

车式移动机器人动态编队控制方法

张瑞雷, 李 胜, 陈庆伟

(南京理工大学自动化学院, 江苏 南京 210094)

摘 要: 针对车式移动机器人的编队问题, 提出一种多机器人动态协调控制算法. 首先利用领航机器人和跟随机器人期望位姿参数生成虚拟机器人, 建立跟随机器人对虚拟机器人轨迹跟踪系统模型. 然后将机器人运动学模型转化为链式标准形, 运用反步法, 逐步构造轨迹跟踪系统的李亚普诺夫函数, 并通过使该函数负定, 得到跟随机器人的轨迹跟踪控制器, 实现了车式移动机器人的编队控制. 最后在 Microsoft Robotics Developer Studio 4 (MRDS4) 中搭建 3D 仿真平台, 设计了 3 组实验, 验证了所提方法的有效性.

关键词: 车式移动机器人; 非完整系统; 轨迹跟踪; 反步法; 编队控制

中图分类号: TP273

文献标识码: A

文章编号: 1002-0446(2013)-06-0651-06

Dynamic Formation Control for Car-like Mobile Robots

ZHANG Ruilei, LI Sheng, CHEN Qingwei

(School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: For the formation problem of the car-like mobile robots, a dynamic coordinated control algorithm for multiple robots is proposed. Firstly, a model of trajectory tracking system for the follower robot is established through the virtual robot, which is generated according to the desired formation parameters of the leader and follower robots. Then the robot's kinematics model is transformed into the chain form, and the Lyapunov function of the trajectory tracking system is constructed via the backstepping method. The trajectory tracking controller for the follower robot is obtained by making this Lyapunov function negative-definite. The formation control of the car-like mobile robots is realized in this way. A 3D simulation testbed is designed by the Microsoft Robotics Developer Studio 4 (MRDS4), and the effectiveness of the proposed method is demonstrated through 3 sets of experiments.

Keywords: car-like mobile robot; nonholonomic system; trajectory tracking; backstepping method; formation control

1 引言 (Introduction)

近年来, 随着人工智能和机器人技术的不断发展, 多机器人系统协调问题成为学者关注的热点之一^[1]. 多机器人编队控制是一个典型的多机器人系统协调问题, 在地理勘测、环境侦查、安全救援、扫雷和目标防卫等领域有广阔的应用前景. 目前, 国内外学者研究了地面自主移动机器人^[2-4]、无人飞行器^[5-6]和水下自主机器人^[7]的编队控制问题, 采用的控制算法主要包括基于行为 (behavior-based) 的方法^[2-4]、虚拟结构 (virtual structure) 法^[8-10]和领航-跟随 (leader-follower) 法^[11-13]等.

基于行为的编队方法, 实现简单, 适用于不确定环境, 但编队精度差, 多用于对编队精度要求不高的场合且很难进行精确的数学分析; 虚拟结构法

和领航跟随法都分别需要虚拟结构和领航机器人全状态信息, 在此基础上, 设计相关算法, 从而实现编队控制. 虚拟结构法通常基于图论设计编队拓扑, 把编队整体当作一个刚性结构, 编队中任意机器人的故障都可能导致编队失败, 文 [8] 提出分布式控制结构有效克服了上述问题. 文 [9-10] 对编队可能出现通信故障的问题做了相应的研究. 非完整约束移动机器人使用反馈线性化的队形控制方法需要选定离轴点, 该点位于机器人的前进方向上, 与质心有一定的偏移量, 当此偏移量较大时, 引起较大的队形误差, 较小时, 产生不合适的运动. 文 [12] 提出了基于领航跟随法的队形控制方法解决了上述问题, 但其算法实现需要队形满足内三角形的关系. 文 [13] 在此基础上提出改进的编队控制算法, 实现了包括线性队形在内的队形控制. 但上述文献

研究的非完整移动机器人多为两轮差动移动机器人^[8-13],对实际应用中常见的车式移动机器人讨论较少.

由于车式移动机器人高度非线性和强耦合的特点,目前,针对车式移动机器人控制的研究,多集中于如何获得精确轨迹跟踪,如:文[14]针对车式移动机器人轨迹跟踪这一典型控制任务,提出一种滑模轨迹跟踪控制方法,实现了机器人有效跟踪参考轨迹,而且能减小在控制中的抖振现象.文[15-16]通过对一类非完整系统的研究,将其转化为链式系统形式,应用反步法设计轨迹跟踪控制器,实现了轨迹跟踪,但控制器复杂.文[17]利用一个正则坐标变换,将误差系统转换为一个非线性串联系统的形式,然后利用反步法设计车式移动机器人轨迹追踪控制器,能实现对给定目标的全局渐近追踪.

