DOI: 10.13973/j.cnki.robot.240113 CSTR: 32165.14.robot.240113

基于观测偏差校正的无人地面车级联自抗扰跟踪策略

赵辰阳1,2,李宝全1,2,朱常富1,2,张雪波3,4

(1. 天津工业大学控制科学与工程学院,天津 300387; 2. 天津市自主智能技术与系统重点实验室,天津 300387;
3. 南开大学机器人与自动信息系统研究所,天津 300071; 4. 天津市智能机器人重点实验室,天津 300071)

摘 要: 无人地面车辆(UGV)在复杂外部环境下难以保持其良好的动态性能。为此,本文提出了级联形式 的偏差校正自抗扰控制策略,通过提高观测器对扰动的估计精度来增强 UGV 控制系统的扰动抑制能力。首先,将 广义外部扰动与系统内部扰动重构为总扰动,并设置校正项以扩展初级扰动观测器的观测阶次。之后,为提高观 测精度,在次级扰动观测器中对未被及时观测出的扰动残余值进行估计。基于反馈线性化理论,设计了包含总扰 动估计值的轨迹跟踪控制律,从而提高 UGV 的轨迹跟踪误差收敛速度和跟踪精度。为了提高控制器对不同 UGV 模型的适应性,针对控制器关键参数与闭环模型的对应关系设计了参数配置规则。通过理论分析证明了系统的稳 定性和抗扰性能,并在多种情况下进行对比实验以测试所提方法的性能。实验结果表明,所提策略可有效改善 UGV 在不确定环境下的轨迹跟踪效果。

关键词:无人地面车辆;轨迹跟踪;级联扩张状态观测器;偏差校正

Observation Bias Rectification-based Cascaded Active Disturbance Rejection Tracking Strategy for Unmanned Ground Vehicle

ZHAO Chenyang^{1,2}, LI Baoquan^{1,2}, ZHU Changfu^{1,2}, ZHANG Xuebo^{3,4}

(1. School of Control Science and Engineering, Tiangong University, Tianjin 300387, China;

Tianjin Key Laboratory of Autonomous Intelligence Technology and Systems, Tianjin 300387, China;
 Institute of Robotics and Automatic Information Systems, Nankai University, Tianjin 300071, China;

4. Tianjin Key Laboratory of Intelligent Robotics, Tianjin 300071, China)

Abstract: It is difficult for unmanned ground vehicle (UGV) to maintain good dynamic performance in complex external environments. For this problem, a bias rectification-based cascaded active disturbance rejection control (ADRC) strategy is proposed, which enhances the disturbance suppression performance of UGV control system by improving disturbance estimation accuracy of the observer. Firstly, generalized external disturbance and system internal disturbance are reconstructed as total disturbance, and rectification items are set to expand observation order of the primary disturbance observer. Then, residual disturbance unobserved in time is estimated in the secondary disturbance observer, to improve the observation accuracy. Based on feedback linearization theories, a trajectory tracking control law containing total disturbance estimation is designed, so as to improve the tracking error convergence speed and tracking accuracy of UGV. To improve controller adaptability to different UGV models, a parameter configuration strategy is designed according to correspondence between controller key parameters and the closed-loop model. Stability and anti-disturbance performance of the UGV system are demonstrated by theoretical analysis, and comparative experiments are conducted to test the performance of the proposed control method in various situations. The experimental results show that the proposed strategy can effectively improve the trajectory tracking effect of UGV in uncertain environments.

Keywords: unmanned ground vehicle; trajectory tracking; cascaded extended state observer; bias rectification

随着传感器和车载计算机的性能提升及自动化 技术的不断发展,无人地面车辆(UGV)的高性能 自主控制引起了研究人员的广泛关注^[1-4]。UGV 自 主控制的关键技术主要包括车辆定位与建图、路径 规划、车辆跟踪控制等^[5]。通过视觉传感器可实现 车辆定位和建图^[6-7],之后进行全局路径和局部轨 迹规划,并将规划结果提供给跟踪控制器^[8]。UGV 轨迹跟踪控制一般分为纵向控制与横向控制^[9],纵 向控制通过车辆驱动系统使 UGV 以期望线速度运 动^[10],横向控制通过车辆前轮转角控制车辆偏航角 和横向位移以实现轨迹跟踪^[11]。由于车辆模型不确 定性、侧向运动约束、外界干扰等因素的影响,设

基金项目:国家自然科学基金(62473282,62303349,62203326).

通信作者: 李宝全, libq@tiangong.edu.cn 收稿/录用/修回: 2024-05-20/2024-11-15/2024-11-19

计高精度的 UGV 轨迹跟踪控制器成为机器人自动 控制领域的研究难点^[12]。

常规的线性二次型调节器(LQR)能够实现典型场景下 UGV 的轨迹跟踪^[13],但在外部扰动与不确定因素同时存在时难以保证系统的鲁棒性。为此,文[14]提出了基于 LQR 的频率整形控制策略,该方法提高了线性 UGV 模型在参数不确定条件下的系统鲁棒性和跟踪精度。针对非线性 UGV 模型,Li等^[15]提出了一种迭代 LQR 方法(iLQR)以快速求解最优控制量。基于车辆初步避障运动规划,文 [16]在 iLQR 控制器的基础上设计了可添加避碰约束的 CiLQR(constrained iLQR)控制器,以解决非 凸避碰的最优控制问题。

在此基础上,为了提高外部扰动下的轨迹跟 踪精度,研究人员对鲁棒控制方式进行了大量研 究^[17]。文[18]提出了一种滑模控制(SMC)方法, 通过设计合适的滑模面和自适应律实现了 UGV 控 制。与 iLOR 相比, SMC 方法通过降低 UGV 的动 态阶数提高了系统可控性。不过, SMC 固有的抖 振问题导致 UGV 在复杂情况下跟踪精度不佳^[19]。 为了解决抖振问题, 文 [20] 设计了一种超螺旋滑 模控制器,通过使输入量与输出量保持连续来抑制 抖振,但这种方式降低了控制器的鲁棒性。此外, 结合自适应策略的反步控制器也在 UGV 控制中得 到了广泛应用[21-23]。文 [22] 通过设计自适应估计 规则解决了参数不确定的问题,并在保证系统稳定 性的前提下使跟踪误差收敛至 0。不过,参数估计 规则较依赖于车辆模型,且其收敛速度较大影响了 UGV 控制器的暂态性能。

自抗扰控制(ADRC)具有易于实现和鲁棒性 强的特点,近年来已应用于UGV控制^[24]。一方面, 利用预测补偿策略对整体扰动进行预估,例如使 用 Smith 预估补偿算法获得近似无延迟的输出反馈 量^[25],但该模式在参数整定时需要大量的实验数 据。另一方面,对低阶 ADRC 进行调整能使其适配 高阶被控对象,这种 ADRC 结构简单并易于实际使 用。文 [26]设计了两阶段 ADRC 控制策略,建立 切换式纵向一横向半耦合模型,提高了系统抗噪声 以及补偿扰动的能力。文 [27]根据微分平坦理论实 现了动态模型的线性化,并保证了控制精度。在文 [27]建立的线性化模型基础上,文 [28]使用指数逼 近的非奇异终端滑模控制策略来提升系统的动态抗 扰性能。上述方法将总扰动视为单一变量扰动进行 观测,导致总扰动估计阶次不完整。

为了进一步提高 UGV 系统的轨迹跟踪精度

和鲁棒性,本文基于 UGV 动态特性和典型线性 ADRC (CLADRC),提出了级联观测下偏差校正 的 UGV 轨迹跟踪控制方法。首先针对 UGV 运行 过程中的复杂扰动,设计了级联形式的扩张状态观 测器 (ESO)。其中根据总扰动特性,在初级 ESO 中设计校正项并扩展扰动观测阶次,以重构扰动 观测结果。之后,将结果输入次级 ESO,以高精 度地补偿复杂高阶扰动。然后,基于微分前馈策 略,设计了具有观测偏差校正的自抗扰控制方法 (OBR-ADRC),以提高 UGV 跟踪给定轨迹时的控 制效果。利用李雅普诺夫理论证明了渐近稳定性, 并给出稳定域边界。此外,设计了参数整定方法, 以增强控制器对于不同 UGV 模型的适应性。最后 开展了多项对比实验,验证了所提 OBR-ADRC 方 法的跟踪精度和鲁棒性。

车辆模型及典型控制策略(Vehicle model and typical control strategy)

