

挠性机器人逆动力学建模

郭吉丰 童忠钊

(浙江大学机械系, 杭州)

摘要 本文首次提出了挠性机器人逆动力学问题的精确数学模型, 并通过对其线性化, 形成线性解耦的由运动约束方程和动力约束方程联立的数学模型, 并就平面 n 连杆手臂建立了逆动力学基本方程式, 最后, 就 3 连杆手臂进行了仿真, 验证了本方法。

关键词: 挠性机器人, 逆动力学建模。

1 引言

机器人技术正向高速度、高精度和自身结构轻量化的方向发展, 由此产生了构件弹性变形的问题, 尤其象航天飞船、航天飞机上的操作器和高速运转的工业操作器, 因构件弹性变形使系统精度和稳定性明显下降^[1], 作为改善位姿误差的一个方法是计及构件弹性变形的前馈补偿控制, 其基础是要求事先知道执行目标位姿所需的驱动力(矩), 即求解逆动力学问题。

目前, 对挠性机器人动力学建模已有不少方案, Mirro^[2]早在 1972 年就对 1 连杆手臂进行了建模, Book^[3]等人对进行平面运动的 2 连杆手臂建模并提倡计及弹性振动的手臂控制, Sunada 和 Dubowsky^[4]采用有限元(FEM)和部件模态综合(CMS)法进行振动解析, 由于挠性机器人动力学模型的复杂性, 表现在动力学方程为非线性、且各构件弹性小变形之间、刚体大位移(关节位移)之间及构件小变形和刚体位移之间耦合, 使得精确的建模一直停留在 1、2 杆手臂模型, 无法延拓至更多杆的情况^[5], Mukobratovic^[6]则假设构件小变形和刚体大位移之间的耦合为弱耦合, 可忽略不计, 因此建模过程较为简单, 马正东等人探讨了轨迹控制时的逆动力学问题^[7]。

2 挠性机器人逆动力学问题的建模

2.1 逆动力学问题的一般模型

机器人为实施反馈控制和计算力矩控制是以逆动力学问题为基础的, 挠性机器人的逆动力学问题跟刚体机器人的情况一致, 是给定手端目标位姿求关节变量和驱动力(矩)的问题, 对于刚体这一问题应分步求解: 1)由给定的目标位姿求出关节变量(运动学逆过程); 2)又由关节变量计算驱动力(矩), 挠性机器人的逆动力学问题与此不同, 作者认为可归纳为求解如下两个约束方程联立的问题。

a) 运动约束方程

手端的位姿关节变量 q 和构件变形 u 共同制约, 所以给定的目标位姿应满足

$$R_n = R(q, u) \quad (1)$$

b) 动力约束方程

关节变量 (q, \dot{q}, \ddot{q}) 和构件变形量 (u, \dot{u}, \ddot{u}) 又受关节驱动力(矩) τ 制约, 应有

$$F(\tau) = f(\dot{q}, \ddot{q}, q; \dot{u}, \ddot{u}, u) \quad (2)$$

由(1)和(2)式联立建立挠性机器人的逆动力学模型, 问题的复杂性不仅在于求解非线性、耦合的联立方程, 而在于建立动力约束方程的困难上. 另外, 该动力约束方程也不适合理论分析.

2 逆动力学模型的线性化

在方程(1)和(2)式中若按刚体假设, 此时为

$$R_n = R(q_0, 0) \quad (3)$$

$$F(\tau_0) = f(\dot{q}_0, \ddot{q}_0, q_0; 0, 0, 0) \quad (4)$$

式中 q_0 、 τ_0 为在刚体假设下执行目标位姿 R_n 的关节变量、驱动力(矩), 使方程(1)、(2)式在 $q = q_0$ 、 $\tau = \tau_0$ 、 $u = 0$ 的附近泰勒级数展开, 并取一阶近似有

$$R_s x = 0 \quad (5)$$

$$M_s \dot{x} + C_s \dot{x} + K_s x = Q_s \quad (6)$$

式中

$$x = \{\Delta q^T, u^T\}^T, \quad \Delta q = q - q_0 \quad (7)$$

$$R_s = \left[\frac{\partial R}{\partial q}, \frac{\partial R}{\partial u} \right]_{u=0, q=q_0} \quad (8)$$

$$M_s = \left[\frac{\partial f}{\partial \dot{q}}, \frac{\partial f}{\partial \dot{u}} \right]_{u=0, q=q_0} \quad (9)$$

$$C_s = \left[\frac{\partial f}{\partial \dot{q}}, \frac{\partial f}{\partial \dot{u}} \right]_{u=0, q=q_0} \quad (10)$$

$$K_s = \left[\frac{\partial f}{\partial q}, \frac{\partial f}{\partial u} \right]_{u=0, q=q_0} \quad (11)$$

$$Q_s = \left. \frac{\partial F(\tau)}{\partial \tau} \right|_{\tau=\tau_0} (\tau - \tau_0) \quad (12)$$

