

关于机器人的分散控制

伍乃骥 李人厚 胡保生

(西安交通大学系统工程研究所)

摘要 本文考虑在局部状态反馈下机器人的分散控制问题,并从机器人数学模型的结构特点出发,从结构上证明了机器人的分散可镇定性,在此基础上我们建议了一些可行的设计方法,并给出了设计例子。

关键词: 机器人分散控制, 机器人稳定性, 控制器设计。

1 引言

对机器人的研究现已成为世界范围内引人注目的领域。由于机器人的数学模型的高度非线性和高速高精度等要求,对其进行有效的控制是对我们的一个挑战。

尽管机器人不具有地理上分布的特点,但由于它要求高速度,集中控制不能满足高速地进行在线处理的要求,由于机器人的每一个关节都自然地形成了一个子系统,以及分散控制可靠性高的特点,采用分散控制是十分自然的。正如 Putz 和 Finsterwalder⁽¹⁾所指出的那样,目前市场上能买到的机器人部采用了分散控制。因此,我们认为根据机器人的特殊性研究其分散控制,解决在机器人分散控制中提出的一些特殊的问题是非常有意义的。

目前,机器人的分散控制大多采用由 Siljak 建立的连结稳定性的设计方法⁽²⁾。这方面的研究主要以 Vukobratovic 和 Stokic 为代表⁽³⁻⁸⁾。最近 Gavel 和 Hsia 又以 Siljak 的连结稳定性的理论为基础推导出分散的自适应控制⁽¹⁰⁾。我们认为用这种方法不是总行得通的。因为它要求加上反馈后,系统的关联相对于各子系统的稳定度要有更多的削弱。这样才有可能满足其判稳条件。但在许多情况下,由于其控制输入矩阵不是分块对角的,因此在用高增益反馈增大各子系统的稳定度的同时,将以同样的数量级增大其子系统之间的关联,以至于它们之间的相对关系几乎不变。有些情况下,虽能满足判稳条件,但可能使设计过于保守。在另一些情况下往往需要引入全局信息,由于其他关节对某一关节的影响在该关节的作用力上反映出来,故要用传感器或通过某些方法计算才能得到全局信息^(3,5)。但力传感器比较昂贵,可改用估计该关节的加速度来推算力,以实现力反馈⁽¹¹⁾。

Ozguner 和 Hemami⁽¹²⁾在讨论物理系统的分散控制时曾涉及到机器人的分散控制。但他们是根据 Anderson 和 Clements 的结果⁽¹³⁾,用分散固定模的概念去判断其输出反馈的可镇定性。但输出反馈会使得控制器很复杂,且没有较好的设计方法。由于机器人的每一个关节只有两个状态变量:位置和速度,而且测量速度是比较容易的,一般来说每个关节都安装有测速器。所以在机器人的控制中都用状态反馈^(1,5),但在这方面至今没有给出可镇定的条件。

本文用[14]中所得到的判断局部状态反馈的可镇定性条件,分别不同的情况,从描述机器人的动态的数学模型的结构特点出发分析了机器人的分散可镇定性。这对设计机器人的分散控制器有很大的指导意义。

2 预备知识

下面的一些结论引自作者文[14]的结果。

用 X 表示一个有限维线性空间, $d(X)$ 表示空间 X 的维数。 $B = \text{Im} B$ 为 B 的值域, $\langle A|B \rangle = B + AB + \dots + A^{n-1}B$ 为 (A, B) 的可控子空间。 $B_i = \text{Im} B_i$, $R_i = \langle A_i|B_i \rangle$ 。其中 $A_i = A + BF$, $F \in F$ 为分散状态反馈阵,它不一定是块对角的。 $N \triangleq \{1, 2, \dots, m\}$ 为控制站的集合。

考察下面的关联系统:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_i &= A_i x_i + \sum_{j=1}^m A_{ij} x_j + B_i U_i \\ y_i &= C_i x_i \end{aligned} \right\} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (1)$$

