

DOI: 10.13973/j.cnki.robot.230304

基于地形和刚度自适应的四足机器人姿态控制

黄宴委, 李奕璠, 李东方

(福州大学电气工程与自动化学院, 福建 福州 350108)

摘要: 针对四足机器人在非结构化地形中难以稳定运动的问题, 提出一种不依赖视觉的地形感知和刚度自适应控制方案。首先, 采用卡尔曼滤波技术设计机器人状态观测器, 对本体状态进行估计。然后, 利用估计的本体状态设计一种地形感知控制器, 以抑制机体在起伏环境中的高频抖动, 从而提高抗干扰能力。而后结合阻抗理论设计刚度自适应控制器, 并求解最优刚度变化律, 提高姿态误差的收敛速度, 增强机器人的动态稳定性。此外, 引用李雅普诺夫理论分析系统稳定性。最后, 仿真结果与实物样机实验结果表明, 本文提出的方法显著增强了机器人的地形适应性和运动平滑性。

关键词: 四足机器人; 地形感知; 刚度自适应控制

Attitude Control of Quadruped Robots Based on Terrain and Stiffness Adaptation

HUANG Yanwei, LI Yijun, LI Dongfang

(College of Electrical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China)

Abstract: A vision-free terrain perception and stiffness adaptive control scheme is proposed to address the difficulty of stable motion of quadruped robots in unstructured terrain. A robot state observer is designed using a Kalman filter, to obtain accurate estimates of the robot states. Then, a terrain perception based controller is designed using the estimated robot states to suppress high-frequency jitter of the body in fluctuating environments and improve anti-interference ability. In addition, a stiffness adaptive controller is designed based on impedance theory, to improve the convergence speed of attitude deviation and enhance the dynamic stability of the robot by solving the optimal stiffness change law. The Lyapunov theory is applied to analyzing the system stability. The simulation results and prototype experiments show that the proposed method significantly enhances the terrain adaptability and motion smoothness of the robot.

Keywords: quadruped robot; terrain perception; stiffness adaptive control

四足机器人是一种灵活性高、地形适应性好、可以承受更多负载的仿生机器人^[1], 被广泛应用于野外搜索、特种作业和军事领域^[2]。然而, 在崎岖地形环境中, 四足机器人的高质心、多模态感知会给数据处理带来困难, 这导致四足机器人的控制复杂^[3]。因此, 设计有效的行为控制方法, 提高机体运动稳定性和环境适应性具有重要意义。

实现四足机器人的运动控制, 需要构建力学模型。当前, 学者们主要从运动学视角探索机器人的几何特征与运动规律。Focchi 等^[4]基于准静态假设(QSA)实现了机器人在 50° 以内的“V”形墙面上运动。QSA 将连续运动视作多个静止瞬态的组合, 忽略了相邻时刻之间机器人的速度、加速度和惯性效应, 实现了利用运动学方程去控制机器人的运

动。但也正因如此, 这种模型限制了机器人平稳运动的可能性。为了使机器人的运动更加平顺, 陈腾等^[5]从柔顺控制的角度入手, 将质心与足底力分配转换为二次型优化(QP)问题, 有效提高了机器人的灵活性。但是这种方法求解复杂, 在复杂环境下表现欠佳。Bledt 等^[6]简化了机器人模型, 构建了四足机器人的单刚体(SRB)动力学方程。该方法将机器人的行为控制转换为QP问题, 实现了顺畅的盲爬楼梯。

随着四足机器人运动控制研究的推进, QSA 已经无法满足机体平稳运行的需要, 研究者们开始转向研究动力学控制。文[7]将模型预测控制(MPC)与轨迹优化相结合, 提出了模型预测全身控制(MPWBC)策略。该策略降低了机器人轨迹

偏离参考路径的误差,但需要以先验的地形知识为基础。为减少对地形信息的依赖,Bjelonic等^[8]结合离线路径规划技术与在线的MPC运算,使得四足机器人提前对参考目标进行规划,提高了机体运动的鲁棒性。另一些学者利用WBC(whole body control)对控制目标进行优先级分配,在保证机体平衡的前提下,提高对参考目标的追踪性能^[9]。如Yuan等^[10]提出的改进MPWBC方案规避了传统方法对四足机器人精确模型的依赖,但需满足机器人模型是线性变化的假设,使得机器人在变化的环境中往往不能达到预期的控制效果^[11]。这些结合了MPC的方法计算复杂度高,并且都需要环境的先验知识。因此,这些方法难以离开实验室的理想环境。Fahmi等^[12]基于无源稳定理论构造了PWBC(passive whole body control)控制器。PWBC控制器可以使四足机器人在斜坡等不稳定支撑点地形中做前向运动。但是,机体本身没有决策能力,它的运动需要视觉辅助与人工干预,这限制了机器人的环境适应性。

近年来,将环境视作外界扰动,通过改善控制器的鲁棒性来让机器人穿越粗糙地形的做法开始遇到了瓶颈,研究开始转向设计地形适应控制器,同时提高运动控制器的鲁棒性,从而使机器人穿越复杂地形。Wisth等^[13]融合视觉、惯性测量单元(IMU)和激光雷达的数据,实现了在隧道等复杂环境下的机体状态估计。在此基础上,Mastalli等^[14]继续发展PWBC控制器与姿态优化技术,使机器人平稳地穿越了斜坡与楼梯的复合地形。Clemente等^[15]对机器人的规划轨迹设置插值、平滑处理,以动力学为基础提出了一套落足点评价算法。该技术与高程图相结合,成功使机器人爬上了10cm的台阶。这些基于视觉的方法都取得了良好效果,但同时,视觉数据引起的运算压力也将这些方法限制在了实验室环境中。为了使机器人真正走向户外,设计四足机器人无视觉地形适应方案的重要性开始凸显。为此,Winkler等^[16]通过测量机器人地面支撑力,在线估计了环境的变化,实现了四足机器人在崎岖地形下的柔顺运动。张世俊等^[17]以此为基础提出了主动柔顺技术,提高了机器人对不平整地形的适应性。陈辉等^[18]则利用IMU数据估计机器人的支撑状态,实现了机体位姿的高精度观测。但是,这些方法对机器人状态的估计较为片面,导致运动性能提升不足。

上述文献在四足机器人的建模、运动控制和地形适应方面取得了突出成果^[19]。但在实现四足机

器人基于地形感知的姿态控制上仍然有亟待解决的问题^[20]: 1)当前的研究大部分仍然着眼于结构化地形,且多需要视觉辅助与人工干预; 2)固定的控制器阻抗难以满足机器人高动态响应的要求; 3)缺少对机体状态的预测,导致环境适应性和抗干扰能力不足。