当然, 以上线性化的必要和充分条件是构件的变形服从线弹性条件, 且小变形. 以上(5)和(6)两式中的 R_s 、 M_s 、 K_s 、 C_s 、 Q_s 是 q_0 、 τ_0 的函数, 且 q_0 、 τ_0 都按刚体情况下的逆动力学问题求解得到, 故 R_s 、 M_s 、 C_s 、 K_s 和 Q_s 是已知的量, 因此可从联立方程(5)和(6)式中解得逆动力学的驱动力(矩)和构件的变形量 u , 及各关节变量

$$q = q_0 + \Delta q \quad (13)$$

上述理论适于空间挠性机器人, 下面具体建立平面 n 连杆手臂逆动力学基本方程式.

3 平面 n 连杆手臂的线性化动力学模型⁽⁸⁾

3.1 运动学模型线性化

平面 n 连杆手臂中第 k 连杆的运动位姿如图 1 所示, 连杆上任一点 P 的位置为 R_k^P , 动系 $\sigma_k(o_k x_k y_k)$ 称之为连杆坐标系, 点 P 在动系 σ_k 中的位置向量为 $r_k^P = \{x_k, u_k^P\}^T$, x_k 是连杆上 P 点的横坐标位置, u_k^P 是 P 点相对动系 σ_k 的横向弯曲变形量(不计连杆的轴向变形), 由此可知, P 点在惯性系 $\sigma(OXY)$ 中的位置为

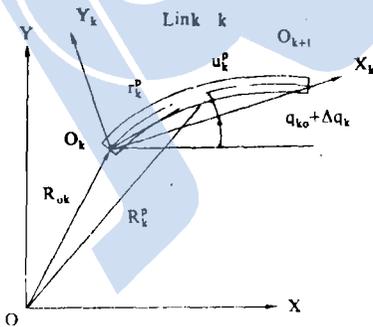


图 1 第 k 连杆的位姿

$$R_k^p = \begin{cases} \sum_{i=1}^{k-1} L_i \cos(q_{i0} + \Delta q_i) \\ \sum_{i=1}^{k-1} L_i \sin(q_{i0} + \Delta q_i) \end{cases} + \begin{cases} x_k \cos(q_{k0} + \Delta q_k) \\ x_k \sin(q_{k0} + \Delta q_k) \end{cases} + \begin{cases} -u_k^p \sin(q_{k0} + q_k) \\ u_k^p \cos(q_{k0} + q_k) \end{cases} \quad (14)$$

式中, L_i —连杆 i 的杆长, Δq_i —是关节变量 q_i 相对系统按刚体假设时关节变量 q_{i0} 的增量, u_k^p 变形量用 Rayleigh-Ritz 法表示

$$u_k^p = \sum_{i=1}^{n_k} N_{ki} u_{ki} = N_k^T u_k \quad (15)$$

式中:

$$N_k = \{N_{k1}, N_{k2}, \dots, N_{k,n_k}\}^T \quad (16)$$

$$u_k = \{u_{k1}, u_{k2}, \dots, u_{k,n_k}\}^T \quad (17)$$

N_{ki} 是模态函数, u_{ki} 是模态坐标, n_k 为选取的模态数, 当弯曲变形 u_k^p 是小量时, 模态坐标 u_{ki} 也是小量, 故可对(14)式线性化, 有

$$R_k^p = R_{k0} + R_{R1} \Delta q + R_{k2} u_k \quad (18)$$

式中:

$$R_{k0} = \begin{cases} \sum_{i=1}^{k-1} L_i \cos q_{i0} + x_k \cos q_{k0} \\ \sum_{i=1}^{k-1} L_i \sin q_{i0} + x_k \sin q_{k0} \end{cases} \quad (19)$$