1.1 UGV 运动学模型

在运动学模型中,车辆前后轮分别等效放置于 车轴中点。前轮用于调节转向,后轮保持固定,轴 间距为 L。车辆仅做平面运动且遵循非完整性约束, 如图 1 所示。后轴中点 $P_c(x^w(t), y^w(t))$ 表示世界坐 标系下的车辆位置,车辆航向角为 $\varphi(t)$ 。纵向速度 和横向速度分别为 $v_x(t)$ 和 $v_y(t)$ 。



图 1 UGV 运动学模型 Fig.1 The kinematic model of a UGV

横向投影 P_c 到参考轨迹上得到参考点 P_r , P_r 处的纵向速度为 $v_r(t)$ 。为了更直观地分析 UGV 的横向控制效果,将纵向速度 $v_x(t)$ 设为恒值 v_r 。 P_r 处的航向角表示为 $\varphi_r(t)$, P_r 和 P_c 之间的横向偏移误差表示为 $e_v(t)$,对其定义求导可得其动态方程:

$$\dot{e}_{y}(t) = v_{x}(t)\sin\left(\varphi(t) - \varphi_{r}(t)\right) - v_{y}(t)$$
(1)

假设车辆运动时轮胎与地面无滑移角,根据车辆瞬时旋转中心 O'得到转向半径 R,进而得到车辆的前轮转向角 $\delta(t)$ 和 R之间的关系。之后可得航向角 $\varphi(t)$ 与前轮转向角 $\delta(t)$ 关系为

$$\dot{\boldsymbol{\phi}}(t) = v_x(t)/R = v_x(t)\tan\delta(t)/L \tag{2}$$

航向角跟踪误差定义为 $\varphi_{e}(t) = \varphi(t) - \varphi_{r}(t)$ 。 对于较小的 $\varphi(t)$ 和 $\delta(t)$,存在 $\sin \varphi(t) \approx \varphi(t)$ 和 $\tan \delta(t) \approx \delta(t)$ 。结合式 (1) 和式 (2) 可得车辆模型为

$$\begin{cases} \dot{e}_{y}(t) = v_{x}(t)\varphi_{e}(t) - v_{y}(t) \\ \dot{\varphi}_{e}(t) = v_{x}(t)\delta(t)/L - \dot{\varphi}_{r}(t) \end{cases}$$
(3)

 $\dot{e}_{y}(t)$ 和 $\dot{\varphi}_{e}(t)$ 的实际输出存在滞后,这对 $\delta(t)$ 的控制带来滞后性影响。为此,引入微分前馈以补偿 $\delta(t)^{[29]}$,记补偿后的前轮转向角为 $\bar{\delta}(t)$,则最终的 状态方程为

$$\begin{cases} \dot{e}_{y}(t) = v_{x}(t)\varphi_{e}(t) - v_{y}(t) \\ \dot{\varphi}_{e}(t) = v_{x}(t)\delta(t)/L - \dot{\varphi}_{r}(t) \\ \bar{\delta}(t) = \delta(t) + a \cdot D(\delta) \end{cases}$$
(4)

式中 $D(\delta)$ 为微分前馈补偿函数,a为补偿系数。

1.2 CLADRC 控制策略

在 CLADRC 框架中,将模型的不准确分量和 未考虑的高阶分量引入式 (4),从而得到标准被控 对象方程:

$$\ddot{y}(t) = g(y(t), \dot{y}(t), h(t)) + b_0 u(t) + (b - b_0) u(t) - (v_r \dot{\varphi}_r(t) + \dot{v}_v(t))$$
(5)

式中 y(t) 为 UGV 系统的横向误差输出量,u(t) 为 系统控制输入量,h(t) 为系统外部扰动,积分函数 $g(\cdot)$ 表示状态变量之间的非线性耦合关系。控制增 益表示为 b,由于现有观测器无法准确观测扰动, 因此只能用已知部分 b_0 对其进行估计。将未知部分 $(b-b_0)u(t)$ 视为由系统建模偏差引起的内部扰动。

CLADRC 策略将不确定 UGV 系统变换为确定 的 2 阶积分串联结构,并将高阶分量 $g(\cdot)$ 视为总扰 动的一部分。因此系统中所有非理想分量可定义为 总扰动函数 f(t):

$$f(t) = g(y(t), \dot{y}(t), h(t)) - v_{\rm r} \dot{\varphi}_{\rm r}(t) - \dot{v}_{\rm y}(t) + (b - b_0)u(t)$$
(6)

将式(6)代入式(5)可以得到简化后的UGV模型:

$$\ddot{\mathbf{y}}(t) = f(t) + b_0 u(t) \tag{7}$$

在 CLADRC 框架中,为了设计典型线性扩张 状态观测器 (CLESO),定义系统状态变量为

$$x_1(t) = e_y(t) = y(t), \quad x_2(t) = v_x \varphi_e(t) - v_y(t)$$
 (8)

另外将系统广义总扰动 *f*(*t*) 记为扩张的高阶维度 *x*₃(*t*), 且 *f*(*t*) 可导。则针对原 2 阶系统 (7) 可设置 如下的扩张状态观测器:

$$\begin{bmatrix}
\dot{x}_{1}(t) \\
\dot{x}_{2}(t) \\
\dot{x}_{3}(t)
\end{bmatrix} =
\begin{bmatrix}
0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\hat{x}_{1}(t) \\
\hat{x}_{2}(t) \\
\dot{x}_{3}(t)
\end{bmatrix} +
\begin{bmatrix}
0 \\
b_{0} \\
0
\end{bmatrix} u(t) +
\begin{bmatrix}
0 \\
b_{0} \\
0
\end{bmatrix}
u(t) +
\begin{bmatrix}
1 \\
0 \\
0
\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{i} \cdot (y(t) - \hat{x}_{1}(t)) \\
y(t) = \underbrace{[1 \quad 0 \quad 0]} \hat{\mathbf{x}}(t)$$
(9)

其中常系数 $b_0 = v_x^2/L$, $l = [l_1, l_2, l_3]^T$ 为观测器的增 益向量。控制量 u(t) 为补偿后的前轮转向角, $u(t) = \overline{\delta}(t)$ 。

参考轨迹信号为 $y_r(t)$, 控制律 u(t) 可构造为

$$u(t) = b_0^{-1} \Big[\underbrace{k_p(y_r(t) - \hat{x}_1(t))}_{u_p(t)} + \underbrace{k_d(\dot{y}_r(t) - \hat{x}_2(t))}_{u_q(t)} - \hat{x}_3(t) \Big]$$
(10)

其中 *u*_p(*t*) 和 *u*_d(*t*) 分别为比例和微分反馈控制量, *k*_p 和 *k*_d 为控制律增益。因此在 CLESO 收敛的前提 下,由式 (5)~(9) 可得

$$\ddot{y}(t) = f(t) - \hat{x}_3(t) + k_p e_r(t) + k_d \dot{e}_r(t) \approx u_p(t) + u_d(t)$$
(11)

可知对于简单低阶扰动, CLESO 依靠观测通道 $\hat{x}_3(t)$ 和控制律实现对总扰动 f(t) 的观测和补偿。

观测误差记为 $\tilde{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t)$, 轨迹跟踪误差 记为 $e_{r}(t) = y_{r}(t) - x_{1}(t)$, 可推得 $e_{r}(t)$ 的动态方程为

$$\ddot{e}_{\rm r}(t) = \ddot{y}_{\rm r}(t) + \dot{f}(t) - f(t) - k_{\rm p} \big(e_{\rm r}(t) + \tilde{x}_{\rm 1}(t) \big) - k_{\rm d} \big(\dot{e}_{\rm r}(t) + \dot{\tilde{x}}_{\rm 1}(t) \big)$$
(12)

其中 $\hat{f}(t)$ 为总扰动 f(t) 的观测量, $\tilde{x}_1(t)$ 为 $\tilde{x}(t)$ 中的 1 阶状态变量。对式 (12) 进行拉氏变换, 可得 s 域的轨迹跟踪误差 $E_r(s)$ 为

$$E_{\rm r}(s) = \frac{s^2 Y_{\rm r}(s) + \hat{F}(s) - F(s) + (k_{\rm p} + k_{\rm d}s)\tilde{X}_1(s)}{s^2 + k_{\rm d}s + k_{\rm p}}$$
(13)

由式 (13) 可知,除可控量 $s^2 + k_d s + k_p$ 以外, CLADRC 控制器的轨迹跟踪误差中还包含 3 个不 可控分量:参考轨迹的高阶微分量 $s^2Y_r(s)$ 、总扰动的观测偏差量 $\hat{F}(s) - F(s)$ 、不确定的模型偏差量 $(k_p + k_d s) \tilde{X}_1(s)$ 。因此需要校正其 ESO 的不可控观测成分,以提升 UGV 轨迹跟踪精度和鲁棒性。