本文在车式移动机器人模型基础上,参考两轮移动机器人的编队控制方法,结合车式移动机器人的特点,采用领航跟随法,利用跟随机器人位姿参数生成虚拟机器人,通过反步法构造对该虚拟机器人的轨迹跟踪控制器,来实现车式移动机器人的编队控制.设计3组仿真实验,通过编队保持固定队形做直线和曲线运动以及在圆周运动过程中的动态行星编队,验证所提方法的有效性和控制器的性能.

2 问题描述 (Statement of the problem)

2.1 运动学模型

文中的车式移动机器人模型如图1所示,其中后轮速度方向与机器人运动方向一致,前轮绕垂轴转动, l 表示前轮与后轮间的轴间距,机器人的位姿向量为 $\mathbf{p} = [x, y, \theta, \phi]^T$.

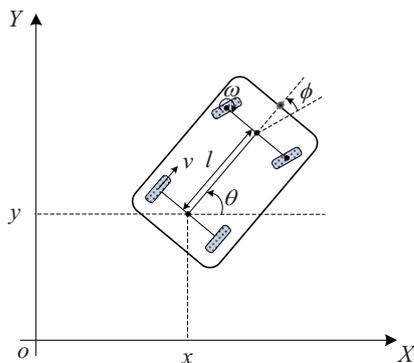


图1 车式移动机器人结构
Fig.1 The model of car-like mobile robot

其中, $(x, y)^T$ 为后轮轮轴中心坐标, θ 为车身方向与 x 轴的夹角, ϕ 为前轮转向角, $(v, \omega)^T$ 为机器人

的控制输入, v 为后轮前进速度, ω 为前轮侧转角速度. 该车式移动机器人满足如下非完整约束:

$$\begin{cases} \dot{x} \sin \theta - \dot{y} \cos \theta = 0 \\ \dot{x} \sin(\theta + \phi) - \dot{y} \cos(\theta + \phi) - l \dot{\theta} \cos \phi = 0 \end{cases} \quad (1)$$

由机器人的约束方程和非完整系统理论可知,该系统的运动学模型如下:

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos \theta \\ \dot{y} = v \sin \theta \\ \dot{\theta} = v \tan \phi / l \\ \dot{\phi} = \omega \end{cases} \quad (2)$$

一个典型的三角形编队结构如图2所示,图中所有机器人有相同的运动学模型,编队主轨迹由领航机器人决定,队形由各跟随机器人的期望位姿参数决定.

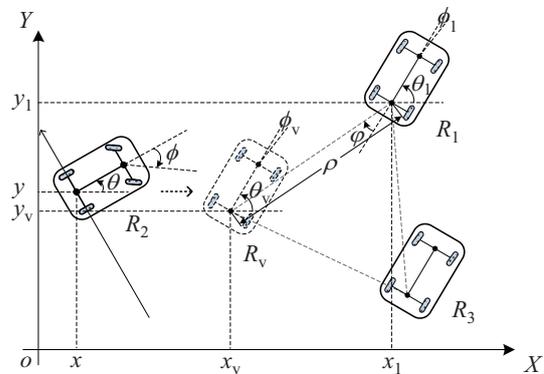


图2 车式移动机器人三角形编队
Fig.2 The triangle-like formation of car-like mobile robots

机器人 R_2 和 R_3 是 R_1 的跟随机器人, R_v 是机器人 R_2 需要跟随的虚拟机器人,与 R_1 保持的期望距离和角度为 $(\rho, \phi)^T$, 结合 R_1 的位姿可得 R_v 的位姿为

$$\begin{cases} x_v = x_1 - \rho \cos(\theta_1 + \phi) \\ y_v = y_1 - \rho \sin(\theta_1 + \phi) \\ \theta_v = \theta_1 \\ \phi_v = \phi_1 \end{cases} \quad (3)$$

其中, $(x_1, y_1, \theta_1, \phi_1)^T$ 为机器人 R_1 位姿, $(x_v, y_v, \theta_v, \phi_v)^T$ 为机器人 R_2 期望位姿, R_v 的后轮前进速度与前轮侧转角速度和 R_1 相同,即 $v_v = v_1, \omega_v = \omega_1$. R_2 的跟踪位姿误差 $(x_e, y_e, \theta_e, \phi_e) = (x_v - x, y_v - y, \theta_v - \theta, \phi_v - \phi)^T$.