$$R_{k1} = \begin{bmatrix} -L_1 \sin q_{10} & -L_2 \sin q_{20} & \dots & -L_{k-1} \sin q_{k-1,0} & -x_k \sin q_{k0} & 0 \dots 0 \\ L_1 \cos q_{10} & L_2 \cos q_{20} & \dots & L_{k-1} \cos q_{k-1,0} & x_k \cos q_{k0} & 0 \dots 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$R_{k2} = \begin{bmatrix} -N_{k1} \sin q_{k0} & -N_{k2} \sin q_{k0} & \dots & -N_{k,n_k} \sin q_{k0} \\ N_{k1} \cos q_{k0} & N_{k2} \cos q_{k0} & \dots & N_{k,n_k} \cos q_{k0} \end{bmatrix} \quad (21)$$

同样, 可把 P 点微元处的姿态角微变位 φ_k^p 表示成 Δq 、 u_k 的线性组合, 有

$$\varphi_k^p = \varphi_{k1} \Delta q + \varphi_{k2} u_k \quad (22)$$

式中

$$\varphi_{k1} = \underbrace{\{0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0\}}_k \quad (23)$$

$$\varphi_{k2} = \{N'_{k1}(x_k), N'_{k2}(x_k), \dots, N'_{k,n_k}(x_k)\} = N_k'^T \quad (24)$$

3.2 连杆 k 的线性化动力学方程

对连杆 k 整体利用动力学普遍方程

$$-\int_0^{L_k} \rho_k A_k (\delta R_k^p)^T \dot{R}_k^p dx_k + \int_0^{L_k} (\delta R_k^p)^T F_b^p dx_k + \int_0^{L_k} (\delta R_k^p)^T F_s^p dx_k + (\delta R_k^p)^T F_c^p dx_k + \int_0^{L_k} (\delta \varphi_k^p)^T F_L^p dx_k = \int_0^{L_k} (\delta \varepsilon_k^p)^T \sigma_k^p dx_k \quad (25)$$

式中 ρ_k 为密度, A_k 为截面积, F_b^p 、 F_s^p 、 F_c^p 和 F_L^p 分别为作用在 P 点上的体积力、面积力、集中力和集中力偶, 这些力中不用计及关节约束力(理想约束所做的虚功为零), δR_k^p 、 $\delta \varphi_k^p$ 表示 P 点的虚位移和 P 点处的虚转角, $\delta \varepsilon_k^p$ 为对应虚位移 σu_k^p 而引起的虚应

变, σ_k^p 为 p 点处的应力。

对(18)式和(22)式取变分有

$$\begin{aligned}\delta R_k^p &= R_{k1} \delta(\Delta q) + R_{k2} \cdot \delta u_k \\ \delta \varphi_k^p &= \varphi_{k1} (\delta \Delta q) + \varphi_{k2} \cdot \delta u_k\end{aligned}\quad (26)$$

把上两式代入(25)式, 整理有

$$\{(\delta(\Delta q))^T, \delta u_k^T\} \left(M_k \begin{Bmatrix} \Delta \dot{q} \\ \dot{u}_k \end{Bmatrix} + C_k \begin{Bmatrix} \Delta q \\ \dot{u}_k \end{Bmatrix} + K_k \begin{Bmatrix} \Delta q \\ u_k \end{Bmatrix} - Q_k \right) = 0 \quad (27)$$

广义坐标 Δq 、 u_k 所取变分相互独立, 上式即有

$$M_k \begin{Bmatrix} \Delta \dot{q} \\ \dot{u}_k \end{Bmatrix} + C_k \begin{Bmatrix} \Delta q \\ \dot{u}_k \end{Bmatrix} + K_k \begin{Bmatrix} \Delta q \\ u_k \end{Bmatrix} = Q_k \quad (28)$$

式中

$$\begin{aligned}M_k &= \begin{bmatrix} M_k^q & M_k^{qu} \\ M_k^{uq} & M_k^u \end{bmatrix}, \quad C_k = \begin{bmatrix} C_k^q & C_k^{qu} \\ C_k^{uq} & C_k^u \end{bmatrix} \\ K_k &= \begin{bmatrix} K_k^q & K_k^{qu} \\ K_k^{uq} & K_k^u \end{bmatrix}, \quad Q_k = \begin{Bmatrix} Q_k^q \\ Q_k^u \end{Bmatrix}\end{aligned}\quad (29)$$