为了解决上述问题,本文设计了一种基于地形感知和刚度自适应的四足机器人姿态控制方法。首先介绍四足机器人动力学模型,并结合地形感知框架定义控制目标。然后,构建状态观测器、地形感知适应控制器(TAAC)和刚度自适应控制器(SAWBC)。其中,以TAAC计算得到的最优机体姿态作为SAWBC的目标,SAWBC则根据偏差调整控制器参数,以实现机器人良好的动态运动。此外,结合李雅普诺夫理论对系统的稳定性进行了证明。最后通过仿真和实物样机实验评估本文方法在机器人地形适应能力和运动平顺性方面的性能优势。

1 机器人模型(Robot modeling)

为了建立四足机器人的动力学模型,将在1.1节介绍一些机器人建模的预备知识。

1.1 数学准备

四足机器人的姿态有3种表示方式,分别为欧拉角、四元数和旋转矩阵。欧拉角结构简单,但万向锁的弊端会导致欧拉角丢失自由度。四元数是一种结构紧凑的旋转描述方式,其旋转运算效率非常高。然而,四元数覆盖了两次特殊正交群 $SO(3)$,导致运算时可能会出现局部极小值问题。旋转矩阵是一种特殊的李群,是在 $SO(3)$ 群上演化而来,可以安全且精确地表示机器人姿态旋转。但是, $SO(3)$ 对四则运算不封闭,且对应的李代数 $so(3)$ 经过斜对称矩阵映射为3维向量后才能开始运算,导致旋转矩阵的运算复杂度增加^[21]。

这3种姿态运算之间可以相互转换。本文专注于四足机器人在复杂地形下的自适应控制,其目标是提高机体运动的稳定性和计算效率。观测器对系统的状态量进行估计,以获取机体准确的绝对位置。2个四元数 p, q ,其形式为 $[\varepsilon \ \sigma^T]^T = [w \ i \ j \ k]^T$,其中 ε 为实部, σ 为虚部, (p, q) 的顺序旋转为

$$p \otimes q = \begin{bmatrix} p_\varepsilon q_\varepsilon - p_\sigma^T q_\sigma \\ p_\varepsilon q_\sigma + q_\varepsilon p_\sigma + \hat{p}_\sigma q_\sigma \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中, $[\cdot]_\varepsilon$ 为 $[\cdot]$ 的实部, $[\cdot]_\sigma$ 为 $[\cdot]$ 虚部。

1.2 动力学模型

接下来对四足机器人的动力学模型进行分析。机器人由 4 个刚性腿支架和机身组成^[6]。腿支架由大腿连杆、小腿连杆和脚组成。大腿与小腿之间的自由度通过同步带由膝关节电机控制。腿部与机身之间的自由度由 2 个髋关节电机控制 (图 1)。

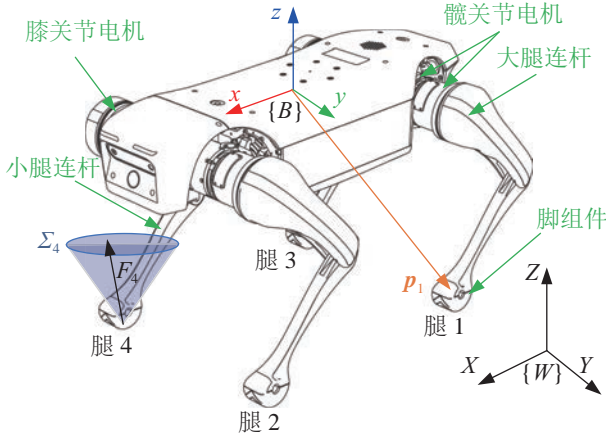


图 1 四足机器人示意图

Fig.1 Schematic diagram of a quadruped robot

定义惯性坐标系为 $\{W\}$, 机体坐标系为 $\{B\}$, 欧拉角 ϕ 、 θ 和 ψ 分别为机器人在 $\{W\}$ 坐标系下的俯仰角、横滚角与偏航角。四足机器人的质心位置为 $\mathbf{P}_{\text{com}} = [x \ y \ z]^T$ 。 $\Phi_B = [\phi \ \theta \ \psi]^T$ 。线加速度、角加速度和关节加速度分别为 $\dot{\mathbf{v}}$ 、 $\dot{\boldsymbol{\omega}}^T$ 和 $\dot{\mathbf{q}}_j^T$, 组成的广义加速度为 $\dot{\mathbf{q}} = [\dot{\mathbf{x}}_{\text{com}}^T \ \dot{\mathbf{q}}_j^T]^T = [\dot{\mathbf{v}}^T \ \dot{\boldsymbol{\omega}}^T \ \dot{\mathbf{q}}_j^T]^T$, 其中 $\dot{\mathbf{x}}_{\text{com}} = [\dot{\mathbf{v}}^T \ \dot{\boldsymbol{\omega}}^T]$ 。广义坐标为 $\mathbf{q} = [\mathbf{x}_{\text{com}}^T \ \mathbf{q}_j^T]^T \in SE(3) \times \mathbb{R}^{12}$ 。 $SE(3)$ 为特殊欧氏群^[22]。为了解耦 $SE(3)$, 这里将其重构为 $\mathbf{q} = [\mathbf{P}_{\text{com}}^T \ \Phi_B^T \ \mathbf{q}_j^T]^T \in \mathbb{R}^{18}$ 。

四足机器人小质量的肢体为机器人提供了主要的动力来源。定义机器人动力学建模中的系统参数如表 1 所示。参考文献 [23], 本文关注机器人的浮动基座动力学。

$$\mathbf{M}_{\text{com}}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}_{\text{com}} = \mathbf{S}\mathbf{J}_{\text{com}}^T \mathbf{F}_{\text{grf}} \quad (2)$$

其中, \mathbf{M}_{com} 为惯性矩阵, \mathbf{h}_{com} 是科氏力、离心力以及重力矢量组合, $\mathbf{F}_{\text{grf}} = [\mathbf{F}_1^T \ \mathbf{F}_2^T \ \mathbf{F}_3^T \ \mathbf{F}_4^T]^T \in \mathbb{R}^{12}$ 为地面对腿部的作用力。 $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{12 \times 12}$ 为对角选择矩阵, 其作用是将处于摆动的腿排除在动力学运算之外。 \mathbf{J}_{com} 为从每个足端向质心映射的雅可比矩阵:

$$\mathbf{J}_{\text{com}} = [\mathbf{p}_1^\# \ \mathbf{p}_2^\# \ \mathbf{p}_3^\# \ \mathbf{p}_4^\#] \quad (3)$$