其中系统为联合可控可观的, 且 (A_i, B_i, C_i) 分别为可控可观. 我们可将其写成紧凑形式

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中 B 和 C 均为块对角的. 我们令 $F \in \mathbb{F}$ 为块对角阵, X_i 为第 i 个去耦子系统的状态子空间, 则我们有:

引理 1 如果对任意的 $i \in N$ 有 $R_i \cap X_i = X_i$, 则系统(2)一定可在 $F \in \mathbb{F}$ 的状态反馈下镇定.

如果我们令

$$H = \begin{bmatrix} 0 & A_{12} & \dots & A_{1m} \\ A_{21} & 0 & \dots & \dots \\ \vdots & \dots & \dots & \dots \\ A_{m1} & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

表示(2)中系统矩阵 A 的非对角块部分, 那么我们有:

引理 2 如果 H 具有 $H=BK$ 的特殊关联结构, 则系统(2)一定可在 $F \in \mathbb{F}$ 的状态反馈下镇定. 其中 K 为合适的矩阵.

现在我们来考察下面的一般系统

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= Ax + \sum_{i=1}^m B_i u_i = Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

这里我们不要求 B 具有块对角形式, 唯一的假设是系统为联合可控的, 否则即使全状态反馈也不一定镇定. 由于 B 不具有分块对角的结构, 所以我们也不要要求 $F \in \mathbb{F}$ 具有块对角结构. 但我们假设在 $F \in \mathbb{F}$ 中的每列中只能对应于某一个控制站具有非零增益, 并且每列都具有对应于某一个控制站的非零反馈增益. 我们用 e_i 表示一个列向量, 它只在第 i 个分量上为 1, 其余元素为 0. 由此我们可定义各个控制站的状态子空间. 如果在反馈阵 $F \in \mathbb{F}$ 中, 第 j 列具有相对于控制站 i 的反馈元素, 那么 e_i 就是状态子空间 X_i 的一个基, 即 X_i 为所有的这样的 e_i 所张成. 例如 $F = \begin{bmatrix} * & 0 & 0 & * \\ 0 & * & * & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{F}$, 则

$X_1 = \{e_1, e_4\}$, 而 $X_2 = \{e_2, e_3\}$. 由此我们有下列结论.

引理 3 如果对任意的控制站 $i \in N$, 在反馈 $F \in \mathbb{F}$ 下有 $R_i \cap X_i = X_i$, 则系统(4)一定能在 $F \in \mathbb{F}$ 的状态反馈下镇定.

这几条引理是我们下面用来分析机器人的分散可镇定性的工具.

3 机器人系统的数学描述

讨论机器人的数学模型之前先给出下面二个假设. (1)我们讨论的机器人是刚性的而不是柔性的; (2)系统的输入为点输入, 且每一个关节都有各自的驱动马达. 第一个假设是合理的, 因为目前绝大多数机器人是刚性的, 虽然现在人们开始研究柔性机器人, 但我们这里不考虑它; 第二个假设是现实的, 如果不是每一个关节都具有驱动马达就谈不上分散控制.

Vukobratovic 和 Stokic 在[5]中指出, 对于机器人的轨迹控制, 首先要综合其标称轨迹, 求出其标称控制 u^* , 然后可在这一标称轨迹和标称控制下实现闭环优动控制. 此时可在标称轨迹上将运动方程线性化. 这里我们只考虑其优动控制. 用 q_i 表示第 i 个关节的位置(角度或位移), $q = (q_1, \dots, q_n)$ 为位置向量, 则其运动可由下面的线性化微分方程描述.