M_k^q 、 C_k^q 和 K_k^q 为 $n \times n$ 阶矩阵, 推得各元素为

$$\begin{aligned}m_{kij}^q &= P_{kij} \cos q_{i\rho} \\ c_{kij}^q &= 2P_{kij} \dot{q}_\rho \sin q_{i\rho} \\ k_{kij}^q &= P_{kij} (\dot{q}_\rho^2 \sin q_{i\rho} - \dot{q}_\rho^2 \cos q_{i\rho}^2) + \delta_{ik} k_k\end{aligned}\quad (30)$$

式中 k_k 为弹性关节的弹簧常数, δ_{ik} 为克罗尼克尔符号, $i=k$ 时, $\delta_{ik}=1$, $i \neq k$ 时, $\delta_{ik}=0$ 。

M_k^{qu} 、 C_k^{qu} 和 K_k^{qu} 为 $n \times n$ 阶矩阵, 推得各元素为

$$\begin{aligned}m_{kij}^{qu} &= G_{kij} \cos q_{ik0} \\ c_{kij}^{qu} &= 2G_{kij} \dot{q}_{k0} \sin q_{ik0} \\ k_{kij}^{qu} &= G_{kij} (\dot{q}_{k0}^2 \sin q_{ik0} - \dot{q}_{k0}^2 \cos q_{ik0})\end{aligned}\quad (31)$$

M_k^{uq} 、 C_k^{uq} 和 K_k^{uq} 为 $n_k \times n_k$ 阶矩阵, 推得各元素为

$$\begin{aligned}m_{kij}^{uq} &= G_{kij} \cos q_{k\rho} \\ c_{kij}^{uq} &= 2G_{kij} \dot{q}_\rho \sin q_{k\rho} \\ k_{kij}^{uq} &= G_{kij} (\dot{q}_\rho^2 \sin q_{k\rho} - \dot{q}_\rho^2 \cos q_{k\rho})\end{aligned}\quad (32)$$

M_k^u 、 C_k^u 和 K_k^u 为 $n_k \times n_k$ 阶矩阵, 推得各元素为

$$\begin{aligned}m_{kij}^u &= \int_0^{L_k} \rho_k A_k N_{ki} N_{kj} dx_k \\ c_{kij}^u &= 0\end{aligned}$$

$$k_{kij}^u = \int_0^{L_k} E_k I_k \frac{d^2 N_{ki}}{dx_k^2} \cdot \frac{d^2 N_{kl}}{dx_k^2} dx_k - m_{kij}^u \dot{q}_{k0}^2 \quad (33)$$

式中: $E_k I_k$ 为连杆 k 的弯曲刚度; Q_k^q 为 $n \times 1$ 阶矩阵, 推得各元素为

$$Q_{ki}^q = \begin{cases} -\sum_{j=1}^k P_{kij} (\dot{q}_{j0} \cos q_{j0} + \dot{q}_{j0}^2 \sin q_{j0}) - m_k g L_i \cos q_{i0} & i < k \\ \tau_k - \tau_{k+1} - \sum_{j=1}^k P_{kkj} (\dot{q}_{j0} \cos q_{k0} + \dot{q}_{j0}^2 \sin q_{k0}) - a_k g \cos q_{k0} & i = k \\ 0 & \end{cases} \quad (34)$$

式中, $\tau_{n+1} = 0$, τ_k 为 k 关节的驱动力(矩); Q_k^u 为 $n_k \times 1$ 阶矩阵, 推得各元素为

$$Q_{ki}^u = N'_{ki0} \tau_k - N'_{kiL} \tau_{k+1} - \sum_{j=1}^k G_{kj} (\dot{q}_{j0} \cos q_{k0} + \dot{q}_{j0}^2 \sin q_{k0}) - e_{ki} g \cos q_{k0} \quad (35)$$