其中, \mathbf{p}_i ($i = 1, \dots, 4$) 为第 i 条腿末端相对于质心的坐标。 $[\cdot]^\#$ 为帽变换, 即将 \mathbb{R}^3 空间上的一个元素映射到斜对称矩阵空间 $\mathfrak{so}(3)$ 上。

表 1 四足机器人物理参数

Tab.1 Physical parameters of a quadruped robot

参数	符号	值
	M_{total}	16.440
质量 /kg	M_{body}	14.668
	M_{legs}	1.772
转动惯量 /($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)	I_{xx}	0.087
	I_{yy}	0.525
	I_{zz}	0.524
身体长度 /m	l	0.545
身体宽度 /m	w	0.315
身体高度 /m	h	0.123
腿长度 /m	l_1, l_2	0.180

在获取四足机器人的动力学模型之后, 将给定机体的控制目标: 质心处的期望力矩和关节的理想扭矩。机体的运动轨迹由 $\iint \ddot{\mathbf{q}} dt dt$ 确定, 也就是说轨迹必然是平滑的。广义加速度 $\ddot{\mathbf{q}}$ 可以通过换算等效为操控质心处的合成力矩 \mathbf{T}_{com} 。因此, 定义四足机器人的期望力矩为

$$\mathbf{T}_{\text{com},d} = \mathbf{J}_{\text{com}} \mathbf{F}_{\text{grf},d} \quad (4)$$

其中 $\mathbf{F}_{\text{grf},d}$ 为理想的地面作用力。 $\mathbf{T}_{\text{com},d}$ 的确定方式将在第 2 节中展开讨论。

定义优化变量 $\mathbf{u} = [\ddot{\mathbf{q}}^T \ \mathbf{F}_{\text{grf}}^T]^T$, 根据式 (4) 设计 QP 方程求取最优解 \mathbf{u}^* 。

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}} & \|\mathbf{T}_{\text{com},d} - \mathbf{T}_{\text{com}}\|^2 + \alpha \|\mathbf{u}\|^2 + \beta \|\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\text{prev}}^*\|^2 \quad (5) \\ \text{s.t.} & \ \Sigma, \ \Xi \end{aligned}$$

其中代价函数反映 3 个目标之间的权衡: 最小误差、最小控制量和惩罚值。惩罚值为当前最优解 \mathbf{u}^* 与上一时刻最优解 $\mathbf{u}_{\text{prev}}^*$ 之间的偏差。 α 和 β 为权重系数。 Σ 代表摩擦锥约束, Ξ 代表关节约束。 Σ 可以确保 \mathbf{F}_{grf} 在法向上非负, 且将切向分量限定在摩擦锥内以避免打滑。因此, 定义 Σ 为

$$\mathbf{F}_{\text{grf},i}^n \geq 0, \ \|\mathbf{F}_{\text{grf},i}^t\| \leq \mu |\mathbf{F}_{\text{grf},i}^n|, \quad i = 1, 2, \dots, 4 \quad (6)$$

其中, $[\cdot]^n$ 与 $[\cdot]^t$ 分别为 $[\cdot]$ 的法向与切向分量。 μ 为摩擦系数。 Ξ 确保 $\ddot{\mathbf{q}}$ 具有物理意义上的可行性。

$$\Xi: \mathbf{L}_j \leq \mathbf{C}_j \mathbf{u} \leq \mathbf{H}_j \quad (7)$$

$$\mathbf{C}_j = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mathbf{J}_{\text{stj}}^T \\ 0 & \mathbf{I} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L}_j = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_{j,\min} \\ \ddot{\mathbf{q}}_{j,\min} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_j = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_{j,\max} \\ \ddot{\mathbf{q}}_{j,\max} \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中, $\mathbf{J}_{\text{st},j}^T$ 可以将 \mathbf{F}_{grf} 映射为关节扭矩, $\boldsymbol{\tau}_{j,\min}$ 和 $\boldsymbol{\tau}_{j,\max}$ 分别为关节扭矩的下限与上限, $\ddot{\mathbf{q}}_{j,\min}$ 和 $\ddot{\mathbf{q}}_{j,\max}$ 分别为关节加速度的下限与上限。

对式 (5) 求解后得到 $\mathbf{u}^* = [\ddot{\mathbf{q}}^{*T} \mathbf{F}_{\text{grf}}^{*T}]^T$ 。定义正向运动学映射 $\mathbf{F}_{\text{kine}}: \mathbf{q}_j \rightarrow \mathbf{P}_{\text{com}}$ 。为了得到各关节的理想扭矩 $\boldsymbol{\tau}_d$, 定义如下映射:

$$\boldsymbol{\tau}_d = -\mathbf{J}_{\text{kine}}^T \mathbf{F}_{\text{grf}}^* \quad (9)$$

其中, \mathbf{J}_{kine} 是 \mathbf{F}_{kine} 定义的雅可比矩阵。

2 控制器设计 (The design of controller)

为了使四足机器人在复杂地形环境中保持姿态平衡和运动稳定, 本节将展开设计机体的位置和速度观测器, 并对系统状态进行有效估计。之后, 利用 TAAC 去优化运动姿态, 并通过 SAWBC 方案求解 $\mathbf{T}_{\text{com},d}$ 以获得 $\boldsymbol{\tau}_d$, 从而提高地形适应能力和运动平顺性。

2.1 状态观测器设计

为了使四足机器人平稳地穿越粗糙地形, 需要预先对未知环境进行估计。机器人配备 GPS、惯性测量单元 (加速度计和陀螺仪) 以及关节编码器。采用误差状态卡尔曼滤波 (ErKF) 去融合传感器数据, 抑制测量噪声、偏置与漂移。本文最终需要精确估计机器人的速度、位置和姿态状态, 解决无视觉方法对地形环境预判不足的缺陷。

本文忽略噪声等不确定性因素, 将由传感器数据直接计算获得的系统状态定义为名义状态。名义状态需要经过系统误差状态的校正, 目的是得到机器人准确的状态估计值。约定 $[\cdot]_t$ 为名义状态 $[\cdot]$ 的真实情况, $[\hat{\cdot}]$ 为 $[\cdot]$ 的估计值, $\delta[\cdot]$ 为 $[\cdot]$ 的误差状态。系统的真实状态为

$$\mathbf{X}_t = [\mathbf{p}_{\text{com},t}^T \mathbf{v}_t^T \mathbf{Q}_t^T a_{bt} \boldsymbol{\omega}_{bt}]^T \in \mathbb{R}^{16} \quad (10)$$