$$M\ddot{q} = D^0\dot{q} + P^0q + R^0u \quad (5)$$

设系统具有 n 个关节, 则 M 为惯性系数矩阵, 它是一个 $n \times n$ 的对称正定矩阵; P^0 为 $n \times n$ 的系统刚性系数阵; D^0 为 $n \times n$ 的阻尼系数阵; R^0 为 $n \times n$ 的控制输入阵, 由第二个假设它是一个对角矩阵, 且有 $R_{ii}^0 \neq 0, i=1, 2, \dots, n$, 由于 M 的对称正定性, 那么 M^{-1} 存在, (5)式两边左乘 M^{-1} 得

$$\ddot{q} = D\dot{q} + Pq + Ru \quad (6)$$

其中 $D = M^{-1}D^0, P = M^{-1}P^0, R = M^{-1}R^0$. 由于 M 的对称正定性, 则 M^{-1} 也为对称正定, 根据 R^0 是对角矩阵和 $R_{ii}^0 \neq 0$ 的特点, R 为非奇异, 且有 $R_{ii}^0 \neq 0, i=1, 2, \dots, n$.

令 $x = (q_1, q_2, \dots, q_n, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n)'$, 为系统的 $2n$ 维状态向量, 则可将(6)式的微分方程写成状态方程的形式.

$$\dot{x} = \bar{A}x + \bar{B}u \quad (7)$$

其中

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ P & D \end{bmatrix}; \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ R \end{bmatrix}$$

引理 4 机器人的线性化动态方程(7)是完全能控的.

证明: 根据线性系统理论[15], 检验系统(7)的可控性只要检验下列矩阵的秩就行了.

$$G = \begin{bmatrix} \lambda I & -I & 0 \\ -P & \lambda I - D & R \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中 $\lambda \in \mathbb{C}$ 为任意的复数. 由于 R 的非奇异性, 对于 $\lambda \in \mathbb{C}$, 我们有 $\text{rank} \begin{bmatrix} -I & 0 \\ \lambda I - D & R \end{bmatrix} = 2n$, 则 $\text{rank}(G) = 2n$, 由此可得引理的结论.

引理 4 说明机器人系统是联合可控的, 且和矩阵 A 的参数无关. 前面我们已指出, 系统的联合可控性是系统能分散控制的先决条件, 这样引理为我们后面讨论分散可镇定性奠定了基础.

4 分散可镇定性

目前, 一般的机器人只有六个自由度, 即有六个关节, 而从轨迹控制而言, 一般只要考虑前三个自由度就行了. 所以下面我们就就三个自由度的情况进行讨论, 并且讨论是结构性的, 它可以推广到任意多个自由度的情形, 而不影响结论的成立.

在三个自由度的情形下, (6)式中的矩阵 P, D, R 均为 3×3 的矩阵, 令 $x = (q_1, \dot{q}_1, q_2, \dot{q}_2, q_3, \dot{q}_3)'$, 则只要对(7)式作简单的排列运算即可写成下面的状态方程.

$$\dot{x} = Ax + bu \quad (9)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{65} & a_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix}$$

式中右边的 A_{ij} 分别对应于左边的分块.

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ b_{11} & b_{21} & b_{31} \\ 0 & 0 & 0 \\ b_{12} & b_{22} & b_{32} \\ 0 & 0 & 0 \\ b_{13} & b_{23} & b_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{21} & B_{31} \\ B_{12} & B_{22} & B_{32} \\ B_{13} & B_{23} & B_{33} \end{bmatrix} = (B_1 B_2 B_3)$$

同样式中的 B_{ij} 对应于左边的分块, 其中 b_{11} , b_{22} 和 b_{33} 恒不为 0, 下面我们分两种情形进行讨论。

情形 I

设 B 阵中除 b_{11}, b_{22} 和 b_{33} 外其余元素全为零, 也就是说 B 为块对角的, $B = \text{block diag}(B_{11}, B_{22}, B_{33})$ 。我们将 A 写成 $A = A_d + H$, 而 $A_d = \text{block diag}(A_{11}, A_{22}, A_{33})$

$$H = \begin{bmatrix} 0 & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & 0 & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & 0 \end{bmatrix}$$