2.2 链式系统

为了便于控制器设计,将机器人的运动学模型

转化为链式形式, 使用如下坐标变换:

$$\begin{cases} x_1 = x \\ x_2 = \tan \phi / (l \cos^3 \theta) \\ x_3 = \tan \theta \\ x_4 = y \end{cases} \quad (4)$$

同时, 控制输入的变换方程为

$$\begin{cases} v = \frac{u_1}{\cos \theta} \\ \omega = -\frac{3 \sin \theta \sin^2 \phi}{l \cos^2 \theta} u_1 + l \cos^3 \theta \cos^2 \phi u_2 \end{cases} \quad (5)$$

通过上述变换, 可以得到如下链式系统形式:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = u_1 \\ \dot{x}_2 = u_2 \\ \dot{x}_3 = x_2 u_1 \\ \dot{x}_4 = x_3 u_1 \end{cases} \quad (6)$$

其中, $\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$ 为变换后的状态量, $\mathbf{u} = [u_1, u_2]^T$ 为变换后的控制输入.

2.3 误差模型

定义变换后的跟踪误差为 $x_{ei} = x_i - x_{vi}$, 可得

$$\begin{cases} x_{e1} = x_1 - x_{v1} \\ x_{e2} = x_2 - x_{v2} \\ x_{e3} = x_3 - x_{v3} \\ x_{e4} = x_4 - x_{v4} \end{cases} \quad (7)$$

对式 (7) 求导, 可得

$$\begin{cases} \dot{x}_{e1} = u_1 - u_{v1} \\ \dot{x}_{e2} = u_2 - u_{v2} \\ \dot{x}_{e3} = x_{e2} u_{v1} + x_2 (u_1 - u_{v1}) \\ \dot{x}_{e4} = x_{e3} u_{v1} + x_3 (u_1 - u_{v1}) \end{cases} \quad (8)$$

编队问题通过虚拟机器人转化为跟随机器人的轨迹跟踪问题, 目标是寻求合适控制律 $\mathbf{u} = [u_1, u_2]^T$, 使得跟踪误差 x_{ei} 渐近收敛到 0, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} |x_i - x_{vi}| = 0$.

3 控制器设计 (Controller design)

首先, 介绍一种坐标变换将系统 (8) 转化为三角形形式, 以便于使用反步法构造控制律. 定义 $\tilde{\mathbf{x}}_v = (x_{v2}, x_{v3})$, 并使得 $\phi_1(\cdot; \tilde{\mathbf{x}}_v): \mathfrak{R}^4 \rightarrow \mathfrak{R}^4$ 被映射为

$$\begin{cases} z_1 = x_{e4} - (x_{e3} + x_{v3})x_{e1} \\ z_2 = x_{e3} - (x_{e2} + x_{v2})x_{e1} \\ z_3 = x_{e2} \\ z_4 = x_{e1} \end{cases} \quad (9)$$

在新坐标系下, 系统 (8) 被转化为

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = u_{v1} z_2 - x_2 (u_1 - u_{v1}) z_4 \\ \dot{z}_2 = u_{v1} z_3 - u_2 z_4 \\ \dot{z}_3 = u_2 - u_{v2} \\ \dot{z}_4 = u_1 - u_{v1} \end{cases} \quad (10)$$

然后使用反步法递推各子系统控制量.

步骤 1: 考虑 z_1 子系统. 将 z_2 视为虚拟控制量, u_{v1} 和 z_4 视为时变函数. 令 $\bar{z}_1 = z_1$, 选取李亚普诺夫函数:

$$V_1(\bar{z}_1) = \frac{1}{2} \bar{z}_1^2 \quad (11)$$

对式 (11) 求导, 可得

$$\dot{V}_1 = \bar{z}_1 \dot{\bar{z}}_1 = \bar{z}_1 u_{v1} z_2 - \bar{z}_1 x_2 (u_1 - u_{v1}) z_4 \quad (12)$$

因为 z_2 为虚拟控制量, 令其期望值为 f_1 , 并定义误差变量 $\bar{z}_2 = z_2 - f_1(z_1)$, 观察到当 $z_4 = 0$ 时, $f_1(z_1) = 0$ 是系统稳定方程.