其中, \mathbf{Q}_t^T 为 $\boldsymbol{\Phi}_{B,t}$ 的四元数形式, a_{bt} 和 $\boldsymbol{\omega}_{bt}$ 分别为加速度和陀螺仪的真实偏置。

四足机器人的真实状态 \mathbf{X}_t 可以分解为名义状态 \mathbf{X} 与误差状态 $\delta\mathbf{X}$ 的计算组合。

$$\mathbf{X}_t = \mathbf{X} \oplus \delta\mathbf{X} \quad (11)$$

\oplus 为广义加法运算符。即对于机器人的状态 $\mathbf{W} = [\mathbf{A}^T \mathbf{B}^T]^T$, \mathbf{B} 为四元数, \mathbf{A} 是对四则运算封闭的向量, 则 \oplus 定义为 $\mathbf{W} \oplus \mathbf{W} = [\mathbf{A}^T + \mathbf{A}^T \mathbf{B}^T \otimes \mathbf{B}^T]^T$ 。

无视觉的框架使得 ErKF 可以在一个很高的频率下运行。这样, $\delta\mathbf{X}$ 将维持在零点附近。因此, 本文将 $\delta\mathbf{X}$ 的变化视为线性的, 且这个过程不影响计

算精度。在此, 定义 ErKF 中的变量参数如表 2 所示。

表 2 ErKF 的参数定义
Tab.2 Variables' definition in ErKF

参数	符号
第 k 步的速度随机脉冲	\mathbf{u}_k
第 k 步的姿态随机脉冲	\mathbf{v}_k
第 k 步的加速度偏置随机脉冲	\mathbf{m}_k
第 k 步的陀螺仪随机脉冲	\mathbf{n}_k
离散时间常数	Δt
第 k 步的加速度偏置	$\mathbf{a}_{b,k}$
第 k 步的加速度测量值	$\mathbf{a}_{m,k}$
第 k 步的陀螺仪偏置	$\boldsymbol{\omega}_{b,k}$
第 k 步的角速度测量值	$\boldsymbol{\omega}_{m,k}$

$\delta\mathbf{X}$ 的离散动力学定义为

$$\delta\mathbf{X}_k = \delta\mathbf{X}_{k-1} + \begin{bmatrix} \delta\mathbf{v}_{k-1}\Delta t \\ (-\mathbf{R}_{B,k-1}[\mathbf{a}_{m,k-1} - \mathbf{a}_{b,k-1}]^\# \delta\boldsymbol{\Phi}_{B,k-1} - \mathbf{R}_{B,k-1} \delta\mathbf{a}_{b,k-1})\Delta t - \mathbf{u}_{k-1} \\ \mathbf{R}_{B,k-1}^T (\boldsymbol{\omega}_{\omega,k-1} - \boldsymbol{\omega}_{b,k})\Delta t \delta\boldsymbol{\Phi}_{B,k-1} - \delta\boldsymbol{\omega}_{b,k-1}\Delta t - \mathbf{v}_{k-1} \\ \mathbf{m}_{k-1} \\ \mathbf{n}_{k-1} \end{bmatrix} \quad (12)$$

其中, $\delta\mathbf{X}_k$ 、 $\delta\mathbf{v}_k$ 和 $\boldsymbol{\Phi}_{B,k}$ 分别是第 k 步的误差状态、误差线速度和姿态欧拉角。 $\mathbf{R}_{B,k}$ 是 $\boldsymbol{\Phi}_{B,k}$ 对应的旋转矩阵。

对式 (12) 进行简化:

$$\delta\widehat{\mathbf{X}}_k^- = \mathbf{F}_{\text{trans}} \delta\widehat{\mathbf{X}}_{k-1} \quad (13)$$

其中, $\mathbf{F}_{\text{trans}}$ 为状态转移矩阵, $\mathbf{F}_{\text{trans}}$ 根据前一步长的最优估计值 $\delta\widehat{\mathbf{X}}_{k-1}$ 来计算当前时间的 $\delta\widehat{\mathbf{X}}_k^-$ 。

而后, 依据里程计与 GPS 数据对 $\delta\widehat{\mathbf{X}}_k^-$ 进行校正。目的是求解当前步长的估计值 $\delta\widehat{\mathbf{X}}_k$ 。其中, 四足机器人腿部里程计的测量值 $\mathbf{Z}_{k,\text{odm}}$ 为

$$\mathbf{Z}_{k,\text{odm}} = \mathbf{F}_{\text{kine}}(\Delta\mathbf{q}_{j,k}) = [\Delta\mathbf{P}_{k,\text{odm}}^T \Delta\mathbf{v}_{k,\text{odm}}^T] \quad (14)$$

其中, $\Delta\mathbf{P}_{k,\text{odm}}$ 和 $\Delta\mathbf{v}_{k,\text{odm}}$ 分别为当前步长的质心和速度增量, 由腿部里程计计算获得。 $\Delta\mathbf{q}_{j,k}$ 为当前步长的关节坐标增量。

设计 $\mathbf{Z}_{k,\text{odm}}$ 的估计值 $\hat{\mathbf{Z}}_{k,\text{odm}}$ 为

$$\hat{\mathbf{Z}}_{k,\text{odm}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{I} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}} \delta \hat{\mathbf{X}}_k^- \quad (15)$$

其中, \mathbf{H} 称为观测矩阵, $\mathbf{I}_{3 \times 3}$ 为单位矩阵。

同理, GPS 直接读取 \mathbf{P}_{com} 与 \mathbf{v} 。因此, 设计 GPS 的观测值 $\mathbf{Z}_{k,\text{gps}}$ 和估计值 $\hat{\mathbf{Z}}_{k,\text{gps}}$ 分别为

$$\begin{cases} \mathbf{Z}_{k,\text{gps}} = [\Delta \mathbf{P}_{k,\text{gps}}^T & \Delta \mathbf{v}_{k,\text{gps}}^T]^T \\ \hat{\mathbf{Z}}_{k,\text{gps}} = \mathbf{H} \delta \hat{\mathbf{X}}_k^- \end{cases} \quad (16)$$

其中, $\Delta \mathbf{P}_{k,\text{gps}}$ 和 $\Delta \mathbf{v}_{k,\text{gps}}$ 分别为当前步长的质心和速度增量, 由 GPS 计算获得。

测量过程定义为

$$\begin{cases} \mathbf{Z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k \\ \hat{\mathbf{Z}}_k = \mathbf{H}_k \delta \hat{\mathbf{X}}_k^- \end{cases} \quad (17)$$

