 其中包括计算力矩法^[1, 2]。传统的计算力矩法用一个前馈补偿器抵消所有非线性。但是, 传统的计算力矩法有其缺陷: 它要求精确的动力学模型。由于某些机器人操作器的机械结构很复杂, 因此很难导出精确的数学模型表达式。同样, 传统的计算力矩法由于系统参数变化, 摩擦力矩和外来干扰等因素而受到限制。

为了很好地处理不确定性, 非线性和负载变化就很有必要提出一种有效的自适应控制方法以提高机器人操作器控制器的鲁棒性。以前有很多人从事过这方面的工作^[3, 4]。作者基于自适应模型跟随理论, 提出了一种新的自适应计算力矩法。它的优越之处在于不必每个采样周期假定系统参数不变, 而是考虑了系统参数的快时变。它有些类似于参考文献[3]中的方法, 但它并不忽略时变惯量的作用。

2 机器人操作器动力学

由拉格朗日公式导出 n 自由度的机器人操作器的动力学方程为:

$$M(\theta)\ddot{\theta} + h(\theta, \dot{\theta}) + g(\theta) = T(t) \quad (1)$$

$$\theta^T = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n]$$

广义关节变量 $\theta_i (i=1, 2, \dots, n)$ 表示关节 i 处的角度位置。 $M(\theta)$ 为 $n \times n$ 维正定、对称的惯性量矩阵; $h(\theta, \dot{\theta})$ 为 n 维哥氏力和离心力矢量, $g(\theta)$ 为 n 维重力矢量。式(1)中矢量 $h(\theta, \dot{\theta})$ 、 $g(\theta)$ 可写成如下形式(见文献[3, 4])。

$$h(\theta, \dot{\theta}) = N(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} \quad (2)$$

$$g(\theta) = G(\theta)\theta \quad (3)$$

其中: $N(\theta, \dot{\theta})$ 和 $G(\theta)$ 都为 $n \times n$ 维矩阵。那么式(1)可改写为:

$$M(\theta)\ddot{\theta} + N(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta)\theta = u(t) \quad (4)$$

其中: $u(t) = T(t)$ 。

3 计算力矩控制法

设计控制方法的第一步是选择参考模型。为了最大限度地减少控制计算机的计算负担, 参考模型给定为一个线性无耦合的二阶微分方程:

$$\ddot{\hat{\theta}} + \Lambda_1 \dot{\hat{\theta}} + \Lambda_0 \hat{\theta} = \gamma(t) \quad (5)$$

$\gamma(t)$ 为参考输入。把式(5)改写成状态变量形式:

$$\dot{\hat{x}} = A_m \hat{x} + B_m \gamma(t) \quad (6)$$

其中

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} \hat{\theta} \\ \dot{\hat{\theta}} \end{bmatrix}; \quad A_m = \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ -\Lambda_0 & -\Lambda_1 \end{bmatrix}$$

$$\Lambda_0 = \text{diag}(\Lambda_{0i}), \quad \Lambda_1 = \text{diag}(\Lambda_{1i}), \quad \Lambda_{0i} > 0, \quad \Lambda_{1i} > 0$$

$$B_m = \begin{bmatrix} 0 \\ I_n \end{bmatrix}$$

对于系统(1)和参考模型(6), 我们提出如下形式的控制律:

$$u(t) = F_1 \gamma(t) + F_2 \theta(t) + F_3 \dot{\theta}(t) \quad (7)$$

其中: F_1, F_2, F_3 都是 $n \times n$ 维方阵。我们以闭环系统渐近稳定为目的来设计控制器参数 F_1, F_2, F_3 。

把式(7)代入(4)并与式(5)相减, 得:

$$\dot{e} + \Lambda_1 \dot{e} + \Lambda_0 e = M^{-1} [(M - F_1) \gamma + (G - M \Lambda_0 - F_2) \theta + (N - M \Lambda_1 - F_3) \dot{\theta}] \quad (8)$$