则 $A_{12} = B_{11}K_{12} = B_{11}(K_{12}^1 \quad K_{12}^2)$, $A_{13} = B_{11}K_{13}$, 其余类推, 即有

$$H = BK = B \cdot \begin{bmatrix} 0 & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & 0 & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & 0 \end{bmatrix}$$

K 为合适维数的矩阵。在此情形下我们令 $F \in \mathbb{F}$ 为块对角形式, 即

$$F = \begin{bmatrix} * & * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & * & * & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & * & * \end{bmatrix} \quad (10)$$

其中 "*" 表示非零元素。由引理 2 立即有下列结果。

定理 1 如果系统(9)中的控制输入阵 B 具有分块对角的形式, 则系统(9)一定能在(10)的状态反馈下镇定。

这种情形是机器人控制中的简单的情形, 具有这种形式的系统易于进行分析和设计。现在我们来一般的情形。

情形 II

当机器人系统中各关节之间耦合较强时, 它们之间不仅通过 A 阵中的非对角块部分耦合, 也通过 B 阵中的非对角块部分进行耦合, 此时 B 阵不具有块对角的形式。但我们看到 (A_{11}, B_{11}) , (A_{22}, B_{22}) 和 (A_{33}, B_{33}) 分别为可控的, 它们分别对应于各个关节在相互没有耦合的情况下的独立的子系统。由于这个原因我们仍要求系统具有(10)式的分散反馈结构, 此时 $X_1 = \{e_1, e_2\}$, $X_2 = \{e_3, e_4\}$, $X_3 = \{e_5, e_6\}$ 。令 $A_F = A + BF$, 很显然, A_F 仍具有 A 的结构, 我们重写如下:

$$A_F = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{a}_{21} & \bar{a}_{22} & \bar{a}_{23} & \bar{a}_{24} & \bar{a}_{25} & \bar{a}_{26} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \bar{a}_{41} & \bar{a}_{42} & \bar{a}_{43} & \bar{a}_{44} & \bar{a}_{45} & \bar{a}_{46} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{a}_{61} & \bar{a}_{62} & \bar{a}_{63} & \bar{a}_{64} & \bar{a}_{65} & \bar{a}_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} & \bar{A}_{13} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} & \bar{A}_{23} \\ \bar{A}_{31} & \bar{A}_{32} & \bar{A}_{33} \end{bmatrix} \quad (11)$$

令

$$A_p = \bar{A}_p + \bar{H} \quad (12)$$

其中

$$\bar{A}_p = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & 0 & 0 \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} & \bar{A}_{23} \\ \bar{A}_{31} & \bar{A}_{32} & \bar{A}_{33} \end{bmatrix} \quad \bar{H} = \begin{bmatrix} 0 & \bar{A}_{12} & \bar{A}_{13} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

很显然, 由 \bar{H} 的 B_1 的结构, 存在一个合适的矩阵 K , 使得

$$\bar{H} = \begin{bmatrix} B_{11} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} K$$

于是:

$$\begin{aligned} A_p &= \bar{A}_p + \bar{H} = \bar{A}_p + \begin{bmatrix} B_{11} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} K = \bar{A}_p + [B_1 - \begin{bmatrix} 0 \\ B_{12} \\ B_{13} \end{bmatrix}] K \\ &= \bar{A}_p + B_1 K - \bar{B}_1 K \\ &= (\bar{A}_p - \bar{B}_1 K) + B_1 K = \bar{A}_p + B_1 K \end{aligned} \quad (13)$$

此时 \bar{A}_p 的形式为

$$\bar{A}_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{a}_{21} & \bar{a}_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \bar{a}_{41} & \bar{a}_{42} & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{a}_{61} & \bar{a}_{62} & * & * & * & * \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & 0 \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{bmatrix} \quad (14)$$