2 观测器和控制器设计(Design of the observer and controller)

2.1 级联 ESO 的设计

在 UGV 运动过程中存在多变量耦合的高阶未 知扰动,而且低阶 CLESO 对扰动的观测准确性较 低^[30]。为此,本文基于两个 ESO 设计级联型观测 器 (OBR-ESO),以增强扰动观测能力。具体设计 步骤如下:

步骤 1: 初级观测器 ESO1 的设计

在 CLESO 中式 (9) 的基础上,设计初级 4 阶观 测器 ESO1 为

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_{1}(t) \\ \hat{x}_{2}(t) \\ \hat{x}'_{3}(t) \\ \hat{x}'_{4}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}' - \mathbf{l}_{1} \mathbf{c}' \end{bmatrix} \underbrace{ \begin{bmatrix} \hat{x}_{1}(t) \\ \hat{x}_{2}(t) \\ \hat{x}'_{3}(t) \\ \hat{x}'_{4}(t) \end{bmatrix}}_{\hat{\mathbf{x}}(t)} + \begin{bmatrix} \mathbf{b}' & \mathbf{l}_{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(t) \\ y(t) \end{bmatrix}$$
(14)

其中 $\dot{\mathbf{x}}(t)$ 和 $\hat{\mathbf{x}}(t)$ 分别为 $\dot{\mathbf{x}}(t)$ 和 $\mathbf{x}(t)$ 的重构向量,增 益向量 $\mathbf{l}_1 = [l_{11} \ l_{12} \ l_{13} \ l_{14}]^{\mathrm{T}}, \mathbf{A}'$ 为观测矩阵, \mathbf{b}' 为 控制向量, \mathbf{c}' 为输出向量:

$$\boldsymbol{A}' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -m/T_1 & -1/T_1 \end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{b}' = [\boldsymbol{b}^{\mathrm{T}} \quad 0]^{\mathrm{T}}$$
$$\boldsymbol{c}' = [\boldsymbol{c} \quad 0]$$

ESO1 在观测矩阵 **A**['] 中设置了校正项 $-m/T_1$ 和 $-1/T_1$, 其中 *m* 为校正增益, T_1 为时间常数。与式 (9) 中的 CLESO 相比,本文将 1 阶扰动观测通道 $\hat{x}_3(t)$ 扩展至 2 阶 ($\hat{x}_3(t), \hat{x}_4(t)$),以提高扰动初步观测 的准确度。

步骤 2: 次级观测器 ESO2 的设计

将 ESO1 中未能观测到的复杂扰动残余部分由 ESO2 进行观测。在观测器 (14) 的基础上,将总扰 动的初始观测值 $\hat{x}_4(t)$ 作为已知量,输入到次级观测 器 ESO2 中。将 ESO1 的输出量 $\hat{x}_1(t)$ 设置为 ESO2 的状态反馈量,以准确观测扰动残余值。将次级 3 阶观测器 ESO2 的状态空间表达式设计为

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{n}}_{1}(t) \\ \dot{\hat{n}}_{2}(t) \\ \dot{\hat{n}}_{3}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{l}_{2}\mathbf{c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{n}_{1}(t) \\ \hat{n}_{2}(t) \\ \hat{n}_{3}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{u}(t) \\ \hat{x}_{1}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{x}'_{4}(t) \\ 0 \end{bmatrix}$$
(15)

其中 $\hat{n}_3(t)$ 为扰动残余观测值, $l_2 = [l_{21} \ l_{22} \ l_{23}]^T$ 表 示增益向量。观测值 $\hat{n}_3(t)$ 与扰动观测初始量 $\hat{x}_4(t)$ 相加后作为总扰动 f(t) 的观测值,并输入至后续控 制律。根据观测器 (14) 和 (15) 的性质,可知 ESO2 输出量 $\hat{n}_1(t)$ 收敛于 ESO1 输出量 $\hat{x}_1(t)$,并进一步 收敛于 UGV 的输出量 y(t)。

2.2 控制器设计

基于级联观测器的输出,将 UGV 轨迹跟踪控制律设计为

$$\begin{cases} u_0(t) = k_p(r(t) - \hat{x}_1(t)) + k_d(\dot{r}(t) - \hat{x}_2(t)) \\ u(t) = b_0^{-1} (u_0(t) - \hat{x}'_4(t) - \hat{n}_3(t)) \end{cases}$$
(16)

本文设计的 OBR-ADRC 结构如图 2 所示,其中式 (16) 对应于控制律模块。初级 ESO1 与次级 ESO2 模块分别表示了观测器 (14) 和 (15),并且描述了 $\hat{x}_4(t)$ 和 $\hat{n}_3(t)$ 重构总扰动的过程。微分跟踪器模块 (TD) 用于滤波和过渡 UGV 的期望轨迹。

为了保证式 (14) 和 (15) 的收敛性, 需合理配 置增益向量 l_1 和 l_2 , 以使 $A' - l_1c'$ 与 $A - l_2c$ 均为 Hurwitz 矩阵。利用带宽法将级联 ESO 的闭环极点 均配置于观测器带宽 ω_0 处, 配置规则设定为

$$\begin{vmatrix} s\mathbf{I} - (\mathbf{A}' - \mathbf{l}_1 \mathbf{c}') \end{vmatrix} = (s + \omega_0)^4 \begin{vmatrix} s\mathbf{I} - (\mathbf{A} - \mathbf{l}_2 \mathbf{c}) \end{vmatrix} = (s + \omega_0)^3$$
(17)

取 $T_1 = \omega_0^{-1}$,可解得对应参数:

$$\mathbf{l}_{1} = [l_{11} \ l_{12} \ l_{13} \ l_{14}]^{\mathrm{T}} = [3\omega_{\mathrm{o}} \ 3\omega_{\mathrm{o}}^{2} \ \omega_{\mathrm{o}}^{3} \ mT_{2}\omega_{\mathrm{o}}^{2}]^{\mathrm{T}}$$

$$\mathbf{l}_{2} = [l_{21} \ l_{22} \ l_{23}]^{\mathrm{T}} = [3\omega_{\mathrm{o}} \ 3\omega_{\mathrm{o}}^{2} \ \omega_{\mathrm{o}}^{3}]^{\mathrm{T}}$$

$$(18)$$

其中T₂为时间常数。

将控制器的极点设置于控制器带宽 *ω* 处,可 得控制器增益为

$$k_{\rm p} = \omega_{\rm c}^2, \quad k_{\rm d} = 2\xi\,\omega_{\rm c} \tag{19}$$

为兼顾控制器的阻尼特性和动态性能,式中阻尼比 设置为 $\xi = 1$ ^[30]。因此,控制器的参数配置问题可 简化为选取观测器带宽 ω_0 和控制器带宽 ω_c 。

2.3 观测器偏差动态方程

根据所设计的观测器结构,记 ESO1 的观测偏差为



图 2 OBR-ADRC 方法的结构示意图 Fig.2 Illustration of the OBR-ADRC structure

$$\begin{cases} \tilde{x}_{1}(t) = x_{1}(t) - \hat{x}_{1}(t) \\ \tilde{x}_{2}(t) = x_{2}(t) - \hat{x}_{2}(t) \\ \tilde{x}_{3}(t) = x_{3}(t) - (\hat{x}'_{3}(t) + \hat{x}'_{4}(t)) \end{cases}$$
(20)

将式 (20) 代入式 (14), 可得

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_{1}(t) = -l_{11}\tilde{x}_{1}(t) + \tilde{x}_{2}(t) \\ \dot{\tilde{x}}_{2}(t) = -l_{12}\tilde{x}_{1}(t) + \tilde{x}_{3}(t) \\ \dot{\tilde{x}}_{3}(t) = (l_{14} - l_{13})\tilde{x}_{1}(t) + w(t) \end{cases}$$
(21)

其中 $w(t) = \dot{f}(t) + m \dot{x}_3(t) / T_1 + \dot{x}_4(t) / T_1$ 为高阶扰动 观测值。将设计的参数 (18) 代入式 (21),可得系统 状态偏差的动态方程为

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_{1}(t) \\ \dot{x}_{2}(t) \\ \dot{x}_{3}(t) \end{bmatrix}}_{\dot{x}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} -3\omega_{0} & 1 & 0 \\ -3\omega_{0}^{2} & 0 & 1 \\ -\omega_{0}^{3} + mT_{2}\omega_{0}^{2} & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\dot{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{x}_{1}(t) \\ \tilde{x}_{2}(t) \\ \tilde{x}_{3}(t) \end{bmatrix}}_{\dot{x}(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{b}_{3}} w(t)$$
(22)