其中, \mathbf{Z}_k 和 $\hat{\mathbf{Z}}_k$ 分别为测量值和估计值, $\mathbf{H}_k = [\mathbf{H} \ \mathbf{H}]$ 为将状态映射到测量值的转移矩阵。

结合式 (12)(14)(16), $\delta \hat{\mathbf{X}}_k$ 计算如下:

$$\delta \hat{\mathbf{X}}_k = \delta \hat{\mathbf{X}}_k^- + \mathbf{K}_k \cdot (\mathbf{Z}_k - \hat{\mathbf{Z}}_k) \quad (18)$$

卡尔曼增益 \mathbf{K}_k 为

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{H}_k^T \mathbf{R}_{k-1}^{-1} > 0 \quad (19)$$

其中, \mathbf{P}_{k-1} 是估计偏差的协方差矩阵, \mathbf{R}_{k-1} 是测量噪声的协方差矩阵。

四足机器人最终的状态估计值为

$$\hat{\mathbf{X}}_k = \mathbf{X} \oplus \delta \hat{\mathbf{X}}_k \quad (20)$$

2.2 TAAC 设计

根据 2.1 节设计的 $\hat{\mathbf{X}}_k$, 本节需要求解四足机器人的最优期望姿态角 $\Phi_{\text{B,d}} = [\phi_d \ \theta_d \ \psi_d]^T$, 寻求在地形起伏剧烈时消除其姿态振荡的方法。

在此以四足机器人第 k 个步态周期为例, TAAC 方案的设计理念如图 2 所示。在设计控制器之前, 给予如下假设。

假设 1 腿 2 为将要摆动的腿, 支撑域为 Δ_{134} 。 Δ_{134} 的法向量为 $\mathbf{n}_{\text{sup},i}$, 下一步态周期的支撑域为 Δ_{124} 。

根据假设 1, 在腿 2 触地之后, TAAC 根据支撑腿坐标计算 Δ_{124} , 并以此作为地形的三角栅格近似; \mathbf{P}_i 为第 i 条腿在 $\{W\}$ 坐标系下的位置, $\mathbf{P}_{\text{foot}} = [\mathbf{P}_1 \ \mathbf{P}_2 \ \mathbf{P}_3 \ \mathbf{P}_4]$, 则有

$$\mathbf{P}_{\text{foot}} = \hat{\mathbf{P}}_{\text{com}} + \hat{\mathbf{R}}_{\text{B}}^T \mathbf{F}_{\text{kine}}(\mathbf{q}_j) \quad (21)$$

$$\mathbf{n}_{\text{sup}} = (\mathbf{P}_4 - \mathbf{P}_3)^\#(\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_3) \quad (22)$$

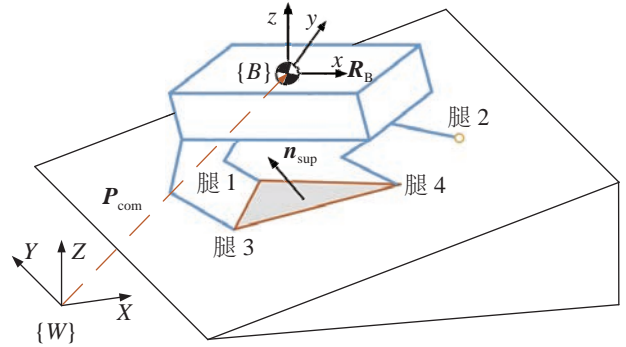


图 2 TAAC 变量示意图

Fig.2 Schematic diagram of TAAC variables

参考文献 [24], ψ 对四足机器人的运动影响是很小的。因此, 在设计过程中, 可以暂时忽略。机器人的姿态适应映射为 $\mathbf{T}_i: {}^B \mathbf{Z}_i \rightarrow \mathbf{n}_{\text{sup},i}$ 。其中 \mathbf{T}_i 称为姿态适应矩阵, 它的作用是将 $\{B\}$ 坐标系的 Z 轴与 $\mathbf{n}_{\text{sup},i}$ 对齐。崎岖地形下的 $\mathbf{n}_{\text{sup},i}$ 变化频繁, 因此经典的方法 [14-15] 会导致姿态的过度波动。

为了抑制文 [12,25] 中的机体振荡, 构建 QP 为

$$\min_{\Delta \mathbf{T}_i^*} \|\mathbf{e}_i\|^2 + \alpha_{\text{TCL},i} \|\Delta \mathbf{T}_i\|^2, \quad \text{s.t. } \mathbf{I} \leq \Delta \mathbf{T}_i \leq \mathbf{T}_i \quad (23)$$

其中, $\Delta \mathbf{T}_i$ 是优化变量, $\alpha_{\text{TCL},i}$ 为地形复杂度系数, \mathbf{e}_i 是 ${}^B \mathbf{Z}_i$ 与 $\mathbf{n}_{\text{sup},i}$ 的误差。在式 (23) 中, 代价函数根据过去的地形复杂度计算 $\Phi_{\text{B,d}}$ 、 $\mathbf{n}_{\text{sup},i}$ 的欧拉角形式为 $[\phi_{\text{sup},i} \ \theta_{\text{sup},i} \ \psi_{\text{sup},i}]^T$ 。 ${}^B \mathbf{Z}_i$ 的欧拉角形式为 $[\phi_i \ \theta_i \ \psi_i]^T$ 。式 (23) 是建立在旋转矩阵上的, 因此 $\Delta \mathbf{T}_i$ 与 $\alpha_{\text{TCL},i}$ 的结构复杂, 不利于求解。对此, 考虑到姿态适应矩阵 \mathbf{T}_i 的调整角度不大, 本文用欧拉角重构式 (23), 以最优期望横滚角的求解为例, 得到新的优化目标:

$$\Omega = \min_{\phi_i^*} |\phi_i - \phi_{R_d,i}|^2 + S_{\text{TCL},i}^\phi |\phi_i - \phi_{\text{sup},i}|^2 \quad (24)$$

其中, $\mathbf{R}_{d,i} = [\phi_{R_d,i} \ \theta_{R_d,i} \ \psi_{R_d,i}]^T$ 为当前的姿态输入, 横滚运动中的地形复杂度系数 $S_{\text{TCL},i}^\phi$ 由式 (25) 计算:

$$S_{\text{TCL},i}^\phi = \sqrt{\frac{1}{\xi} \sum_{k=i-\xi}^i (\phi_{\text{sup},k} - \bar{\phi})^2} \quad (25)$$

其中, $\bar{\phi} = \frac{1}{\xi} \sum_{k=i-\xi}^i \phi_{\text{sup},k}$, ξ 为局部复杂周期数。