是一个块状下三角阵, 这点由

$$\bar{B}_1 = (0 \ 0 \ 0 \ b_{12} \ 0 \ b_{13})$$

可看出, 于是有

$$R_1 = \langle A_p | B_1 \rangle = \langle \bar{A}_p | B_1 \rangle \quad (15)$$

注意到 (A_{11}, B_1) 的可控性和 \bar{A}_p 的特殊结构, R 的非奇异性. 由(15)式有

$$\begin{aligned} R_1 &= \langle \bar{A}_p | B_1 \rangle \supset \langle A_{11} | B_{11} \rangle \\ &= \langle A_{11} | B_{11} \rangle = X_1 \end{aligned} \quad (16)$$

用完全同样的方法可推得 $R_2 \supset X_2, R_3 \supset X_3$. 这样由引理 3 立即可得下列结论.

定理 2 由(9)式描述的机器人系统在 B 阵不是分块对角的情形下, 仍能用反馈结构为(10)的局部状态反馈镇定.

其实定理 2 包含了定理 1, 我们之所以要分开进行讨论, 是因为控制器设计时它们所遇到的困难不同, 这样便于区别对待. 综上所述, 我们知在满足第三节中的假设条件下, 机器人系统总能由局部状态反馈镇定. 我们将这一结论总结于下面的定理.

定理 3 对于刚性机器人, 如果每一个关节都有各自的驱动马达, 则它一定可用具有(10)的反馈结构的局部状态反馈镇定.

这结论对于理解机器人的分散控制的特点和设计分散控制器均具有指导性的意义。

5 控制器设计

有了上述的可镇定性的结论,可以考虑机器人的分散控制器的设计问题。对于第一种情形,它是一种典型的关联系统,具有特殊的关联结构。这种系统我们在[16]中已证明其分散控制器的设计可以在子系统级上进行。当然也可用连结稳定性方法去设计,但用文[16]中的方法进行设计,保守性要小,再由于子系统均为2阶,设计更简单。

对于第二种情形,如果 B 阵中的非对角块元素相对于对角块元素来说要小得多,则仍可按[16]中的方法设计。如果情况不是这样,还是要从整体上来考虑设计,否则不仅不易成功,即使成功也会过于保守而使结果不太理想。比如我们可以用二次目标函数的优化设计方法来求解。要指出的是,这种情况下用连结稳定性方法设计成功的可能性较小,因为高增益反馈的结果并没有使子系统间的关联削弱。

现在我们来考虑一个设计的例子,它取自于[5]。它具有六个自由度,前三个自由度均为转动自由度,相互之间的耦合很强,其控制是比较困难的。它在标称轨迹下的线性化状态方程是:

$$\dot{\bar{x}} = \bar{A}\bar{x} + \bar{B}u \quad (17)$$

其中

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 6.58 & 119.7 & 50 & -79.5 & -77.3 & 190.8 \\ 41.3 & 96 & 3.7 & -28.9 & -82.1 & 28.1 \\ 27.9 & -298 & -116.2 & 149.4 & 174.5 & -580.8 \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2.63 & 1.1 & -3.3 \\ 0.64 & 1.34 & -0.68 \\ -5.47 & -2.4 & 10 \end{bmatrix}$$

我们将(17)的方程重新排列成(9)式那样的方程如下:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6.58 & -79.5 & 119.7 & -77.3 & 50 & 190.8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 41.3 & -28.9 & 96 & -82.1 & 3.7 & 28.1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 27.9 & 149.4 & -198 & 174.5 & -116.2 & 580.8 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2.63 & 1.1 & -3.3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.64 & 1.34 & -0.68 \\ 0 & 0 & 0 \\ -5.47 & -2.4 & 10 \end{bmatrix} u \quad (18)$$