步骤 2: 考虑 (z_1, z_2) 子系统, 选取李亚普诺夫函数:

$$V_2(\bar{z}_1, \bar{z}_2) = V_1 + \frac{1}{2} \bar{z}_2^2 \quad (13)$$

对式 (13) 求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + \bar{z}_2 \dot{\bar{z}}_2 \\ &= \bar{z}_1 u_{v1} \bar{z}_2 - \bar{z}_1 x_2 (u_1 - u_{v1}) z_4 + \bar{z}_2 u_{v1} z_3 - \bar{z}_2 u_2 z_4 \\ &= u_{v1} \bar{z}_2 (\bar{z}_1 + z_3) - \bar{z}_1 x_2 (u_1 - u_{v1}) z_4 - \bar{z}_2 u_2 z_4 \end{aligned} \quad (14)$$

其中, $\bar{z}_2 = z_2 - f_1(z_1)$, 将 z_3 视为虚拟控制量, 令其期望值为 f_2 , 定义 $\bar{z}_3 = z_3 - f_2(z_1, z_2)$. 对 \bar{z}_2 求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{\bar{z}}_2 &= \dot{z}_2 - \frac{\partial f_1}{\partial z_1} \dot{z}_1 \\ &= \dot{z}_2 = u_{v1} z_3 - u_2 z_4 \\ &= u_{v1} z_3 - u_2 z_4 + u_{v1} z_1 - u_{v1} z_1 \\ &= u_{v1} (z_3 + z_1) - u_2 z_4 - u_{v1} z_1 \\ &= u_{v1} (z_3 - f_2(z_1, z_2)) - u_2 z_4 - u_{v1} z_1 \end{aligned} \quad (15)$$

可知 $f_2(z_1, z_2) = -z_1$, 对 \bar{z}_3 求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{\bar{z}}_3 &= \dot{z}_3 - \left(\frac{\partial f_2}{\partial z_1} \dot{z}_1 + \frac{\partial f_2}{\partial z_2} \dot{z}_2 \right) \\ &= \dot{z}_3 - (-\dot{z}_1) \\ &= u_2 - u_{v2} + u_{v1} z_2 - x_2 (u_1 - u_{v1}) z_4 \end{aligned} \quad (16)$$

步骤 3: 考虑 (z_1, z_2, z_3) 子系统, 选取李亚普诺夫函数:

$$V_3(\bar{z}_1, \bar{z}_2, \bar{z}_3) = V_2 + \frac{1}{2} \bar{z}_3^2 \quad (17)$$

对式(17)求导,可得

$$\begin{aligned}\dot{V}_3 &= \dot{V}_2 + \bar{z}_3 \dot{\bar{z}}_3 \\ &= (u_{v1} \bar{z}_2 + u_2 - u_{v2} + u_{v1} z_2) \bar{z}_3 - \\ &\quad x_2 (\bar{z}_1 + \bar{z}_3) (u_1 - u_{v1}) z_4 - u_2 \bar{z}_2 z_4\end{aligned}\quad (18)$$

为了使 \dot{V}_3 负定,选取如下控制输入:

$$-k_1 \bar{z}_3 = u_{v1} \bar{z}_2 + u_2 - u_{v2} + u_{v1} z_2\quad (19)$$

其中 $k_1 > 0$. 可得

$$u_2 = u_{v2} - 2u_{v1} z_2 - k_1 (z_1 + z_3)\quad (20)$$

步骤4: 考虑(10)式系统,选取李亚普诺夫函数:

$$V_4(\bar{z}_1, \bar{z}_2, \bar{z}_3, \bar{z}_4) = V_3 + \frac{1}{2} \bar{z}_4^2\quad (21)$$

对式(21)求导,可得

$$\begin{aligned}\dot{V}_4 &= \dot{V}_3 + \bar{z}_4 \dot{\bar{z}}_4 \\ &= -k_1 \bar{z}_3^2 + [(1 - x_2 \bar{z}_1 - x_2 \bar{z}_3) (u_1 - u_{v1}) - u_2 \bar{z}_2] z_4\end{aligned}\quad (22)$$