对 Ω 进行求解, 可以得到最优期望横滚角 $\phi_{d,i}^*$ 。类似地, 仿照 $\phi_{d,i}^*$ 的设计方式, 机器人第 i 个周期下的最优期望姿态角 $\Phi_{\text{B,d},i}^*$ 为

$$\Phi_{\text{B,d},i}^* = [\phi_{d,i}^* \ \theta_{d,i}^* \ \psi_{d,i}^*]^T \quad (26)$$

其中, $\theta_{d,i}^*$ 和 $\psi_{d,i}^*$ 分别为最优期望俯仰角和偏航角。

2.3 SAWBC 设计

在 2.2 节得到了 $\Phi_{B,d,i}^*$ ，它可以为四足机器人提供最优的期望姿态角度。机器人要实现姿态和位置的控制，需要扭矩输入受既定规则的控制。因此，本节将根据阻抗自适应理论发展 SAWBC，目的是将 $\Phi_{B,d,i}^*$ 转换为 $T_{com,d}$ ，以获得更好的动态稳定性与环境适应性。

笛卡儿阻抗定义为

$$\mathbf{T}_{com,d} = \underbrace{\mathbf{M}_{com}\ddot{\mathbf{E}}_{com} + \mathbf{D}_{com}\dot{\mathbf{E}}_{com} + \mathbf{K}_{com}\mathbf{E}_{com}}_{\mathbf{T}_{com,e}} + \mathbf{T}_g \quad (27)$$

其中， $\mathbf{T}_g = m\mathbf{g}$ 为重力补偿项， m 为机器人质量。广义误差 $\mathbf{E}_{com} = [\Delta\mathbf{x}_{com}^T \ \Delta\phi_{ipy}^T]^T$ 。 $\Delta\mathbf{x}_{com} = \mathbf{P}_{com,d} - \mathbf{P}_{com}$ 和 $\Delta\phi_{ipy} = \Phi_{B,d} - \Phi_B$ 分别为质心的位置和姿态误差。 \mathbf{D}_{com} 和 $\mathbf{K}_{com} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ 分别是阻尼和刚度矩阵。

为了使 \mathbf{E}_{com} 快速收敛，引入可变刚度理论^[26]，式 (27) 中 $\mathbf{T}_{com,e}$ 可以改写为

$$\mathbf{T}_{com,e} = \mathbf{M}_{com}\ddot{\mathbf{E}}_{com} + \mathbf{D}_{com}\dot{\mathbf{E}}_{com} + (\mathbf{K}_{com,0} + \mathbf{K}_{com,v})\mathbf{E}_{com} \quad (28)$$

其中， $\mathbf{K}_{com,0}$ 和 $\mathbf{K}_{com,v}$ 分别为机器人的基础刚度和可变刚度项。

$\mathbf{T}_{com,e}$ 的最小化目标为

$$\Gamma_{com} = \min_{\mathbf{F}} \|\dot{\mathbf{E}}_{com}\|^2 + \mathbf{B}\|\mathbf{T}_{com,e}\|^2 \quad (29)$$

其中， $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ 为权重矩阵， Γ_{com} 可以用小变量的 $\mathbf{T}_{com,e}$ 实现 \mathbf{E}_{com} 的快速收敛。为了提高系统误差的收敛速度，计算 Γ_{com} 梯度：

$$\nabla\Gamma_{com} = \frac{d\Gamma_{com}}{d(\mathbf{K}_{com,v}\mathbf{E}_{com})} = \dot{\mathbf{E}}_{com}\mathbf{D}_{com}^{-1} - \mathbf{B}\mathbf{T}_{com,e} \quad (30)$$

当 $\mathbf{K}_{com,v}$ 沿 $-\nabla\Gamma_{com}$ 变化时， Γ_{com} 最小。因此，四足机器人的最优刚度变化规律为

$$\mathbf{K}_{com,v}(t) = \mathbf{K}_{com,v}(t-\lambda) - \gamma_1\nabla\Gamma_{com}, \quad \gamma_1 \in (0,1) \quad (31)$$

其中， γ_1 和 λ 分别为衰减系数和采样周期。

类似地，摆动腿的期望目标 $\mathbf{F}_{sw,d}$ 为

$$\mathbf{F}_{sw,d} = \mathbf{D}_{sw}\dot{\mathbf{E}}_{sw} + (\mathbf{K}_{sw,0} + \mathbf{K}_{sw,v})\mathbf{E}_{sw} \quad (32)$$

其中， \mathbf{D}_{sw} 、 $\mathbf{K}_{sw,0}$ 和 $\mathbf{K}_{sw,v}$ 分别是摆动部分的阻尼、基础刚度和可变刚度矩阵， \mathbf{E}_{sw} 是摆动腿的位置误差。

摆动部分的可变刚度控制律 $\mathbf{K}_{sw,v}$ 被定义为

$$\mathbf{K}_{sw,v}(t) = \mathbf{K}_{sw,v}(t-\lambda) - \gamma_2\nabla\Gamma_{sw}, \quad \gamma_2 \in (0,1) \quad (33)$$

其中， γ_2 为衰减系数， $\nabla\Gamma_{sw}$ 是摆动部分的最小化目标梯度。

式 (31)(32) 分别对应了支撑腿和摆动腿的控制方法，和式 (5)(9) 一起组成了 SAWBC 方案。

至此完成了基于地形感知和刚度自适应的四足机器人姿态控制方案的设计。如图 3 所示，系统根据给定的参考运动方式，进行如下 3 个步骤的运动控制。1) ErKF 通过融合传感器信息，在无视觉情况下对机器人的状态进行高精度估计。2) TAAC 结合环境信息和参考运动计算 $\Phi_{B,d,i}^*$ 。3) SAWBC 根据偏差调整最优控制器参数，将 $\Phi_{B,d,i}^*$ 转换为 $\mathbf{T}_{com,d}$ ；随后通过 QP 计算 \mathbf{u}^* ，并由 \mathbf{J}_{kine}^T 将其映射为 $\boldsymbol{\tau}_d$ 。