这一系统很难用连结稳定性的方法设计出分散控制器,我们从整体的考虑出发求得一稳定的控制器为:

$$F = \begin{bmatrix} 200 & 8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 300 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 250 & 3 \end{bmatrix} \quad (19)$$

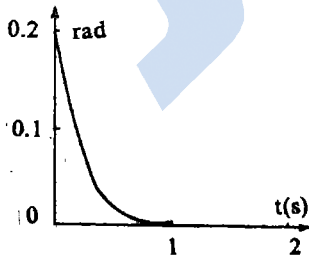


图1 q_1 的响应曲线

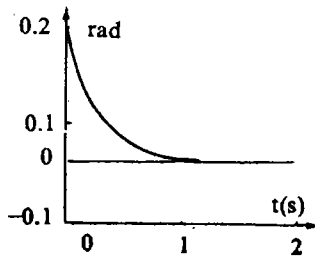


图2 q_2 的响应曲线

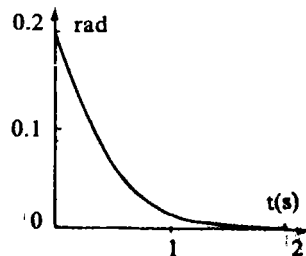


图3 q_3 的响应曲线

图 1~3 中描绘了系统在(19)的控制器下的动态响应曲线, 由此可看出稳定性的要求得到满足, 并能令人满意。这证实了我们上一节关于可镇定性的结果。此外, 我们还可让 $Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, $R = I$ 的性能指标下设计出优化控制器为:

$$F = \begin{bmatrix} 102.241 & 29.695 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 132.873 & 8.787 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 68.615 & 60.860 \end{bmatrix} \quad (20)$$

在[5]中由模型(17)设计了集中控制器

$$F = \begin{bmatrix} 1147 & 75 & 148 & 45 & -10 & 14 \\ 285 & 1956 & 268 & -10 & 30 & -1.5 \\ 201 & -110 & 1873 & 21 & 0.5 & 10 \end{bmatrix} \quad (21)$$

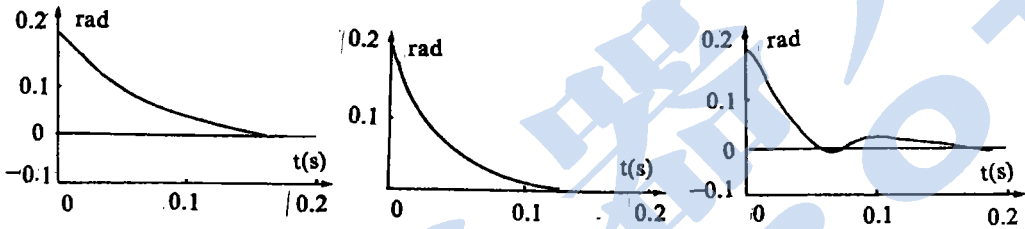


图 4 在集中控制下的响应曲线

图 4 中给出了在集中控制器(21)下的动态响应曲线, 和(19)的控制器响应相比它的过渡过程虽要快许多, 但它的反馈增益也要高很多。而(19)的控制器容易实现, 可靠性高, 其动态特性也能满足应用要求。

值得指出的是, 由于机器人的动态方程在三个关节下只有 6 阶, 因此我们从整体上考虑设计分散控制器不会带来多大困难。

6 鲁棒分散控制器

由于机器人动态模型的高度右线性和它的大范围运动, 因此仅仅按其线性化模型设计还是不够的, 还必须考虑鲁棒性。对于第一种情形, 本文作者在文[6]中导出其设计方法的同时, 给出了鲁棒分散控制器的设计方法。现在我们只考虑第二种情形。