通过选择适当的 ω_0 和 T_2 可使 \tilde{A} 成为Hurwitz矩阵, 进而存在正定矩阵P和Q使得 $\tilde{A}^TP + P\tilde{A} = -Q_0$

以式 (20)~(22) 相同的方式对 ESO2 进行分析, 可得 ESO2 观测偏差的动态方程为

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\tilde{n}}_{1}(t) \\ \dot{\tilde{n}}_{2}(t) \\ \dot{\tilde{n}}_{3}(t) \end{bmatrix}}_{\hat{\tilde{n}}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} -3\omega_{0} & 1 & 0 \\ -3\omega_{0}^{2} & 0 & 1 \\ -\omega_{0}^{3} & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{E} \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{n}_{1}(t) \\ \tilde{n}_{2}(t) \\ \tilde{n}_{3}(t) \end{bmatrix}}_{\hat{\tilde{n}}(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{b_{3}} w(t) \quad (23)$$

通过选择适当的 ω_{o} 可使E成为Hurwitz矩阵,此时存在正定矩阵P'和Q'使 $E^{T}P'+P'E = -Q'$ 。

3 观测器和控制器性能分析(Performance analysis on the observer and controller)

3.1 观测器稳定性分析

定理1 针对观测器 (14),存在标量 $\tau_{s1} = 4\bar{w}^2 \cdot \lambda_2^2(\boldsymbol{P})\lambda_1^{-2}(\boldsymbol{Q})\boldsymbol{b}_3^T\boldsymbol{P}\boldsymbol{b}_3$ 和 $\eta_{s1} > \tau_{s1}$,使估计误差 $\tilde{\boldsymbol{x}}(t)$ 属 于集合 { $\tilde{\boldsymbol{x}}(t) \in \mathbb{R}^{n+1} | \tilde{\boldsymbol{x}}^T(t)\boldsymbol{P}\tilde{\boldsymbol{x}}(t) \leqslant \eta_{s1}$ },且 $\tilde{\boldsymbol{x}}(t)$ 最终 收敛至不变集 $\Omega_1 = \{\tilde{\boldsymbol{x}}(t) \in \mathbb{R}^{n+1} | \tilde{\boldsymbol{x}}^T(t)\boldsymbol{P}\tilde{\boldsymbol{x}}(t) \leqslant \tau_{s1}$ }。

证明 在观测器的设计中,使用 ESO2 对 ES-O1 与 UGV 模型复合而成的新系统进行扰动观测。 为了分析所设计级联结构的可行性,首先证明该复 合系统的能控性与能观性。由式 (9) 和 (14) 可得该 复合系统的状态和输出方程:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0}_{3 \times 4} \\ \mathbf{l}_{1}\mathbf{c} & \mathbf{A}' - \mathbf{l}_{1}\mathbf{c}' \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_{7}} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ \mathbf{b}' \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}_{7}} u(t) \\ y(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{c}' \end{bmatrix}}_{\mathbf{c}_{7}} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) \end{bmatrix}$$
(24)

其中 **A**₇, **b**₇, **c**₇ 分别为复合系统的系统矩阵、控制向量、输出向量。

由式 (24) 可知, **A**₇ 的分块维数满足 *n* = 2, 因 此系统能控性判别矩阵可构造为

$$\boldsymbol{S} = [\boldsymbol{b}_7 \ \boldsymbol{A}_7 \boldsymbol{b}_7 \ \cdots \ (\boldsymbol{A}_7)^{n-1} \boldsymbol{b}_7]$$
(25)

将 A₇ 和 b₇ 的具体形式代入式 (25) 中, 可得

rank
$$\boldsymbol{S} = \operatorname{rank} \begin{bmatrix} \boldsymbol{b} & \boldsymbol{A}\boldsymbol{b} \\ \boldsymbol{b}' & \boldsymbol{l}_1 \boldsymbol{c} \boldsymbol{b} + \boldsymbol{A}' \boldsymbol{b}' \end{bmatrix} = n$$
 (26)

因此可知该复合系统是能控的。由于 A_7 的分块维数为 n = 2,系统的能观性判别矩阵可构造为

$$\boldsymbol{M} = [\boldsymbol{c}_7^{\mathrm{T}} \ \boldsymbol{c}_7^{\mathrm{T}} \boldsymbol{A}_7 \ \cdots \ \boldsymbol{c}_7^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{A}_7)^{n-1}]$$
(27)

之后将 A7 和 c7 的具体形式代入可得

rank
$$\boldsymbol{M} = \operatorname{rank} \begin{bmatrix} \boldsymbol{0}_{1 \times 3} & \boldsymbol{c}' \\ \boldsymbol{l}_1 \boldsymbol{c} & \boldsymbol{A}' - \boldsymbol{l}_1 \boldsymbol{c}' \end{bmatrix} = n$$
 (28)

可知该复合系统内所有状态变量均可由输出完全反映。

在该复合系统能控且能观的基础上,设计李雅 普诺夫候选函数为 $V(t) = \tilde{\mathbf{x}}^{\mathsf{T}}(t) \boldsymbol{P} \tilde{\mathbf{x}}(t),$ 对其关于时 间求导并考虑式 (22) 可得

$$\dot{V}(t) = \tilde{\mathbf{x}}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{P}\tilde{\mathbf{x}}(t) + \tilde{\mathbf{x}}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{P}\tilde{\mathbf{x}}(t)$$
$$= \underbrace{-\tilde{\mathbf{x}}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{Q}\tilde{\mathbf{x}}(t)}_{\dot{V}_{1}(t)} + \underbrace{2\tilde{\mathbf{x}}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{P}\mathbf{b}_{3}w(t)}_{\dot{V}_{2}(t)}$$
(29)

以 $\lambda_1(P), \lambda_2(P), \lambda_1(Q), \lambda_2(Q)$ 表示 P 和 Q的特征值,则存在如下性质:

$$\begin{cases} \lambda_{1}(\boldsymbol{P})\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(t)\tilde{\boldsymbol{x}}(t) \leqslant \tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}\tilde{\boldsymbol{x}}(t) \leqslant \lambda_{2}(\boldsymbol{P})\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(t)\tilde{\boldsymbol{x}}(t) \\ \lambda_{1}(\boldsymbol{Q})\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(t)\tilde{\boldsymbol{x}}(t) \leqslant \tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{Q}\tilde{\boldsymbol{x}}(t) \leqslant \lambda_{2}(\boldsymbol{Q})\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(t)\tilde{\boldsymbol{x}}(t) \end{cases}$$

$$(30)$$

根据式 (30) 可得

$$\frac{\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}\tilde{\boldsymbol{x}}(t)}{\lambda_{2}(\boldsymbol{P})} \leqslant \frac{\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{Q}\tilde{\boldsymbol{x}}(t)}{\lambda_{1}(\boldsymbol{Q})}$$
(31)

因此 $\dot{V}(t)$ 的第一部分满足:

$$\dot{V}_{1}(t) = -\tilde{\mathbf{x}}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{Q}\tilde{\mathbf{x}}(t) \leqslant -V(t)\lambda_{1}(\boldsymbol{Q})/\lambda_{2}(\boldsymbol{P})$$
(32)

对于V(t)的第二部分,易知存在如下关系:

$$2\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}\boldsymbol{b}_{3}\boldsymbol{w}(t) \leqslant 2\bar{\boldsymbol{w}}\sqrt{\boldsymbol{b}_{3}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{b}_{3}}\sqrt{\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}\tilde{\boldsymbol{x}}(t)}$$
(33)

其中 w 为 w(t) 最大值。综合式 (32) 和式 (33),式 (29) 满足:

$$\dot{V}(t) \leqslant -\frac{\lambda_1(\boldsymbol{Q})}{\lambda_2(\boldsymbol{P})}V(t) + 2\bar{w}(t)\sqrt{\boldsymbol{b}_3^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{b}_3}\sqrt{V(t)} \quad (34)$$

由此可得, 使V(t) 正定且 $\dot{V}(t)$ 负定的稳定域为

$$\sqrt{\tau} - 2\bar{w}(t)\frac{\lambda_2(\boldsymbol{P})}{\lambda_1(\boldsymbol{Q})}\sqrt{\boldsymbol{b}_3^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{b}_3} > 0$$
(35)

对应的稳定域下界 T_{s1} 可写为

$$\boldsymbol{\tau}_{s1} = 4\bar{w}^2 \boldsymbol{\lambda}_2^2(\boldsymbol{P}) \boldsymbol{b}_3^{\mathrm{T}} \boldsymbol{P} \boldsymbol{b}_3 / \boldsymbol{\lambda}_1^2(\boldsymbol{Q})$$
(36)