为了使 \dot{V}_4 负定,选取如下控制输入:

$$-k_2 z_4 = (1 - x_2 \bar{z}_1 - x_2 \bar{z}_3) (u_1 - u_{v1}) - u_2 \bar{z}_2\quad (23)$$

其中 $k_2 > 0$, 可得

$$u_1 = u_{v1} + \frac{u_2 z_2 - k_2 z_4}{1 - 2x_2 z_1 - x_2 z_3}\quad (24)$$

综上所述,可得如下控制律:

$$\begin{cases} u_1 = u_{v1} + \frac{u_2 z_2 - k_2 z_4}{1 - 2x_2 z_1 - x_2 z_3} \\ u_2 = u_{v2} - 2u_{v1} z_2 - k_1 (z_1 + z_3) \end{cases}\quad (25)$$

其中, $z_1 = y - y_v - (x - x_v) \tan \theta$, $z_2 = \tan \theta - \tan \theta_v - (x - x_v) \sec^3 \theta \tan \phi / l$, $z_3 = (\sec^3 \theta \tan \phi - \sec^3 \theta_v \tan \phi_v) / l$, $z_4 = x - x_v$, $x_2 = \sec^3 \theta \tan \phi / l$, $u_{v1} = v_v \cos \theta_v$, $u_{v2} = (3v_v \tan \theta_v \tan^2 \phi_v / l + \omega_v \sec^2 \phi_v) \sec \theta_v / l$. 将式(25)代入式(5),可得机器人 R_2 控制输入 $(v, \omega)^T$. 各机器人的位姿和速度参数可以通过调用 MRDS4 中相应的虚拟传感器获得.

4 实验验证 (Experimental validation)

本文通过3组车式移动机器人编队实验来验证上述算法的有效性. 为了使仿真实验更为真实,利用 MRDS 4 搭建 3D 仿真平台^[18]. 该软件提供逼真的物理引擎 (PhysX) 和完备调试接口,能够精确模拟真实环境,也可将仿真数据导入 Matlab 中进行分析. 实验仿真场景如图3所示. R_1 为领航机器人, R_2, R_3 为跟随机器人.

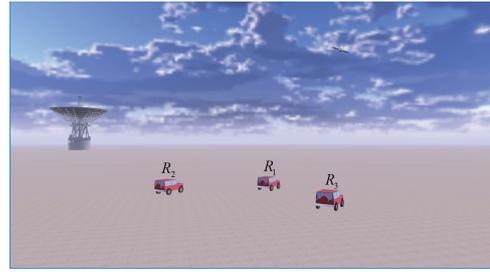
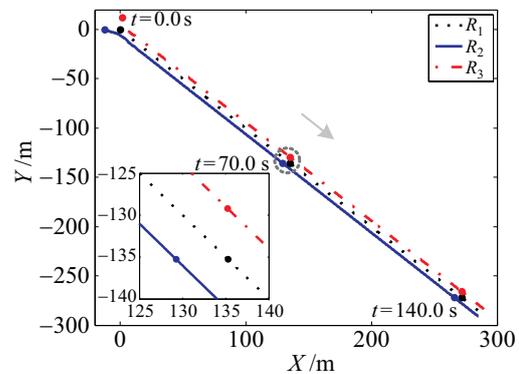
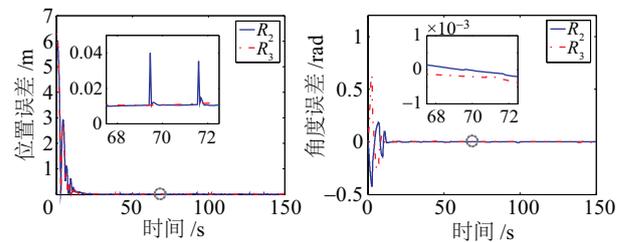


图3 车式移动机器人仿真场景

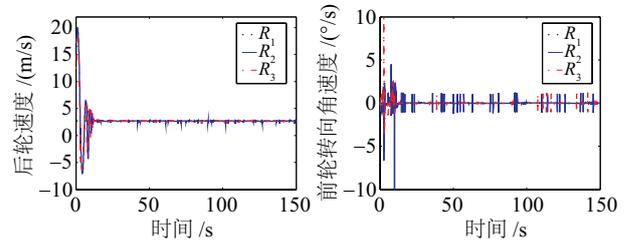
Fig.3 The simulation scene of car-like mobile robots



(a) 编队轨迹



(b) 误差



(c) 控制输入

图4 三角形编队实验

Fig.4 Triangle-like formation experiment

实验中,车式机器人的轴距为 $l = 1.9\text{m}$, 各控制器的参数为 $k_1 = 2.1$, $k_2 = 1.3$, 控制周期 $T = 50.0\text{ms}$.