我们将系统写成下列的摄动模型

$$\dot{x} = (A + \bar{H})x + Bu \quad (22)$$

这里 A, B 和(9)中的 A, B 具有同样的结构, \bar{H} 为不确定部分, 但知道其范数的上界, 由于结构特点, \bar{H} 是奇数行的元素全为 0, 只有偶数行的元素才不为 0, 它是(6)式中的 D 和 P 的变化引起的。我们将(6)式写成摄动模型为

$$\ddot{q} = (D + \bar{D})\dot{q} + (p + \bar{p}) + Ru \quad (23)$$

将(16)式写成状态方程的形式有

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ p & D \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \bar{p} & \bar{D} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ R \end{bmatrix} u \quad (24)$$

但由于 R 的非奇异性, 则存在一个矩阵 \bar{T} , 使得 $R\bar{T} + (\bar{P}\bar{D})$, 这意味着存在一个合适的矩阵 \bar{K} , 使得(22)中的 \bar{H} 具有下面的形式:

$$\bar{H} = B\bar{K} \quad (25)$$

现在我们要求按(9)式设计出具有(10)的反馈结构的分散控制器 $F \in F$, 使得闭环系统

$$\dot{x} = (A + \bar{H} - BF)x \quad (26)$$

在取 \bar{H} 取其范围内的任意值时为稳定, 取下列二次性能指标

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x' Q x + u' R u) dt \quad (27)$$

其中 $Q > 0, R > 0$ 为块对角的. 建议用迭代方法⁽¹⁷⁾求解下列 Riccati 方程:

$$PA + A'P - PBR^{-1}B'P + Q + L'RL = 0 \quad (28)$$

其中 $F+L=R^{-1}B'P$, $F \in F$ 是具有(10)的结构块阵, L 为求解 Riccati 方程而得的反馈阵的非对角块部分, 这样迭代直到 $L=0$, 那么此时有

$$PA + A'P - PAB^{-1}B'P + Q = 0 \quad (29)$$

令 $V(x) = x'Px$ 为系统(26)的 Lyapunov 函数, P 为(28)的迭代解, 它最终满足(29), 则

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= x'(A + \bar{H} - BF)'Px + x'P(A + \bar{H} - BF)x \\ &= x'(A + B\bar{K} - BF)'Px + x'P(A + B\bar{K} - BF)x \\ &= x'[\bar{K}'B'P + PB\bar{K} - Q - PBR^{-1}B'P]x \\ &= x'[\bar{K}'R\bar{K} - Q - (\bar{K} - R^{-1}B'P)'R(\bar{K} - R^{-1}B'P)]x \\ &= x'[\bar{K}'R\bar{K} - Q]x - x'(\bar{K} - R^{-1}B'P)'R(\bar{K} - R^{-1}B'P)x \end{aligned}$$

注意到(30)式中的最后一项恒小于或等于零, 因此要系统为渐近稳定只要保证 $x'(\bar{K}'R\bar{K} - Q)x < 0$ 就行了, 而这只要矩阵 $\bar{G} = \bar{K}'R\bar{K} - Q$ 为负定. 由于 $\|\bar{K}\|$ 的上界已知, 所以我们只要取 $\lambda_{\min}(Q) > \|R\| \|\bar{K}\|^2 \geq \|\bar{K}'R\bar{K}\|$ 就行了. 由此我们可以比较容易地求得鲁棒的分散控制器.

这样, 不论属于那一种情形, 我们都能根据其难易程度, 求出其鲁棒稳定的分散控制器.

一般来说, 由于机器人的运动范围比较大, 因而 \bar{K} 的变化范围比较大, 而在设计时我们又必须取其上界, 这会使设计太保守. 此时可将轨迹分为若干个段, 在每一个段内都求出一个线性化模型, 这样由于在每一段内其运动范围相对要小, \bar{K} 的变化也就比较小, 就可以设计出比较合适的鲁棒的分散控制器, 运动时只要一段一段将控制器进行切换就行了.