同理,可求解得 ESO2 的稳定域下界 τ_{s2} 满足

$$\tau_{s2} = 4\bar{w}^2 \lambda_2^2(\boldsymbol{P}') \boldsymbol{b}_3^{\mathrm{T}} \boldsymbol{P} \boldsymbol{b}_3 / \lambda_1^2(\boldsymbol{Q}')$$
(37)

综上, 当观测误差在 $\Omega_1 = \{\tilde{\mathbf{x}}(t) \in \mathbb{R}^{n+1} | \tilde{\mathbf{x}}^{\mathsf{T}}(t) \times P\tilde{\mathbf{x}}(t) \leq \tau_{s1}\}$ 和 $\Omega_2 = \{\tilde{\mathbf{n}}(t) \in \mathbb{R}^{n+1} | \tilde{\mathbf{n}}^{\mathsf{T}}(t) P \tilde{\mathbf{n}}(t) < \tau_{s2}\}$ 的交集内时,可保证 OBR-ESO 的渐近稳定性。

3.2 OBR-ESO 总扰动观测过程分析

由式(6)~(9)可知,系统实际总扰动为

$$f(t) = g(\cdot) - \ddot{y}(t) + \dot{y}(t) + (b - b_0)u(t) = \ddot{y}(t) - b_0u(t)$$

对其进行拉氏变换可得

$$F(s) = s^2 Y(s) - b_0 U(s)$$
(38)

CLESO 对总扰动的估计值 $\hat{X}_{3}(s)$ 可等效由输出 量 Y(s) 和输入量 U(s) 表示:

$$\hat{X}_{3}(s) = \omega_{o}^{3} \left(s^{2} Y(s) - b_{0} U(s) \right) / (s + \omega_{o})^{3}$$
(39)

由式(14),可解得频域下的ESO1变量为

$$\begin{split} \hat{X}_{1}(s) &= [(1-s^{3})Y(s) + b_{0}sU(s)]/(s+\omega_{0})^{3} \\ \hat{X}_{2}(s) &= \frac{(3\omega_{0}^{2}s+\omega_{0}^{3})sY(s) + b_{0}(s+3\omega_{0})sU(s)}{(s+\omega_{0})^{3}} \\ \hat{X}'_{3}(s) &= (\omega_{0}^{3}s^{2}Y(s) - b_{0}\omega_{0}^{3}U(s))/(s+\omega_{0})^{3} \\ \hat{X}'_{4}(s) &= \frac{\omega_{0}^{4}ms^{2}(T_{2}s+1)Y(s) - \omega_{0}^{4}b_{0}m(T_{2}s+1)U(s)}{(s+\omega_{0})^{4}} \end{split}$$

$$\end{split}$$

$$\begin{aligned} (40)$$

由式(15)可解得频域下的ESO2变量为

$$\begin{cases} \hat{N}_{1}(s) = [(1-s^{3})\hat{X}_{1}(s) + b_{0}sU_{2}(s)]/(s+\omega_{0})^{3} \\ \hat{N}_{2}(s) = \frac{(3\omega_{0}^{2}s+\omega_{0}^{3})s\hat{X}_{1}(s) + b_{0}(s+3\omega_{0})sU_{2}(s)}{(s+\omega_{0})^{3}} \\ \hat{N}_{3}(s) = (\omega_{0}^{3}s^{2}\hat{X}_{1}(s) - \omega_{0}^{3}b_{0}U_{2}(s))/(s+\omega_{0})^{3} \end{cases}$$

$$(41)$$

结合式 (39)~(41),可分别求得 CLESO、级联 CLESO 以及所提 OBR-ESO 中的实际扰动值与扰动 估计值之间的传递函数 *G*₀(*s*)、*G*₁(*s*)、*G*₂(*s*):

$$\begin{cases} G_{0}(s) = \frac{\hat{X}_{3}(s)}{F(s)} = \frac{\omega_{0}^{3}}{(s + \omega_{0})^{3}} \\ G_{1}(s) = \frac{\hat{X}_{3}(s) + \hat{N}_{3}(s)}{F(s)} = \frac{2\omega_{0}^{3}}{(s + \omega_{0})^{3}} \\ G_{2}(s) = \frac{\hat{X}_{4}'(s) + \hat{N}_{3}(s)}{F(s)} = \frac{\omega_{0}^{3}(2(s + \omega_{0})^{3} - b_{0}\omega_{0}^{3})}{(s + \omega_{0})^{6}} \end{cases}$$

$$(42)$$

由式 (42) 可看出, 在 $\hat{x}_1(t)$ 对 y(t) 进行跟踪的过程 中,级联 CLESO 可被视为双重 CLESO 结构,传递 函数的增益是 CLESO 的 2 倍,因此有着更好的扰 动观测效果。而 OBR-ESO 通过扩展对 f(t) 的观测 阶次,增加了传递函数 G₂(s)中的固定零点和自由 极点,通过合理放置的零点可以改善观测器的收敛 效果,并获得预期的动态性能。这保证观测器在满 足观测要求的前提下,对内部噪声进行有效抑制。

结合式 (42),可绘制出当带宽 $\omega_{o} = 10$ rad/s 时观测器输出侧 Y(s) 对应的幅相曲线,见图 3。可以 看出,级联 CLESO 的快速性高于 CLESO。但是二 者的极点位置相同,导致其相频曲线相互重合,所 以级联 CLESO 的抗干扰性能等同于 CLESO。

本文的 OBR-ESO 通过设计新增零极点位置使 截止频率更高,进而提高观测器的快速性。同时将 相角裕度调节至适中的 56°;相较于所对比方法的 过大相角裕度 71°,可以获得更好的观测快速性, 从而提高了观测器的抗扰性能。





Fig.3 Phase-amplitude curves for disturbance observation by CLESO, cascaded CLESO, and OBR-ESO

3.3 外部扰动观测器鲁棒性分析

由式 (42) 可知, CLESO 和所提 OBR-ESO 中用 于描述扰动估计偏差的传递函数分别为

$$E_{1}(s) = \frac{F(s) - \hat{X}_{3}(s)}{F(s)} = \frac{s^{3} + 3\omega_{o}s^{2} + 3\omega_{o}^{2}s - 2\omega_{o}^{3}}{(s + \omega_{o})^{3}}$$
$$E_{2}(s) = [F(s) - (\hat{X}_{4}'(s) + \hat{N}_{3}(s))]/F(s)$$
$$= [(s^{3} + 3\omega_{o}s^{2} + 3\omega_{o}^{2}s - 2\omega_{o}^{3})^{2} + b_{0}\omega_{o}^{6}]/((s + \omega_{o})^{6})$$
(43)

选取不同外部扰动激励函数 f(t),对 CLESO 和 OBR-ESO 进行比较,观测误差表达式如表 1 所示。 表中 k 为扰动增益,多项式 $f_{en}(t) = k_{e0}t^0 + k_{e1}t^1 + \cdots + k_{en}t^n$, $n \leq 5$, k_{en} 为解算的参数。

从表 1 可知,当外部扰动 f(t)为阶跃函数或斜 坡函数时,OBR-ESO 可以有效观测扰动。而 CL-ESO 在外部扰动为斜坡函数时,会出现静态误差 $3k\omega_0^{-1}$,导致 UGV 持续偏离期望轨迹。当 $f(t) = kt^i$ $(i \ge 2)$ 时,两种观测器都会在扰动观测过程中出 现偏差。但是由于 OBR-ESO 扩展了高阶扰动观测 维度,所以对扰动观测的准确性更高,并且调节观 测器带宽 ω_0 可以减小扰动观测偏差。CLESO 的扰 动观测阶次为 1,无法及时补偿高阶时变扰动,因 此在 UGV 运行过程中 CLESO 对外部扰动的观测 误差持续增大,CLADRC 将导致车辆持续偏离期望 轨迹。因此在车辆运行过程中,OBR-ESO 相较于 CLESO 对扰动具有更准确的观测结果,有助于使 UGV 当前轨迹在短时间内与期望轨迹保持一致。