2.4 稳定性证明

本节将对四足机器人整体稳定性进行证明。在此之前，先引入一些引理和假设。

引理 1 系统由 SAWBC、四足机器人和环境构成。当且仅当系统的组成部分，以及各部分间的相互作用都是无源时，整个系统是无源稳定的^[27]。

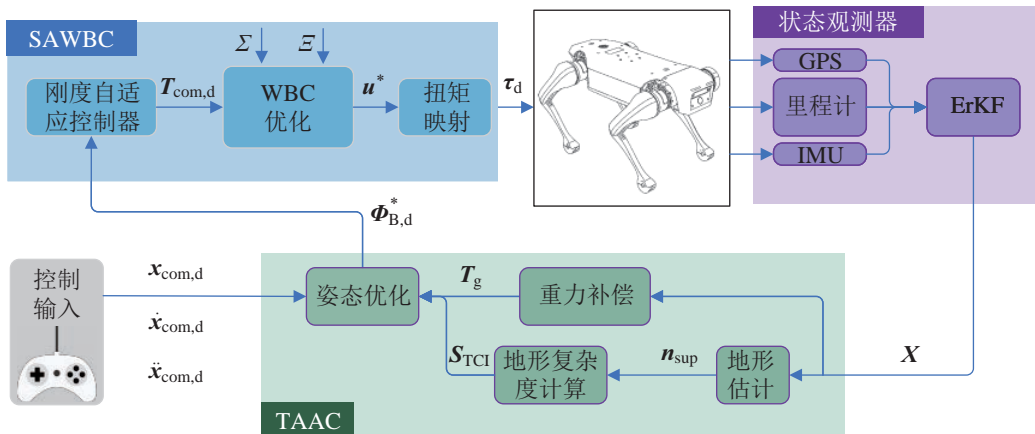


图 3 控制器结构

Fig.3 Controller structure

假设 2 四足机器人的支撑腿不存在打滑现象。

假设 3 在 Riccati 方程中, 微分方程的解是有界的^[28]。

定理 1 考虑运动控制器式 (27) 和式 (32), 结合 ErKF 式 (18) 和式 (20), 当四足机器人的控制器稳定且 ErKF 误差收敛时, 机器人系统整体稳定。

系统的稳定性证明如下:

选取四足机器人系统虚拟阻抗势能的李雅普诺夫函数为

$$V = V_{\text{still}} + V_{\text{sw}} \quad (34)$$

其中, V_{still} 为静止的虚拟阻抗重力势能候选函数, V_{sw} 为摆动虚拟阻抗势能候选函数。对 V 微分^[29]:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \Delta \mathbf{v}_{\text{com}}^T (-\mathbf{J}_{\text{com}}^T \mathbf{F}_{\text{grf,d}} - \mathbf{D}_{\text{com}} \Delta \mathbf{v}_{\text{com}}) + \\ &\quad \Delta \mathbf{v}_{\text{sw}}^T (\mathbf{F}_{\text{sw,d}} - \mathbf{D}_{\text{sw}} \Delta \mathbf{v}_{\text{sw}}) \\ &= \underbrace{-\Delta \mathbf{v}_{\text{com}}^T \mathbf{J}_{\text{com}}^T \mathbf{F}_{\text{grf,d}} + \Delta \mathbf{v}_{\text{sw}}^T \mathbf{F}_{\text{sw,d}}}_{\dot{V}_1} + \\ &\quad \underbrace{(-\Delta \mathbf{v}_{\text{com}}^T \mathbf{D}_{\text{com}} \Delta \mathbf{v}_{\text{com}} - \Delta \mathbf{v}_{\text{sw}}^T \mathbf{D}_{\text{sw}} \Delta \mathbf{v}_{\text{sw}})}_{\dot{V}_2} \end{aligned} \quad (35)$$

其中, $\Delta \mathbf{v}_{\text{com}} = \dot{\mathbf{E}}_{\text{com}}$, $\Delta \mathbf{v}_{\text{sw}} = \dot{\mathbf{E}}_{\text{sw}}$ 。

\mathbf{D}_{com} 与 \mathbf{D}_{sw} 是正定的, 因此 $\dot{V}_2 < 0$ 。根据式 (2) 和 \mathbf{J}_{com} 的定义, 可以得到:

$$\Delta \mathbf{v}_{\text{com}}^T \mathbf{J}_{\text{com}} = [\Delta \mathbf{v}_{\text{st}}^T \quad \Delta \mathbf{v}_{\text{sw}}^T] \quad (36)$$

其中, $\Delta \mathbf{v}_{\text{st}}$ 和 $\Delta \mathbf{v}_{\text{sw}}^T$ 分别是支撑腿和摆动腿的速度。

参考假设 2, 令 $\Delta \mathbf{v}_{\text{st}} = 0$, 则有

$$[\Delta \mathbf{v}_{\text{st}}^T \quad \Delta \mathbf{v}_{\text{sw}}^T] \mathbf{F}_{\text{grf,d}} = \Delta \mathbf{v}_{\text{sw}}^T \mathbf{F}_{\text{sw,d}} \quad (37)$$

将式 (37) 代入式 (35), $\dot{V}_1 = 0$ 。从而, $\dot{V} = \dot{V}_2 < 0$ 。

综上, V 由正定的笛卡儿阻抗组成, 而重力势能有下界, 所以 V 有下界。根据引理 1, 机器人与环境都是无源的, 则控制器也将是无源的。从而整个系统无源稳定。

而后对 ErKF 的稳定性进行分析。在连续时间下, ErKF 可以展开为

$$\delta \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{F} \delta \hat{\mathbf{X}} + \mathbf{K} (\mathbf{Z} - \mathbf{H} \delta \hat{\mathbf{X}}) = \mathbf{K} \mathbf{Z} + (\mathbf{F} - \mathbf{K} \mathbf{H}) \delta \hat{\mathbf{X}} \quad (38)$$

其中, $\mathbf{K} = \mathbf{P} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1}$ 是卡尔曼增益, \mathbf{F} 和 \mathbf{R} 分别为状态转移和噪声测量协方差矩阵。

估计偏差协方差矩阵 \mathbf{P} 由 Riccati 微分方程定义:

$$\dot{\mathbf{P}} = \mathbf{P} \mathbf{F}^T + \mathbf{F} \mathbf{P} + \mathbf{Q} - \mathbf{K} \mathbf{H} \mathbf{P} \quad (39)$$

其中, \mathbf{Q} 是状态噪声协方差矩阵, 正定。

根据假设 3, $\exists \bar{p} > 0$, $\|\mathbf{P}\| \leq \bar{p}$ 。定义 $\boldsymbol{\Pi} = \mathbf{P}^{-1}$ 和 $\boldsymbol{\xi} = -\mathbf{K} \mathbf{H} \delta \mathbf{X}$ 。ErKF 估计偏差的候选李雅普诺夫函数 L 为

$$L = \boldsymbol{\xi}^T \boldsymbol{\Pi} \boldsymbol{\xi} \quad (40)$$

对 L 微分:

$$\begin{aligned} \dot{L} &= \dot{\boldsymbol{\xi}}^T \boldsymbol{\Pi} \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\xi}^T \dot{\boldsymbol{\Pi}} \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\xi}^T \boldsymbol{\Pi} \dot{\boldsymbol{\xi}} \\ &= \boldsymbol{\xi}^T [\dot{\boldsymbol{\Pi}} - (\mathbf{K} \mathbf{H})^T \boldsymbol{\Pi} - \boldsymbol{\Pi} \mathbf{K} \mathbf{H} + \mathbf{F}^T \boldsymbol{\Pi} + \boldsymbol{\Pi} \mathbf{F}] \boldsymbol{\xi} \end{aligned} \quad (41)$$