7 结束语

本文用文[14]中的局部状态反馈的可镇定性的结论, 根据机器人系统的结构特点分析了其局部状态反馈的可镇定性, 得出了一些有用的结论. 这对认识机器人的分散控制的特性和分散控制器的设计都具有十分重要的意义. 并在此基础上提出了一些关于设计其分散控制器的建议, 同时根据其结构特点, 对两种情形都提出了设计鲁棒稳定的分散控制器的方法. 当然这只是一个尝试, 如何设计出更有效的控制器还要作很多研究工作.

本文所得出的结论不仅仅适应于机器人的分散控制, 由于还有大量的物理系统都具有(6)式那样的数学模型⁽¹²⁾. (在[18], [19]中给出的大型空间结构的数学模型就具有这样的结构), 因此, 我们这里的分析方法和所得的结论也适应于那一大类物理系统.

参考文献

- Putz P, Finsterwalder R. Parameter space design for robust decentralized robot control Proc of IEEE 1987 International conference on Robotics and Automation, 1987: 490-496
- Siljak D D. Large scale systems: stability and structure. New York: North Holland, 1978
- Vukobratovic M, Stokic D. Choice of decoupled control law of large-scale mechanical systems. Large Scale Systems. 1981; 2: 159-170
- Vukobratovic M, Stokic D. Contribution to the decentralized control of large-scale mechanical systems. Automatica, 1980; 16:9-21

- 5 Vukobratovic M, Stokic D. Control of manipulation robots: theory and application. Springer-Verlag, 1982
- 6 Vukobratovic M, Suboptimal synthesis of a robust decentralized control for large-scale mechanical systems. Automatica, 1984; 20:803
- 7 Stokic D. Practical stabilization of robotic systems by decentralized control. Automatica, 1984; 20:353
- 8 Stokic D M, Vukobratovic M K. An algorithm for synthesis of decentralized PID controller for large-scale mechanical systems. Large Scale Systems: Theory and Applications, Preprint of the 4th IFAC/IFORS Symposium, 1986
- 9 Vukobratovic M, Potkonjak V. Dynamics of manipulation robots: theory and application, Springer-Verlag, 1982
- 10 Gavel D T, Hsia T C. Decentralized adaptive control of robot manipulators. Proc. of 1987 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1987: 1230
- 11 Nakao M, Ohnishi K, Miyachi K. A robust decentralized joint control based on interference estimation. ibid. 1987: 326-331
- 12 Ozguner U, Hemami H. Decentralized control of interconnected physical systems. Int. J. Control, 1985; 41: 1445-1459
- 13 Anderson B D O, Clemons D J. Algebraic characterization of fixed modes in decentralized control. Automatica, 1981; 17:703-712
- 14 伍乃骐. 分散控制系统理论和设计方法的研究. 西安交通大学博士学位论文, 1987
- 15 Kailath T, Linear systems. Prentice-Hall, Inc., 1980
- 16 伍乃骐, 李人厚, 胡保生. 用局部状态反馈的分散化镇定. 控制理论与应用, 1988; 5(1): 51-56
- 17 Geromel J C, Peres P L D. Decentralized load-frequency control, IEE Proc. Pt. D 1985; 132: 225-230
- 18 Balas M J. Trends in large space structure control theory: fondest hopes, wildest dreams. IEEE Trans. on AC, 1982; 27: 522-535
- 19 West-Vukovich G S, Davison E J., Hughes P C. The decentralized control of large flexible space structures. IEEE Trans. on AC, 1984; 29: 866-879

ON DECENTRALIZED CONTROL OF ROBOTS

WU Naiqi, LI Renhou, HU Baosheng

(Institute of Systems Engng, Xian Jiaotong Univ)

Abstract

In this paper the decentralized control problem of robots by using local state feedbacks is considered. From the structural properties of the mathematical model of robots we show the possibility of decentralized stabilization of robots structurally, Based on that we propose some effective methods for the design of controllers and an example is given.

Keywords: robot decentralized control, robot stabilization, controller design.