$e = \hat{\theta} - \theta$ 为误差矢量。 M^{-1} 是惯性矩阵 M 的逆。显然, 如果我们选择:

$$F_1 = M, \quad F_2 = G - M \Lambda_0, \quad F_3 = N - M \Lambda_1$$

则式(8)右边为零。于是得到控制 $u(t)$ 如下:

$$\begin{aligned} u(t) &= M \gamma + [G - M \Lambda_0] \theta + [N - M \Lambda_1] \dot{\theta} \\ &= M [\ddot{\theta} + \Lambda_1 (\dot{\theta} - \dot{\theta}) + \Lambda_0 (\hat{\theta} - \theta)] + N \dot{\theta} + G \theta \end{aligned} \quad (9)$$

上式就是计算力矩控制器中的控制力矩矢量。

4 自适应控制

为了使式(8)的误差矢量 e 趋近于零 (平衡点), 在有估计误差时, 我们使用基于李雅普诺夫直接法的自适应模型跟随控制。首先把式(8)变化成状态空间形式:

$$\dot{z}(t) = A_m z(t) + B \psi(t) w(t) \quad (10)$$

其中:

$$\begin{aligned} z &= \begin{bmatrix} e \\ \dot{e} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix} \\ \psi(t) &= [\psi_1 \quad \psi_2 \quad \psi_3] = [M - F_1 \quad (G - M \Lambda_0) - F_2 \quad (N - M \Lambda_1) - F_3] \\ w(t) &= \begin{bmatrix} \gamma \\ e \\ \dot{e} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

是一个 $3n$ 维矢量。对于上述系统, 存在如下定理。

定理 1 如果 $\|M\|$ 和 $\|M^{-1}\|$ 有界, 且参数矩阵 ψ_i 满足矩阵微分方程(11), 则与式(10)有关的误差系统渐近稳定。

$$\dot{\psi}_i(t) = -(\beta_i / 2) \psi_i(t) - \Gamma_i J P z(t) W_i^T(t); \quad i = 1, 2, 3 \quad (11)$$

其中: $n \times n$ 维矩阵 Γ_i 给定为:

$$M^{-1} \Gamma_i^{-1} = \left[M^{-1} \Gamma_i^{-1} \right]^T > 0; \quad J = [0 \quad I_n]; \quad P = P^T > 0$$

P 为下列李雅普诺夫矩阵方程的解:

$$A_m^T P + P^T A_m = -Q$$

Q 为一给定的正定、对称矩阵。 β_i 是一个满足下列不等式的标量:

$$\sum_{j=1}^3 \beta_i \left[(\psi_i^j)^T M^{-1} \Gamma_i^{-1} \psi_i^j \right] \geq \sum_{j=1}^3 (\psi_i^j)^T M^{-1} M^{-1} \Gamma_i^{-1} \psi_i^j$$

$i = 1, 2, 3$; ψ_i^j 为矩阵 ψ_i 的第 j 列。

定理 1 的证明: 首先设定一个李雅普诺夫函数^[3, 5]:

$$V(z, t) = Z^T P Z + \text{tr} \sum_{i=1}^3 \psi_i^T M^{-1} \Gamma_i^{-1} \psi_i \quad (12)$$

tr 表示矩阵的迹运算, 对上式按给定轨线 (式(10)所决定) 求导:

$$\dot{V}(z, t) = -Z^T Q Z + \sigma + \mu \quad (13)$$

其中:

$$\sigma = 2 \text{tr} \sum_{i=1}^3 \left[\psi_i^T M^{-1} J P Z w_i^j + \psi_i^T M^{-1} \Gamma_i^{-1} \psi_i \right]$$

$$\mu = \text{tr} \sum_{i=1}^3 \left[\psi_i^T M^{-1} \Gamma_i^{-1} \psi_i \right]$$

注意到:

$$\mu_i = \text{tr} \left[\psi_i^T M^{-1} \Gamma_i^{-1} \psi_i \right] \quad (14)$$