上述各式中:

$$G_{kij} = \begin{cases} L_i e_{kj} & i < k \\ S_{kj} & i = k \\ 0 & i > k \end{cases} \quad (36)$$

$$P_{kij} = \begin{cases} m_k L_i L_j & i, j < k \\ L_i a_k & i < k, j = k \\ a_k L_j & i = k, j < k \\ J_k & i = j = k \\ 0 & i > k \text{ 或 } j > k \end{cases} \quad (37)$$

$$\left. \begin{aligned} m_k &= \int_0^{L_k} \rho_k A_k dx_k \\ a_k &= \int_0^{L_k} \rho_k A_k x_k dx_k \\ J_k &= \int_0^{L_k} \rho_k A_k x_k^2 dx_k \\ e_{ki} &= \int_0^{L_k} \rho_k A_k N_{ki} dx_k \\ S_{ki} &= \int_0^{L_k} \rho_k A_k x_k N_{ki} dx_k \\ q_{i0} &= q_{i0} - q_{j0} \\ N'_{ki0} &= N'_{ki}(0) \\ N'_{kiL} &= N'_{ki}(L_k) \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

3.3 系统线性化的动力学方程

把各杆的线性动力学方程(28)式叠加起来, 得机器人操作器的线性化动力学方程为

$$M_s \dot{x}' + C_s \dot{x} + K_s x = Q_s \quad (39)$$

式中

$$M_s = \begin{bmatrix} M^q & M^{qu} \\ M^{uq} & M^u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M^q & M_1^{qu} & \cdots & M_n^{qu} \\ & M_1^u & 0 \cdots & 0 \\ & & \text{SYM} & \\ & & & M_n^u \end{bmatrix} \quad (40)$$

$$C_s = \begin{bmatrix} C^q & C^{qu} \\ C^{uq} & C^u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C^q & C_1^{qu} & \cdots & C_n^{qu} \\ C_1^{uq} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_n^{uq} & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (41)$$

$$K_s = \begin{bmatrix} K^q & K^{qu} \\ K^{uq} & K^u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K^q & K_1^{qu} & \cdots & K_n^{qu} \\ K_1^{uq} & K_1^u & 0 \cdots & 0 \\ \vdots & 0 & & 0 \\ K_n^{uq} & 0 \cdots & 0 & K_n^u \end{bmatrix} \quad (42)$$

$$X = \{\Delta q^T, u^T\}^T = \{\Delta q^T, u_1^T, u_2^T, \dots, u_n^T\}^T \quad (43)$$

$$Q_s = \{(Q^q)^T, (Q^u)^T\}^T = \{(Q^q)^T, (Q_1^u)^T, \dots, (Q_n^u)^T\}^T \quad (44)$$

$$M^q = \sum_{k=1}^n M_k^q, \quad C^q = \sum_{k=1}^n C_k^q, \quad K^q = \sum_{k=1}^n K_k^q, \quad Q^q = \sum_{k=1}^n Q_k^q \quad (45)$$

把(30)和(34)式代入(45)式, 并整理化简, 有

$$\left. \begin{aligned} m_{ij}^q &= H_{ij} \cos q_{i,p} \\ C_{ij}^q &= 2H_{ij} \dot{q}_{i,p} \sin q_{i,p} \\ k_{ij}^q &= H_{ij} (\dot{q}_{i,p}^2 \sin q_{i,p} - \dot{q}_{i,p}^2 \cos q_{i,p}) + \delta_{ij} k_i \\ Q_i^q &= \tau_i - \tau_{i+1} - \sum_{j=1}^n H_{ij} (\dot{q}_{j,p}^2 \cos q_{i,p} + \dot{q}_{j,p}^2 \sin q_{i,p}) - b_i g \cos q_{i,0} \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

式中

$$H_{ij} = \begin{cases} b_i L_j \\ J_i + M_i L_i^2 \\ b_j L_i \end{cases} \quad (47)$$

$$b_i = a_i + M_i L_i$$

$$M_i = \sum_{k=i+1}^n m_k$$

3.4 逆动力学基本方程式

当给定手端参考点(n 杆上)的目标位姿 R_n 时, 由(18)和(22)式可知

$$R_n^p = R_{n0} + R_{n1} \Delta q + R_{n2} u_n \quad (48)$$

$$\varphi_n^p = \varphi_{n1} \Delta q + \varphi_{n2} u_n \quad (49)$$

由于线性化是在刚体假设下执行目标姿态 R_n 所给出的关节变量 q_0 附近展开的, 故有

$$R_n^p = R_{n0}$$

$$\varphi_n^p = 0 \quad (50)$$

若手端参考点在连杆 n 的顶点, 参考点便在动系 σ_n 的 X_n 轴上, 从模态函数性质知道

$$N_n(L_n) = 0 \quad (51)$$

再从(21)式可见

$$R_{n2} = 0 \quad (52)$$

把(50)和(52)式代入(48)和(49)式, 整理后有运动约束方程

$$R_s x = 0 \quad (53)$$

式中

$$R_s = \begin{bmatrix} R_{n1} & 0 & \cdots & 0 \\ \varphi_{n1} & 0 & \cdots & 0 \\ & & & \varphi_{n2} \end{bmatrix} \quad (54)$$