仿真实验1中,3个机器人从初始位置,先完成三角形编队,然后保持队形做直线运动.机器人的初始位置和编队运动轨迹如图4(a)所示,跟随机器人 R_2, R_3 的编队参数分别为 $(6.0, -\pi/4)$, $(6.0, \pi/4)$, R_2, R_3 迅速完成编队,并以较小误差保持队形.跟随机器人跟踪的位置误差 $p_e = \sqrt{x_e^2 + y_e^2}$, 角度误差

θ_e 如图 4(b) 所示, 由于跟随机器人配置位姿远离起始位姿, 会有较大的初始误差. 各机器人的后轮速度控制量 v 、前轮转向角速度控制量 ω 如图 4(c) 所示. 在该实验中, R_1 的后轮速度和前轮转向角速度均为常量, 稳态时, 各机器人的速度都相同, 跟随机器人的跟踪性能稳定.

仿真实验 2 中, 3 个机器人从初始位置, 先完成线形编队, 然后保持队形做类正弦形运动. 各机器人的初始位置和编队轨迹如图 5(a) 所示, 跟随机器人 R_2, R_3 编队参数分别为 $(5.0, \pi/2), (5.0, -\pi/2)$. R_2, R_3 的位置误差和角度误差如图 5(b) 所示.

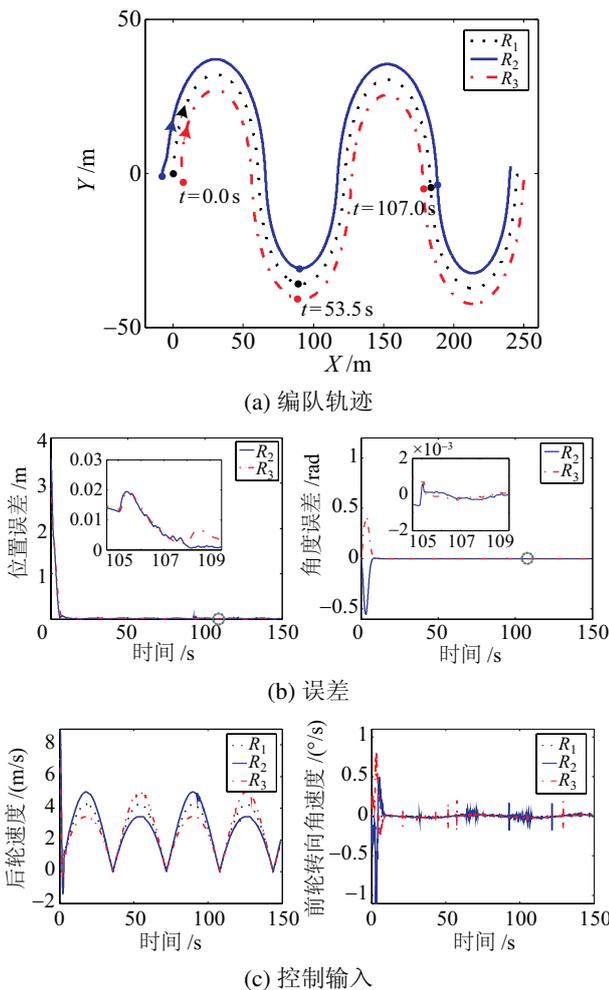


图 5 线形编队实验

Fig.5 line-like formation experiment

各机器人的控制输入如图 5(c) 所示. 在该实验中, 机器人 R_1 的后轮前进速度和前轮转向角速度都是时变的, 但可以看出机器人 R_2, R_3 跟踪误差仍然很小, 跟踪性能稳定, 稳态时, 当 R_2, R_3 在 R_1 前进方向外侧时, 后轮前进速度较大, 在前进方向内侧时较小, 各机器人的前轮转向角速度基本相同.

仿真实验 3 中, 各机器人的初始位置和编队运

动轨迹如图 6(a) 所示, 以 R_1 为坐标原点的行星轨迹如图 6(b) 所示. 机器人 R_1 做圆周运动 (曲线方程: $(x_1 - 91.6)^2 + y_1^2 = 91.6^2$), 机器人 R_2, R_3 分别以固定半径围绕 R_1 做顺时针 (曲线方程: $(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = 5.5^2$) 和逆时针 (曲线方程: $(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2 = 11.0^2$) 运动.