于是导出

$$\mu = \sum_{i=1}^3 \mu_i$$

由 ψ_i^j 表示为矩阵 ψ_i 的第 j 列,那么式(14)可改写为:

$$\mu_i = \sum_{j=1}^n (\psi_i^j)^T M^{-1} M M^{-1} \Gamma_i^{-1} \psi_i^j$$

因为 $\|M\|$ 和 $\|M^{-1}\|$ 皆有界,并且 $M^{-1} \Gamma_i^{-1}$ 为正定,我们总能找到一个常数 $\beta_i > 0$,使:

$$\mu_i = \sum_{j=1}^n \beta_i \left[(\psi_i^j)^T M^{-1} \Gamma_i^{-1} \psi_i^j \right] \geq \sum_{j=1}^n (\psi_i^j)^T M^{-1} M M^{-1} \Gamma_i^{-1} \psi_i^j = \mu_i \quad (15)$$

根据式(15),我们有:

$$\mu = \sum_{i=1}^3 \mu_i \geq \mu \text{和} \sigma + \mu \geq \sigma + \mu$$

让 $\sigma + \mu$ 为零,即

$$\sigma + \mu = 2 \text{tr} \sum_{i=1}^3 \left[\psi_i^T M^{-1} \{ J P Z w_i^T + \Gamma_i^{-1} \psi_i + \beta_i (\Gamma_i^{-1} \psi_i) / 2 \} \right] = 0$$

这样就导致

$$V(z, t) = -Z^T Q Z \leq 0$$

于是定理就得到了证明。

5 算法的计算机实现

式(1)可分解成一系列标量的一阶微分方程。

$$\dot{\psi}_i^{j,k} = -(\beta_i / 2) \psi_i^{j,k}(t) - \left[\sum_{m=1}^n \sum_{l=1}^{2n} \gamma_j^{k,m} P^{n+m,l} Z^l(t) \right] w_i^k(t); \quad i=1, 2, 3 \quad (16)$$

其中: $\psi_i^{j,k}$, $\gamma_j^{k,m}$, $P_i^{k,m}$ 分别为 ψ_i , Γ_i^{-1} 和 P 的 $j-k$ 元素。 $j, k, m=1, 2, \dots, n$; $l=1, 2, \dots, 2n$ 。通常式(16)可用数学方法求解,但这种方法需要大量的计算时间。为了使算法更加可行,我们把式(16)变成离散时间形式。

设

$$\eta_i^{j,k}(t) = \sum_{m=1}^n \sum_{l=1}^{2n} \gamma_j^{k,m} P^{n+m,l} z^l(t)$$

那么式(16)就变成:

$$\dot{\psi}_i^{j,k}(t) = -(\beta_i / 2) \psi_i^{j,k}(t) - b_i^{j,k} \eta_i^{j,k}(t) \quad (17)$$

$b_i^{j,k} = 1$, 对于一阶时不变方程, 求出解为:

$$\begin{aligned} \psi_i^{j,k}(KT+T) &= \exp(-\beta_i T / 2) \psi_i^{j,k}(KT) - \int_0^T \exp(-\beta_i \sigma / 2) d\sigma b_i^{j,k} \eta_i^{j,k}(KT) = \phi_i \psi_i^{j,k}(KT) \\ &\quad - \xi_i^{j,k} \eta_i^{j,k}(KT) \end{aligned} \quad (18)$$

其中 $\phi_i = \exp(-\beta_i T / 2)$; $\xi_i^{j,k} = \int_0^T \exp(-\beta_i \sigma / 2) d\sigma b_i^{j,k}$; $T > 0$ 是采样周期, 式(18)可写为离散形式:

$$\psi_i^{j,k}(KT+T) = \phi_i \psi_i^{j,k}(0) - \sum_{j=0}^{k-1} \phi_i^{k-j-1} \xi_i^{j,k} \eta_i^{j,k}(jT) \quad (19)$$

选择 Γ_i^{-1} 和 P 为对角、正定矩阵, 则式(11)变为:

$$\dot{\psi}_i^{j,k}(t) = -(\beta_i / 2) \psi_i^{j,k}(t) - \gamma_j^{k,n+j} z^{n+j}(t) w_i^k(t) \quad (20)$$