进一步,当扰动函数为 $f(t) = k \sin t$ 时,对 CLESO 和 OBR-ESO 分别在不同观测器带宽 ω_0 和 不同扰动增益 k 下绘制扰动响应表面,如图 4 所示。 可以看出,当 ω_0 增大或 k 减小时,两种观测器的 观测偏差范围会减小,因此可以通过选择合适的 ω_0 与 k 来提升观测器的抗扰性能。在 ω_0 和 k 保持不变 的前提下,OBR-ESO 对于扰动观测的响应表面更 平坦,即观测偏差更小。以上结果说明,OBR-ESO

f(t)	CLESO	OBR-ESO
k	$e^{-\omega_0 t} f_{e2}(t)$	$\mathrm{e}^{-\omega_{\mathrm{o}}t}f_{\mathrm{e}5}(t)$
kt	$\mathrm{e}^{-\omega_{\mathrm{o}}t}f_{\mathrm{e}2}(t)+3k\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{o}}^{-1}$	$\mathrm{e}^{-\omega_\mathrm{o} t} f_\mathrm{e5}(t)$
kt^2	$e^{-\omega_{o}t}f_{e2}(t) - 12k\omega_{o}^{-2} + 6k\omega_{o}^{-1}t$	$e^{-\omega_0 t} f_{e5}(t) + 18 k(1-m)\omega_0^{-1}$
kt^3	$e^{-\omega_0 t} f_{e2}(t) + 60k\omega_0^{-3} - 36k\omega_0^{-2}t + 9k\omega_0^{-1}t^2$	$e^{-\omega_0 t} f_{e5}(t) - 216k\omega_0^{-3} - 54k\omega_0^{-2}t$
kt^4	$e^{-\omega_{o}t}f_{e2}(t) - 360k\omega_{o}^{-4} + 240k\omega_{o}^{-3}t - 72k\omega_{o}^{-2}t^{2} + 12k\omega_{o}^{-1}t^{3}$	$e^{-\omega_0 t} f_{e5}(t) + 2304k\omega_0^{-4} - 864k\omega_0^{-3}t + 108k\omega_0^{-2}t^2$
ksinω _l t	$e^{-\omega_{o}t} f_{e2}(t) + k(2\omega_{o}^{6} + 6\omega_{o}^{4} + 6\omega_{o}^{2} + 2)^{-1} \times [(6\omega_{o}^{5} - 2\omega_{o}^{3})\cos\omega_{1}t + (12\omega_{o}^{4} + 6\omega_{o}^{2} + 2)\sin\omega_{1}t]$	$e^{-\omega_{o}t} f_{e5}(t) + k(120\omega_{o}^{12} + 720\omega_{o}^{10} + 1800\omega_{o}^{8} + 2400\omega_{o}^{6} + 1800\omega_{o}^{4} + 720\omega_{o}^{2} + 120)^{-1}[(4320\omega_{o}^{9} + 720\omega_{o}^{7} - 240\omega_{o}^{3})\cos\omega_{1}t - (1080\omega_{o}^{10} - 5040\omega_{o}^{8} - 4200\omega_{o}^{6} - 2520\omega_{o}^{4} - 720\omega_{o}^{2} - 120)\sin\omega_{1}t]$

表 1 CLESO 和 OBR-ESO 在不同扰动下的观测误差表达式 Tab.1 Observation error expression of CLESO and OBR-ESO under different disturbances



图 4 $f(t) = k \sin t$ 时 CLESO 和 OBR-ESO 的扰动响应表面 Fig.4 Disturbance response surfaces of CLESO and OBR-ESO under $f(t) = k \sin t$





提高了扰动观测的精度,从而提高了 OBR-ADRC 控制器的扰动抑制效果。

3.4 内部参数变化时控制器的鲁棒性分析

为了分析车辆内部参数变化对控制系统的影响,在式 (7) 中设置内部参数变化量 Δc ,此时 UGV 的模型为 $y(t) + \Delta c \cdot y(t) = b_0 u(t) + f(t)$ 。可将其表示 如下:

$$G_{\rm m}(s) = \frac{Y(s)}{b_0 U(s) + F(s)} = \frac{1}{s^3 + \Delta c}$$
(44)

根据式 (10) 和式 (44),可求得 CLADRC 控制器的传递函数为

$$G_{\rm c}(s) = \frac{Y(s)}{Y_{\rm r}(s)} = \frac{(k_{\rm p} + k_{\rm d}s)G_{\rm p}(s)}{b_0 G_{\rm u}(s) + G_{\rm p}(s)H(s)} \qquad (45)$$

其中控制通道传递函数 G_u(s) 和负反馈通道传递函数 H(s) 分别为

$$G_{u}(s) = s^{3} + (3\omega_{o} + k_{d})s^{2} + (3\omega_{o}^{2} + 3k_{d}\omega_{o} + k_{p})s$$
$$H(s) = k_{p}(3\omega_{o}^{2}s^{2} + 3\omega_{o}^{2}s + \omega_{o}^{3}) + k_{d}(3\omega_{o}s^{2} + \omega_{o}^{3})$$

由式 (16)(44), 可得 OBR-ADRC 控制器输出 Y(s) 在输入信号 Y_r(s) 下的动态响应传递函数为

$$G'_{\rm c}(s) = \frac{Y(s)}{Y_{\rm r}(s)} = \frac{(k_{\rm p} + k_{\rm d}s)G_{\rm p}(s)}{b_0G'_{\rm u}(s) + G_{\rm p}(s)H'(s)} \tag{46}$$

其中控制通道函数 G'_u(s) 和负反馈通道函数 H'(s) 分别为

$$G'_{u}(s) = (s + \omega_{o})^{-3} (k_{p}s + k_{d}(s^{2} + 3\omega_{o}s) + \omega_{o}^{3} - \omega_{o}^{7}m(T_{1} + 1))$$

$$H'(s) = k_{p}(3\omega_{o}s^{2} + 3\omega_{o}^{2}s + \omega_{o}^{3}) + k_{d}(3\omega_{o}^{2}s + \omega_{o}^{3}) - 3\omega_{o}^{3}s^{2} + \omega_{o}^{4}m(T_{1}s^{3} + s^{2}) - \omega_{o}^{3}s^{2}$$

以标称值 $\Delta c = 1$ 为基准,当 Δc 递增时,根据 式 (45) 和式 (46) 可绘制出零极点分布以及特征根轨 迹,如图 5 所示。从图 5(a)可以看出,随着 Δc 的增 大,CLADRC 的非主导极点 P_{c2},P_{c3} 和 OBR-ADRC 的非主导极点 P_{o3},P_{o4},P_{o7} 都在逐渐远离虚轴,对应 的衰减因子收敛速度也随之加快。 图 5(b) 中的特征根轨迹展示了 Δc 对系统稳定性的影响。随着 Δc 的不断增大, CLADRC 的极点 P_{c2}, P_{c3} 逐渐逼近单位圆,影响了控制系统对振荡的 抑制。OBR-ADRC 扩展了扰动观测阶次,因此增 加了自由极点 $P_{o5}, P_{o6}, P_{o7}, P_{o8}$ 。其中 P_{o7} 随着 Δc 的变 大向中心点靠近,因此对系统提供了较大阻尼,提 高了参数变化条件下的稳定性。

基于以上分析,使用蒙特卡洛法对所提 OBR-ADRC 策略进行测试,并使 UGV 沿蛇形轨迹运 动。车辆配重在 0~+15% 范围内变化,侧偏刚度 在 ±5% 范围内变化。所得 OBR-ADRC 的动态响应 性能如图 6 所示。由图 6(a) 可以看出,在车辆 2 种 参数变化情况下,OBR-ADRC 的恢复时间均变化 较小。图 6(b) 给出了误差平方积分(ISE)指标。 对应于大部分情况下的车身质量和侧偏刚度,可以 看出 ISE 指标较为稳定。

Lakibeam1

HF900

4 实验分析(Experimental analysis)

为了进一步验证本文的控制策略,在图7无 人地面车辆TCar实验平台上进行测试。车辆轴距 为L=0.38m,由无刷电机驱动,使用编码器和惯 性测量单元测量实时速度并记录位姿。车载控制 系统上层为 NVIDIA Jetson Nano 运算平台,下层以 STM32运算平台接收车辆传感器的实时数据和上 层控制指令。在实验中,控制算法在工作站上的 Simulink 模块中编写并执行,工作站通过 WiFi 与 车辆进行通信。

实验中首先进行了轨迹跟踪性能测试,之后 针对路面突变和不同路面条件进行了鲁棒性测试。 实验中与 PID、CLADRC 控制器和常规 MPC(模 型预测控制)进行对比。CLADRC 控制器与 OBR-ADRC 控制器均使用带宽法进行参数整定。根据控 制系统对观测精度 μ₃₃ 和观测时间 t_d 的指标要求,