逆动力学问题是要求出驱动力(矩) τ 和微变位 $X \{\Delta q^T, u^T\}^T$. 从动力约束方程(39)式和(46)式中的最后一式 Q_i 可见, 能把驱动力矩提取出来, 结合运动约束方程表示成线性微分方程, 即逆动力学基本方程式.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & M_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \dot{x} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ x \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & R_s \\ R_0 & K_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tau \\ x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ Q_i \end{Bmatrix} \quad (55)$$

式中

$$R_D = [(R_D^q)^T, (R_D^u)^T]^T = [(R_{D1}^q)^T, (R_{D1}^u)^T, \dots, (R_{Dn}^u)^T]^T \quad (56)$$

$$R_D^q = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ & -1 & 1 \\ & & 1 \\ & & 0 & -1 \end{bmatrix}_{n \times n} \quad (57)$$

$$R_{DR}^u = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & N'_{k10} & N'_{k1L} & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & -N'_{kn_k D} & N'_{kn_k L} & \cdots & 0 \end{bmatrix}_{n_k \times n} \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (58)$$

$$Q_i = \{(Q_i^q)^T, (Q_i^u)^T\}^T = \{(Q_{i1}^q)^T, (Q_{i1}^u)^T, \dots, (Q_{in}^u)^T\}^T \quad (59)$$

$$Q_{i1}^q = - \sum_{j=1}^n H_{ij} (\dot{q}_{jD}^2 \cos q_{jD} + \dot{q}_{jD}^2 \sin q_{jD}) - b_i g \cos q_{i0} \quad (60)$$

$$Q_{ikl}^u = - \sum_{j=1}^k G_{kj} (\dot{q}_{jD}^2 \cos q_{kD} + \dot{q}_{jD}^2 \sin q_{kD}) - e_{kl} g \cos q_{k0} \quad (61)$$

由逆动力学基本方程式知道, 对平面连杆挠性机器人, 该方程有解的必要条件是 $n >$

3. 众所周知, 当 $n=3$ 时, 方程中第 3 个矩阵正好满秩有解, 当 $n>3$ 时有冗余自由度, 此时, 须引入约束条件(根据需要引入)才能有解, 当 $n<3$ 时, 如 $n=2$, 这时, 对位置和姿态不能两全其美, 只能保证位置或姿态按给定的执行。

4 仿真算例和结论

选择平面三连杆弹性手臂作为仿真算例, 如图 2 所示, 各杆的结构尺寸相同, 各长 $L=500\text{mm}$, 截面矩形, 宽 $b=17.7\text{mm}$, 高 $h=7.1\text{mm}$, 材质为钢, 密度 $\rho=8000\text{kg/m}^3$, 弹性模量 $E=200\text{GN/m}^2$, 给定的目标位姿是端点 c 匀速地在 1 秒钟内执行一个半径为 300mm 的圆, 圆心位置为 $(900,300)$, 并要求 C 点处的姿态始终保持水平。为减少计算量, 选取各杆的一阶主模态作为模态函数, 计算结果如图 3 所示, 为三个驱动关节的驱动力(矩)和刚体假设下的驱动力矩的比较。