相应于式(15), 参数 $b_i^{j,k}$ 和 $\eta_i^{j,k}$ 具有如下形式:

$$\eta_i^{j,k}(t) = z^{n+j}(t) w_i^k(t)$$

$$h_i^{k,k} = \gamma_i^{k,k} P^{n+k-k+1}$$

6 计算机模拟仿真

我们考虑两自由度的平面关节机器人操作器, 它的动力学模型如下:

$$\begin{cases} u_1(t) = M_{11}(\theta)\ddot{\theta}_1 + M_{12}(\theta)\ddot{\theta}_2 + N_{11}(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta}_1 + N_{12}(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta}_2 \\ u_2(t) = M_{21}(\theta)\ddot{\theta}_1 + M_{22}(\theta)\ddot{\theta}_2 + N_{21}(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta}_1 + N_{22}(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta}_2 \end{cases} \quad (21)$$

由于两个关节都是平面运动, 因此重力矩阵 $G(\theta)$ 为零。式(21)中的系数为:

$$M_{11}(\theta) = a_1 + a_2 \cos\theta_2; \quad M_{12}(\theta) = M_{21}(\theta) = a_3 + (a_2/2)\cos\theta_2; \quad M_{22}(\theta) = a_3$$

$$N_{11}(\theta, \dot{\theta}) = -2a_4\dot{\theta}_2; \quad N_{12}(\theta, \dot{\theta}) = -a_4\dot{\theta}_2; \quad N_{21}(\theta, \dot{\theta}) = -N_{12}(\theta, \dot{\theta}); \quad N_{22}(\theta, \dot{\theta}) = 0$$

参数 a_1, \dots, a_4 与机械的杆件及质量有关。

在计算机模拟中, 机器人操作器跟踪的期望轨线设定如下:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_1(t) &= 90^\circ [3\exp(-t/0.3) - 4\exp(-t/0.4)] \\ \hat{\theta}_2(t) &= 90^\circ [1 + 3\exp(-t/0.3) - 4\exp(-t/0.3)] \end{aligned}$$

参数矩阵作如下选择:

$$\Lambda_0 = \Lambda_1 = 5I$$

正定、对称矩阵 Q 选择为

$$Q = \begin{bmatrix} 4000I & 0 \\ 0 & 2000I \end{bmatrix}$$

惯性矩阵 M^{-1} 设定为常数矩阵

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} 8.824 & 7.712 \\ 7.712 & 21.691 \end{bmatrix}$$

设定 $M^{-1}\Gamma_i^{-1} = [M^{-1}\Gamma_i^{-1}]^T > 2000I, i=1, 2, 3$; 于是有:

$$\Gamma_i^{-1} = \begin{bmatrix} 0.0442 & 0.038605 \\ 0.038605 & 0.108455 \end{bmatrix}$$

采样周期 $T = 0.001$ 秒, $\beta_i = 0.1$ 。

图(1)和图(2)显示出很好的跟踪特性。注意到计算机仿真是在初始条件 $\theta_j(\sigma) = \theta_j(0) = 0; j=1, 2$ 的情况下进行的; 控制器的初始参数也设定为零, 即 $\psi_i(0) = 0; i=1, 2, 3$ 。但与古典的计算力矩相比, 条件是松弛多了。