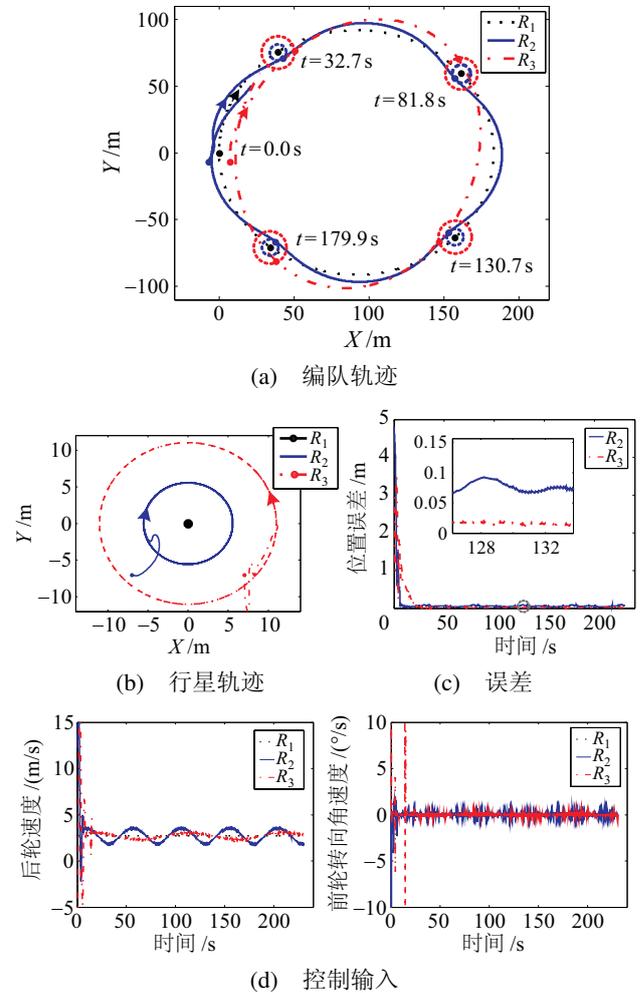


图 6 行星编队实验

Fig.6 Planetary formation experiment

机器人 R_1 行驶 1 圈, R_2, R_3 分别绕 R_1 公转 4 圈和 2 圈, R_2 和 R_3 的公转角速度分别为 $7.2^\circ/s$ 和 $3.6^\circ/s$. 由于跟随机器人期望角度不断变换, 在该实验中不讨论角度误差, 机器人的位置误差如图 6(c) 所示, 机器人 R_2 的位置误差略大于 R_3 . 各机器人的控制输入如图 6(d) 所示, 机器人 R_2 的后轮前进速度变化幅度和频率都要高于 R_3 . 由实验结果可知该控制器可以实现行星编队. 行星编队用于队形变换可以有效防止变换过程中机器人间的冲突, 对于提高队形变换的平滑性和稳定性有帮助, 另外行星编队也可以应用于一些特定的多机器人任务中, 如未知环境探索以及目标监控和守护等, 可以有效减少完

成任务所需的机器人数目。

5 结论 (Conclusion)

本文通过对车式移动机器人编队控制问题的研究,提出了一种动态编队控制方法。首先,运用领航-跟随法构造出虚拟机器人,将编队控制问题分解为控制领航机器人和实现跟随机器人对虚拟机器人的轨迹跟踪。然后,利用反步法和李亚普诺夫理论,设计跟随机器人的轨迹跟踪控制器。最后,通过仿真实验可知跟随机器人能快速形成编队,并以很小的误差保持队形做直线和曲线运动,也能以固定半径围绕领航机器人做行星运动,说明跟随机器人能够以任意位姿与领航机器人完成编队,该控制器不仅适用静态队形,也可用于动态队形,验证了本文所提方法的有效性。下一步还需要研究在起伏地形和有障碍物环境下多机器人如何精确保持队形并避障和机器人间通信故障和模型不确定性对编队性能的影响等。

参考文献 (References)