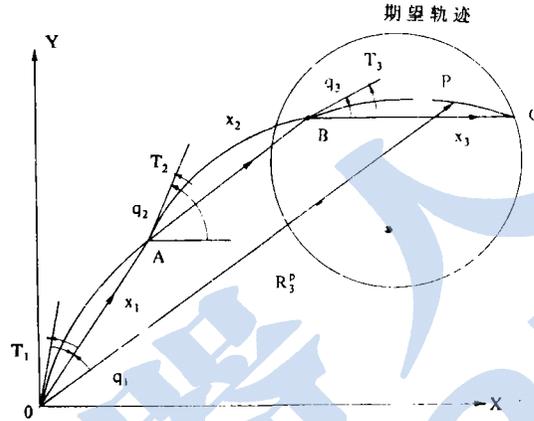
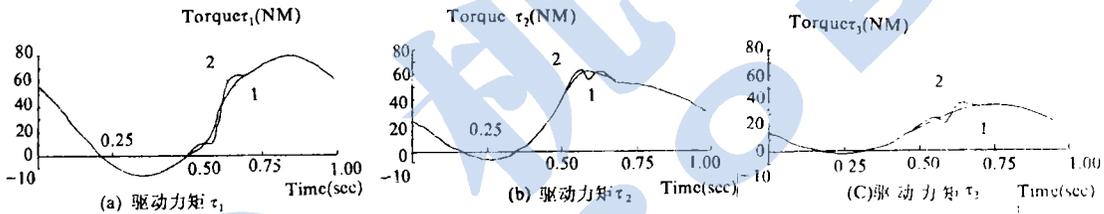


图 2 3 连杆弹性手臂



1. Rigid Model; 2. Flexible Model

图 3 驱动力矩

本文首次给出了挠性机器人动力学逆问题的数学模型, 认为是运动约束方程和动力约束方程联立的复合问题, 并提出在刚体假设下的位姿附近线性化, 把非线性、耦合的模型转化为线性、解耦的模型。

另外, 应用上述方法对平面型 n 连杆挠性机器人建立了逆动力学基本方程, 该方程具有简明、方便、易于计算等特点。

参 考 文 献

- 1 Truckenbrodt A. Effects of elasticity on the performance of industrial robots. Proc of the IASTED Inter Sym on Robotics, 1982: 52-56
- 2 Mirro J. Automatic feedback control of a vibrating beam master's thesis. Massachusetts Institute of Tech, Dept of Mech Eng, Rept T-571, Cambridge, Mass, Aug, 1972
- 3 Book W J. Maizza-neto and Whitney D E. Feedback control of two joint systems with distributed flexibility. Trans

- 4 Sunada W, Dubowsky. The application of finite element method to the dynamic analysis of spatial and co-planar linkage systems. *ASME J Mech Design*, 1981; 103: 643-651
- 5 Cannon R H, Schmitz E. Initial experiments on the endpoint control of a flexible one-link robot. *The Int J Robotics Research*, 1985; 3: 62-75
- 6 Vukobratovic M, Potkonjak V. *Dynamic of manipulation robots*, 1982
- 7 马正东, 浅田春比, 得丸英胜. 轨道制御のためのフレキシブル・ロボット・アームの逆力学, システムと制御, 1987; 31(10): 764-772
- 8 郭吉丰, 童忠飏. 关于挠性机器人动力学模型的线性化方法和正动力学问题的解法, (已投机械工程学报).

INVERSE DYNAMIC MODELLING OF FLEXIBLE ROBOT ARMS

GUO Jifeng TONG Zhongfang

(Zhejiang University, Hangzhou)

Abstract

This paper presents for the first time an exact mathematical model of inverse dynamics relations of flexible robot arms. This model is further modified by linearization. Herefrom we get a set of inverse dynamic basic equations of planar n linkage arm. Our method and related theory have been verified by simulation of a 3 linkage arm.

Keywords: flexible robot, inverse dynamic modelling.

机器人手眼协调与一个摹写系统的研究

顾新兴

(南开大学 89 届硕士生, 天津)

本文研究机器人在视觉引导下完成各种任务的手眼协调系统。文中阐述有关终端级智能接口技术、图象处理、视觉几何畸变校正、摄像机模型、摄像机-视场校准、机器人 World 坐标-视场坐标校准、基于视觉的控制等协调环节。系统由一台 AT 主机、一台 PUMA760 和一个配有 CA5000 视觉处理软件的 CCTV 摄像机组成, 系统运行时首先对所获取图象进行各种处理, 提取有用信息, 计算各个特征参数, 在主机中生成用 C 语言编写的任务级软件, 并通过接口驱动 PUMA 手执行相应的 VAL 语句。该系统具体实现了三个协调任务: (1) 抓取旋转圆盘上工件; (2) 与人对奕下中国象棋残局; (3) 摹写汉字: 系统先通过图象细化处理、特征点检测、笔划识别和抽出, 然后决策层根据规划库来分配笔划书写顺序, 驱动末端夹着弹簧笔的 PUMA 手进行书写, 实验表明该系统实现了对汉字笔顺的一定程度的模仿。

导师: 卢桂章