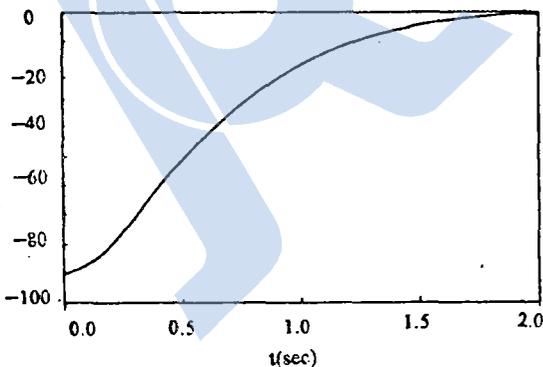


图1 $\theta_1(t)$ 的跟踪曲线

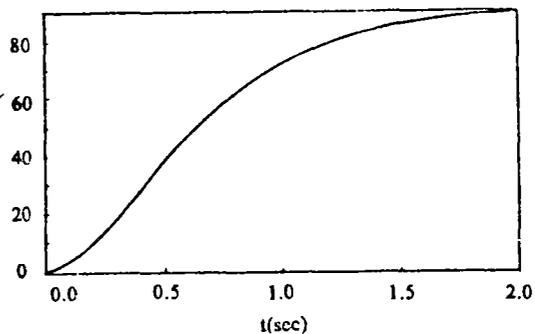
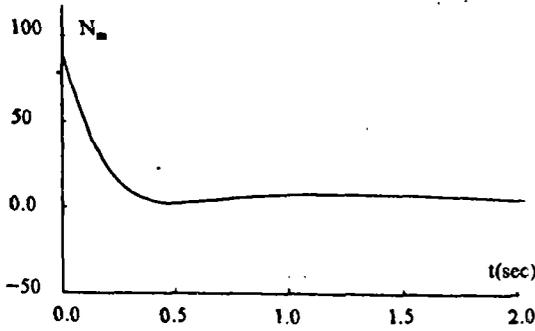
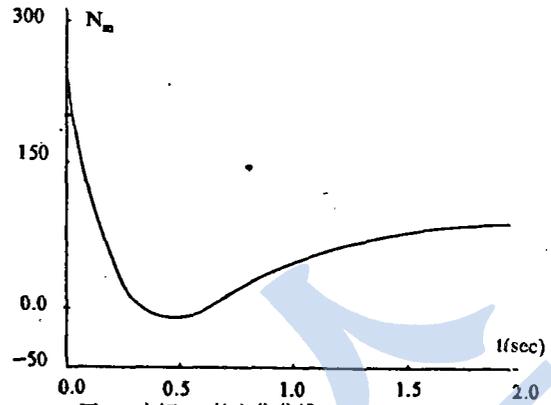


图2 $\theta_2(t)$ 的跟踪曲线

实际上, 开始时的控制器参数是系统的很坏估计值。但它很快就达到了实际系统的精确值。图(3)和图(4)为机器人操作器从出发点 $(-90^\circ, 0)$ 运动到终点 $(0, 90^\circ)$ 所施加的力矩。其实, 收敛能通过适当选择初始估计值而加快, 即不一定选择 $\psi_i = 0$ 。

图 3 力矩 T_1 的变化曲线图 4 力矩 T_2 的变化曲线

7 结束语

本文提出了一种新的自适应模型跟随控制方法。这种控制方法加权参数估计来处理机器人时变系统。尽管此法是为机器人控制所设计，它还适用于其他时变系统。

参 考 文 献

- 1 Paul R P. Robot manipulators—mathematics, programming and control. MIT Press, Cambridge, MA, 1981
- 2 Markiewicz B R. Analysis of the computed-torque drive method and computer-controlled manipulator. Technology Memo, 33-601, Jet Propulsion Lab, Pasadena, CA, 1973
- 3 Lim K Y, Eslami M. Adaptive controller designs for robot manipulator systems using Lyapunov Direct Method. IEEE TRANS Auto Contr, 1985; AC-30(12)
- 4 Balestrino A, De Maria G, Sciavicco L. An adaptive model following control for robot manipulators. ASME Trans J Dynamic Systems Measurements and Control, 1982: 95-100
- 5 Nicosia S, Tomei P. Model reference adaptive control algorithm for industrial robots. Automatica, 1984; 20(5): 635-644
- 6 Lee G S C, Chung M J. An adaptive control strategy for computed based manipulators. Proceedings of the 21st Conference on Decision and Control, 1982: 95-100

ROBOT ADAPTIVE CONTROL—— COMPUTED TORQUE METHOD

LIU Deman LIU Zangfu

(Northeast Institute of Technology, Shenyang)

Abstract

Based on the theory of Lyapunov's direct method, this paper proposes a new adaptive robot manipulator control method. This method takes account of the errors between real parameters of the manipulators and estimated values of them which are ignored in conventional computed-torque approach. Moreover fast changes in system parameters, when the robot moves at a high speed, are also considered in deriving the law. The method proposed assures the asymptotic stability of the closed-loop system of the manipulator. The control law can be used directly without prior knowledge of system parameters or as a compensator for the classical computed-torque scheme. This paper also presents simulations to illustrate the approach.

Keywords: robot, adaptive control, computed-torque approach.