图 7 TCar 实验平台示意图 Fig.7 TCar experiment platform

TCar

WiFi天线

无线路由器

存在不等式约束:

$$\begin{cases} e^{t_{d}\omega_{o}}\omega_{o}^{-2} \ge 0.877(x_{1}(0) - \hat{x}_{1}(0))/\eta_{sup} \\ \omega_{o} \le 1.14\eta_{sup}\mu_{\tilde{x}_{3}}^{-1} \end{cases}$$
(47)

其中 η_{sup} 为扰动集合 $\varepsilon = \{\dot{f}(t) | t \in \mathbb{R}^+\}$ 的上确界, $x_1(0)$ 为横向轨迹误差 $x_1(t)$ 的初始状态, $\hat{x}_1(0)$ 为 $x_1(t)$ 的 ESO 观测初值。通过代入设定的指标要 求,控制器极点均应放置于 $\omega_0 = 105$ rad/s 处,这 样 CLADRC 的 3 个增益为 $3\omega_0, 3\omega_0^2, \omega_0^3$,本文方法 增益在式 (18) 中给出。通过结合使用临界比例法和 试错法,将 PID 控制器参数调整为 3.35,0.28,1.47。 根据文 [32],将 MPC 控制器的预测时域长度设置 为 15,控制时域长度设置为 2。

4.1 轨迹跟踪性能对比

考虑到 UGV 的应用场景,设计了双移线期望 轨迹,并着重测试所设计控制器的横向跟踪性能, 轨迹如下:

 $y_{\rm r}(t) = 2.5(1 + \tanh(0.5p)) - 2.8(1 + \tanh(0.5q)) - 0.3$ (48)

其中解算量 $p = 0.048(v_r \cdot t - 27.19) - 1.2$, $q = 0.055 \cdot (v_r \cdot t - 56.46) - 1.2$ 。搭建的实验场景如图 8 所示, 车辆前进速度为 $v_r = 0.5$ m/s。



图 8 双移线轨迹跟踪实验场景 Fig.8 Experimental scene of dual lane change trajectory tracking

对横向位移 $y_r(t)$ 的跟踪结果如图 9 所示, 4 种 控制器均能保证跟踪误差收敛。PID、CLADRC 和 MPC 控制器的调节时间 t_s 分别为 9.3、8.2、8.1 s, OBR-ADRC 控制器的调节时间为 7.7 s。表 2 给出 了最大绝对跟踪误差 e_{ymax} 与绝对误差积分(IAE) 结果。结合图 9(b) 及表 2 可以看出, 3 种对比方法 在跟踪过程中都出现了较大振荡, OBR-ADRC 控 制器的 e_{ymax} 与 IAE 指标均小于 3 种对比方法。可 知所提方法减小了横向跟踪误差,实现了对 $y_r(t)$ 快 速且平滑的跟踪。



trajectory tracking

1	表 2	最大绝对跟踪误差与绝对误差积分结果
Гаb.2	Resi	alts of maximum absolute tracking error and IAE

控制器	e_{ymax} /m	IAE /(m·s)
OBR-ADRC	0.076	0.318
CLADRC	0.106	0.675
MPC	0.084	0.571
PID	0.277	0.926

4.2 路面突变测试

考虑到前轮转向角 δ(t) 接近饱和时,UGV 对 扰动更为敏感^[31],在圆形运动路径上放置高度为 0.02 m、宽度为 0.1 m 的坡形地面固定障碍以模拟 路面突变外部扰动。实验中分别以 TCar 车的左右 两侧驶过地面障碍,如图 10 所示。期望轨迹设计为 式 (49) 所示的圆形轨迹, 曲率半径为 $R_{cir} = 1.5$ m, 车辆角速度为 $\omega_{cir} = 1$ rad/s。

$$\begin{cases} x^{w}(t) = R_{cir} \cos(\omega_{cir}t + 0.2) + 0.4 \\ y^{w}(t) = R_{cir} (1 - \sin(\omega_{cir}t + 0.2)) - 1.2 \end{cases}$$
(49)



(a) 无外部扰动场景





图 11(a)(b) 为无扰动条件下 PID、CLADRC、 MPC 及 OBR-ADRC 的轨迹跟踪效果。4 种控制器 在初始阶段出现了横向跟踪误差,其中 OBR-ADRC 的误差最小,其最大误差为 0.115 m。图 11(c) 为添 加路面突变后的轨迹跟踪横向误差增量 Δe_y ,可知 TCar 车经过障碍物时横向误差有较大波动。表 3 给 出了添加路面突变扰动前后的轨迹跟踪性能结果。 可知在添加外部扰动之后,OBR-ADRC 将 Δe_y 控制 在 0.038 m 以内,与 PID、CLADRC、MPC 方法相 比降幅分别为 61.62%、46.47%、47.51%,且恢复时 间 t_r 缩短至 1.2 s。这些结果表明,OBR-ADRC 控 制策略具有较好的跟踪性能和抗扰性能。



sudden disturbance

表 3 添加路面突变扰动前后的轨迹跟踪性能结果 Tab.3 Trajectory tracking performance before and after adding road sudden disturbance

坊制界	未添加扰动		添加外部扰动	
1工小14月	e_{ymax} /m	$t_{\rm s}$ /s	$\Delta e_{y \max}$ /m	$t_{\rm r}$ /s
OBR-ADRC	0.115	4.2	0.038	1.2
CLADRC	0.132	5.0	0.071	1.4
MPC	0.146	5.2	0.072	1.5
PID	0.303	5.3	0.099	1.7

4.3 不同路面条件下的测试

路面条件的改变会对 UGV 的行驶带来较大影响,例如路面坡度和摩擦因数的变化。仍采用 PID、 CLADRC、MPC 与 OBR-ADRC 进行对比,期望的 蛇形轨迹设置为

$$\begin{cases} x^{w}(t) = -2.5 + 2.2\cos(\omega_{ser}t - 0.1) \\ y^{w}(t) = 0.2 + 0.8\sin(2\omega_{ser}t - 0.1) \end{cases}$$
(50)

其中车辆期望角速度为 $\omega_{ser} = 0.2 \text{ rad/s}$,并设置存在较大初始跟踪误差。首先在路面条件相同情况下

进行实验,图 12 给出了 UGV 的轨迹跟踪结果。可见,本文方法在跟踪过程中的横向误差最小。



图 12 路面条件相同时 UGV 轨迹跟踪实验结果 Fig.12 Experimental results of UGV trajectory tracking in consistent road condition

之后针对不同路面条件下的控制器性能进行了 蒙特卡洛检验。实验中保持控制器参数等条件不 变,在 UGV 部分运动路径上添加坡面路段,实验 场景如图 13(a)所示。使用高度调节器改变路面坡 度,使其在 ±25% 的范围内变化。并选取不同粒度 的轮胎附着材料以实现摩擦因数从 0.3 变化至 0.7。

图 13(b) 给出了不同坡度、不同摩擦力的路面 条件下的实验场景,其中横向对应路面坡度变化, 纵向对应不同粒度附着材料的动摩擦力因数,对 4 种控制器各进行了 50 次试验。图 13(c) 给出了路面 坡度为 20%、摩擦因数为 0.6 时的轨迹跟踪实验结 果。可以看出 CLADRC 与 MPC 控制器在转向时出 现了小幅度的误差,PID 出现了较大横向跟踪误差 并持续振荡,OBR-ADRC 做到快速且平稳地跟踪 期望轨迹。

为了直观对比 4 种控制器的鲁棒性,分别计算 每次实验相应的 ISE 指标 λ_{ISE} 与分布指标 γ_{SE} ,计 算方法为

$$\begin{cases} \lambda_{\rm ISE} = \int_0^{t_s} (y_{\rm r}(t) - y(t))^2 dt \\ \gamma_{\rm ISE} = \left(1 - \frac{\lambda_{\rm ISE} \cdot n}{\sum_{j=1}^n \lambda_{\rm ISE}}\right) \times 100\% \end{cases}$$
(51)

式中实验次数 n = 50。图 14 给出了蒙特卡洛检验 中的性能分布。可见 PID 性能分布点的离散程度较 大,其分布范围约为 $\pm 9\%$ 。CLADRC 的 ISE 指标 和分布范围均略小于 MPC。OBR-ADRC 保持了较 小的 ISE 值,并且性能分布点的范围在 $\pm 4\%$ 以内, 因此对复杂外部动态环境具有较强的鲁棒性。



 (c) 坡度 20%、摩擦因数 0.6 时的 UGV 运动路径和横向误差 图 13 不同路面条件下的实验场景和结果
 Fig.13 Experimental scene and result in different road conditions



5 结论(Conclusion)