- [1] Farinelli A, Locchi L, Nardi D. Multirobot systems: A classification focused on coordination[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2004, 34(5): 2015-2028.
- [2] Balch T, Arkin R C. Behavior-based formation control for multirobot teams[J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1998, 14(6): 926-939.
- [3] Lawton J R T, Beard R W, Young B J. A decentralized approach to formation maneuvers[J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 2003, 19(6): 933-941.
- [4] 杨帆, 刘士荣, 董德国. 编队控制中的机器人行为与基于服务的运动行为结构设计 [J]. *机器人*, 2012, 34(1): 120-128.
Yang F, Liu S R, Dong D G. Robot behavior and service-based motion behavior structure design in formation control[J]. *Robot*, 2012, 34(1): 120-128.
- [5] 宋敏, 魏瑞轩, 沈东, 等. 基于非线性动态逆的无人机编队协同控制 [J]. *控制与决策*, 2011, 26(3): 448-452.
Song M, Wei R X, Shen D, et al. UAV formation control based on nonlinear dynamic inversion[J]. *Control and Decision*, 2011, 26(3): 448-452.
- [6] 李少斌, 陈炎财, 杨忠, 等. 具有通信延迟的多无人机编队飞行控制 [J]. *信息与控制*, 2012, 41(2): 142-146.
Li S B, Chen Y C, Yang Z, et al. Formation flight control of multi-UAVs with communication delay[J]. *Information and Control*, 2012, 41(2): 142-146.
- [7] Wang Y, Yan W, Li J. Passivity-based formation control of autonomous underwater vehicles[J]. *IET Control Theory and Applications*, 2012, 6(4): 518-525.
- [8] Wei R, Sorensen N. Distributed coordination architecture for multi-robot formation control[J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2008, 56(4): 324-333.
- [9] Ghommam J, Mehrjerdi H, Saad M, et al. Formation path following control of unicycle-type mobile robots[J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2010, 58(5): 727-736.
- [10] Mehrjerdi H, Ghommam J, Saad M. Nonlinear coordination control for a group of mobile robots using a virtual structure[J]. *Mechatronics*, 2011, 21(7): 1147-1155.
- [11] Consolini L, Morbidi F, Prattichizzo D, et al. Leader-follower formation control of nonholonomic mobile robots with input constraints[J]. *Automatica*, 2008, 44(5): 1343-1349.
- [12] Shao J, Xie G, Wang L. Leader-following formation control of multiple mobile vehicles[J]. *IET Control Theory and Applications*, 2007, 1(2): 545-552.
- [13] 杨丽, 曹志强, 谭民. 不确定环境下多机器人的动态编队控制 [J]. *机器人*, 2010, 32(2): 283-288.
Yang L, Cao Z Q, Tan M. Dynamic formation control for multiple robots in uncertain environments[J]. *Robot*, 2010, 32(2): 283-288.
- [14] 曹政才, 赵应涛, 付宜利. 车式移动机器人轨迹跟踪控制方法 [J]. *电子学报*, 2012, 40(4): 632-635.
Cao Z C, Zhao Y T, Fu Y L. Trajectory tracking control approach of a car-like mobile robot[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2012, 40(4): 632-635.
- [15] Jiang Z P, Nijmeijer H. A recursive technique for tracking control of nonholonomic systems in chained form[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1999, 44(2): 265-279.
- [16] Kumar U, Sukavanam N. Backstepping based trajectory tracking control of a four wheeled mobile robot[J]. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2008, 5(4): 403-410.
- [17] 李胜, 马国梁, 胡维礼. 基于 Backstepping 方法的车式移动机器人轨迹追踪控制 [J]. *东南大学学报: 自然科学版*, 2005, 35(2): 248-252.
Li S, Ma G L, Hu W L. Tracking control of car-like mobile robot based on backstepping[J]. *Journal of Southeast University: Natural Science Edition*, 2005, 35(2): 248-252.
- [18] Michael N, Fink J, Kumar V. Experimental testbed for large multirobot teams[J]. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 2008, 15(1): 53-61.

作者简介:

张瑞雷 (1985-), 男, 博士研究生. 研究领域: 机器人智能控制, 多机器人协调控制等。

李 胜 (1976-), 男, 博士, 副教授. 研究领域: 非线性控制系统, 机器人控制系统, 欠驱动控制系统等。

陈庆伟 (1963-), 男, 博士, 教授. 研究领域: 智能控制与智能系统, 高精度轨迹跟踪系统。