复杂环境和车辆建模偏差影响了 UGV 横向控 制的稳定性,为此,本文提出了基于观测偏差校正 的 ADRC 控制策略。首先在初级 ESO 中设计偏差 校正项并扩展相应的扰动观测阶次,从而提高对扰 动初步观测的准确度。之后构造次级 ESO,对总扰 动的残余值进行观测,进一步提高扰动观测精度与 收敛速度。根据级联 ESO 对总扰动的观测结果,设 计了反馈线性化形式的控制律,并给出了参数整定 方法。针对 OBR-ADRC 策略,进行了稳定性、总 扰动的观测过程以及鲁棒性的理论分析。开展了多 种情况下的 UGV 实验验证,证明所提策略具有较 好的抗扰能力和跟踪精度。较动力学模型而言,运 动学模型未能考虑车辆运动过程中的一些细节。为 了较好执行高机动和低延迟等控制任务,未来工作 中将重点考虑基于动力学和非线性控制的 UGV 轨 迹跟踪策略设计。

参考文献(References)

- KONG S H, JUN S Y. Cooperative positioning technique with decentralized malicious vehicle detection[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2018, 19(3): 826-838.
- [2] 李月华,朱世强,于亦奇.工厂环境下改进的视觉 SLAM 算法[J]. 机器人, 2019, 41(1): 95-103.
 LI Y H, ZHU S Q, YU Y Q. Improved visual SLAM algorithm in factory environment[J]. Robot, 2019, 41(1): 95-103.
- [3] NIU G C, WU L, GAO Y F, et al. Unmanned aerial vehicle (UAV)-assisted path planning for unmanned ground vehicles (UGVs) via disciplined convex-concave programming[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2022, 71(7): 6996-7007.
- [4] 陈果,何代钰,欧阳博,等.基于链状结构保持的多 AGV 系统灵活高效死锁避免控制策略[J].机器人,2023,45(5): 591-602.

CHEN G, HE D Y, OUYANG B, et al. Flexible and efficient deadlock avoidance control strategy for multi-AGV systems based on chain structure preservation[J]. Robot, 2023, 45(5): 591-602.

- [5] WANG H Y, ZUO Z Q, WANG Y J, et al. Composite nonlinear extended state observer and its application to unmanned ground vehicles[J]. Control Engineering Practice, 2021, 109. DOI: 10. 1016/j.conengprac.2021.104731.
- [6] 李宝全,方勇纯,张雪波. 基于 2D 三焦点张量的移动机器人视觉伺服镇定控制[J]. 自动化学报,2014,40(12):2706-2715.
 LI B Q, FANG Y C, ZHANG X B. 2D trifocal tensor based vi-

sual servo regulation of nonholonomic mobile robots[J]. Acta Automatica Sinica, 2014, 40(12): 2706-2715

 [7] 董星亮,苑晶,张雪波,等.室内环境下基于图像序列拓 扑关系的移动机器人全局定位[J].机器人,2019,41(1): 83-94,103.

DONG X L, YUAN J, ZHANG X B, et al. Mobile robot global localization based on topological relationship between image sequences in indoor environments[J]. Robot, 2019, 41(1): 83-94,103.

- [8] ORAL T, POLAT F. MOD* lite: An incremental path planning algorithm taking care of multiple objectives[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2016, 46(1): 245-257.
- [9] LIANG Z C, SHEN M Y, ZHAO J, et al. Adaptive sliding mode fault tolerant control for autonomous vehicle with unknown actuator parameters and saturated tire force based on the center of percussion[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2023, 24(11): 11595-11606.
- [10] ZHANG Y X, GUO L L, GAO B Z, et al. Deterministic promotion reinforcement learning applied to longitudinal velocity control for automated vehicles[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2020, 69(1): 338-348.
- [11] MATA S, ZUBIZARRETA A, PINTO C. Robust tube-based model predictive control for lateral path tracking[J]. IEEE Transactions on Intelligent Vehicles, 2019, 4(4): 569-577.
- [12] HUANG Y W, YONG S Z, CHEN Y. Stability control of autonomous ground vehicles using control-dependent barrier functions[J]. IEEE Transactions on Intelligent Vehicles, 2021, 6(4): 699-710.
- [13] SHEN Q K, SHI P, ZHU J W, et al. Neural networks-based distributed adaptive control of nonlinear multiagent systems[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2020, 31(3): 1010-1021.
- [14] XU S B, PENG H. Design, analysis, and experiments of preview path tracking control for autonomous vehicles[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2020, 21(1): 48-58.
- [15] LI W, TODOROV E. Iterative linear quadratic regulator design for non-linear biological movement systems[C]//1st International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics. Setubal, Portugal: SciTePress, 2004: 222-229.
- [16] CHEN J Y, ZHAN W, TOMIZUKA M. Autonomous driving motion planning with constrained iterative LQR[J]. IEEE Transactions on Intelligent Vehicles, 2019, 4(2): 244-254.
- [17] 周博文,张海峰,李秦川. 2R1T 并联机器人滑模自适应 迭代学习控制[J]. 机器人, 2024, 46(3): 317-329.
 ZHOU B W, ZHANG H F, LI Q C. Adaptive sliding-mode iterative learning control for 2R1T parallel robots[J]. Robot, 2024, 46(3): 317-329.

- [18] CUI R X, ZHANG X, CUI D. Adaptive sliding-mode attitude control for autonomous underwater vehicles with input nonlinearities[J]. Ocean Engineering, 2016, 123: 45-54.
- [19] VAN M, GE S S, REN H L. Finite time fault tolerant control for robot manipulators using time delay estimation and continuous nonsingular fast terminal sliding mode control[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2017, 47(7): 1681-1693.
- [20] SAIED H, CHEMORI A, BOURI M, et al. Feedforward supertwisting sliding mode control for robotic manipulators: Application to PKMs[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2023, 39(4): 3167-3184.
- [21] 刘跃跃,王浩羽,张加易,等.磁性微型机器人神经自适应轨迹跟踪控制[J].机器人,2023,45(6):683-690.
 LIU Y Y, WANG H Y, ZHANG J Y, et al. Neural adaptive trajectory tracking control for a magnetic microrobot[J]. Robot, 2023,45(6):683-690.
- [22] HU J Q, ZHANG Y M, RAKHEJA S. Adaptive trajectory tracking for car-like vehicles with input constraints[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2022, 69(3): 2801-2810.
- [23] LIAO J F, CHEN Z, YAO B. Model-based coordinated control of four-wheel independently driven skid steer mobile robot with wheel-ground interaction and wheel dynamics[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2018, 15(3): 1742-1752.
- [24] CHEN L, LI Y C, HUANG C, et al. Milestones in autonomous driving and intelligent vehicles — Part I: Control, computing system design, communication, HD map, testing, and human behaviors[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems. 2023, 53(9): 5831-5847.
- [25] SUN J K, LIU X Y, YANG J, et al. Predictor-based extended state observer for disturbance rejection control of multirate systems with measurement delay[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2022, 70(3): 3003-3012.
- [26] WANG H Y, ZUO Z Q, XUE W C, et al. Switching longitudinal

and lateral semi-decoupled active disturbance rejection control for unmanned ground vehicles[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2024, 71(3): 3034-3043.

- [27] XIA Y Q, PU F, LI S F, et al. Lateral path tracking control of autonomous land vehicle based on ADRC and differential flatness
 [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, 63(5): 3091-3099.
- [28] WU Y, WANG L F, ZHANG J Z, et al. Path following control of autonomous ground vehicle based on nonsingular terminal sliding mode and active disturbance rejection control[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2019, 68(7): 6379-6390.
- [29] WANG H Y, ZUO Z Q, WANG Y J, et al. Estimator-based turning control for unmanned ground vehicles: An anti-peak extended state observer approach[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2022, 71(12): 12489-12498.
- [30] SARIYILDIZ E, OBOE R, OHNISHI K. Disturbance observerbased robust control and its applications: 35th anniversary overview[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2020, 67(3): 2042-2053.
- [31] WANG H Y, ZUO Z Q, WANG Y J, et al. Composite nonlinear path-following control for unmanned ground vehicles with anti-windup ESO[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2022, 52(9): 5865-5876.
- [32] CHU D F, LI H R, ZHAO C Y, et al. Trajectory tracking of autonomous vehicle based on model predictive control with PID feedback[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2023, 24(2): 2239-2250.

作者简介:

- 赵辰阳(2000-),女,硕士生。研究领域:自抗扰控制 与无人地面车辆。
- 李宝全(1986-),男,教授,博士生导师。研究领域:计 算机视觉,无人飞行器与移动机器人。