将式 (38) 和 $\dot{\boldsymbol{\Pi}} = -\boldsymbol{\Pi} \dot{\mathbf{P}} \boldsymbol{\Pi}$ 代入式 (41):

$$\begin{aligned} \dot{L} &= \boldsymbol{\xi}^T (\dot{\boldsymbol{\Pi}} + \boldsymbol{\Pi} \mathbf{F} + \mathbf{F}^T \boldsymbol{\Pi} - 2 \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}) \boldsymbol{\xi} \\ &= \boldsymbol{\xi}^T [-\boldsymbol{\Pi} (\mathbf{F} \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{F}^T - \mathbf{K} \mathbf{H} \mathbf{P} + \mathbf{Q}) \boldsymbol{\Pi} - \\ &\quad 2 \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} + \boldsymbol{\Pi} \mathbf{F} + \mathbf{F}^T \boldsymbol{\Pi}] \boldsymbol{\xi} \\ &= -\boldsymbol{\xi}^T (\boldsymbol{\Pi} \mathbf{Q} \boldsymbol{\Pi} + \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}) \boldsymbol{\xi} \end{aligned} \quad (42)$$

用 λ_q 表示 \mathbf{Q} 的最小特征根, 则有 $0 < \lambda_q \mathbf{I} < \mathbf{Q}$ 。结合假设 3、式 (42) 有

$$\dot{L} \leq -\frac{\lambda_q}{\bar{p}^2} \|\boldsymbol{\xi}\|^2 < 0 \quad (43)$$

回顾式 (40), 由于 \mathbf{K} 是有界量, \mathbf{H} 和 $\delta \mathbf{X}$ 有具体的物理意义, 因此 L 有界、正定。 \dot{L} 负定, 当 $\|\boldsymbol{\xi}\| \rightarrow \infty$ 时显然有 $L \rightarrow \infty$, 因此系统渐近稳定。即 ErKF 的误差收敛, 观测器稳定。

证毕。

3 仿真实验 (Simulation experiment)

3.1 ErKF 误差分析

机器人的初始位置为 $x = 0$, 定义环境地形为

$$\begin{cases} \alpha_{\text{slop}} = 0.4 \text{ rad}, & 2 \text{ m} < x < 7 \text{ m} \\ \alpha_{\text{slop}} = 0.2 \text{ rad}, & 7 \text{ m} < x < 12 \text{ m} \\ \alpha_{\text{slop}} = 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (44)$$

其中 α_{slop} 为坡度。表 3 给出了本文的传感器参数。

四足机器人在 α_{slop} 上的位置和角度曲线如图 4 所示。ErKF 误差波动范围非常小。特别地, 观测器对地面的估计值收敛迅速。机器人在前进过程中, 质心横移会导致 ${}^B Y$ 发生波动。 ${}^B Z$ 在初始时刻会出现峰值, 但是曲线会快速收敛到参考值, 并不断追踪参考值。 θ 受 ${}^B Y$ 的影响会出现微小波动。然而, 参考值和估计值总体保持一致。估计误差曲线如图 5 所示。位置误差总体平稳。 θ 、 ϕ 和 ψ 的误差很小并在 0 附近小幅波动, 这是机体运行带来的扰动所引起的。这些偏差在 ErKF 的作用下会快速收敛。

表3 传感器参数

Tab.3 Parameter values of the sensors		
传感器	参数名称	参数值
GPS	频率	500 Hz
	位置精度	0.1 m
	衰减系数	0.2
	速度精度	0.1 m/s
加速度计	频率	500 Hz
	分辨率	0.003 (m/s ²)/LSB
	归一化噪声系数	0.010 (m/s ²)/√Hz
	固有偏置	0.150 m/s ²
陀螺仪	频率	500 Hz
	分辨率	0.030 (rad/s)/LSB
	归一化噪声系数	0.020 (rad/s)/√Hz
	固有偏置	0.050 rad/s
	轴偏差	0.500%

表4 ErKF 误差指标

Tab.4 Error indexes of the ErKF

	最大值	最小值	均值	RMSE
E_x	0.025 0 m	-0.023 1 m	0.000 1 m	0.008 3
E_y	0.040 9 m	-0.001 6 m	0.031 6 m	0.007 5
E_z	0.133 3 m	-0.019 2 m	0.002 3 m	0.012 7
E_ϕ	0.005 4 rad	-0.013 2 rad	-0.002 1 rad	0.004 3
E_θ	0.005 8 rad	-0.018 4 rad	-0.003 7 rad	0.006 7
E_ψ	0.005 5 rad	-0.002 4 rad	-0.002 0 rad	0.001 9

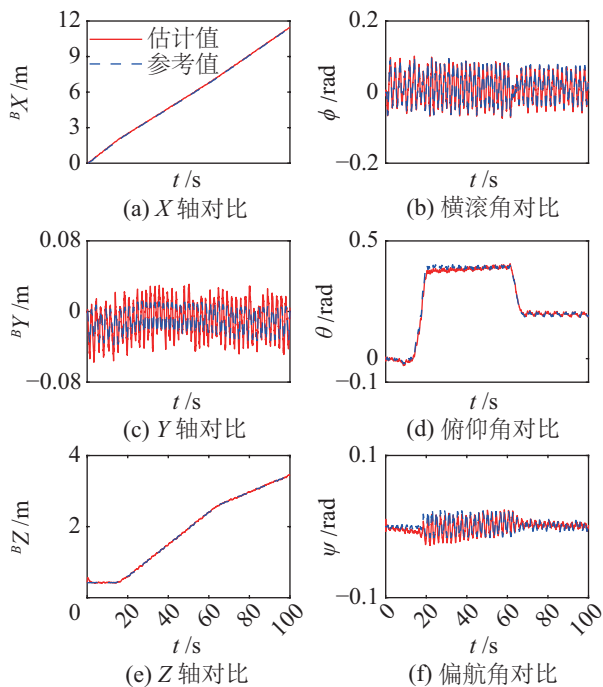


图4 ErKF 输出结果的估计值与参考值

Fig.4 Estimation and reference values of the ErKF output

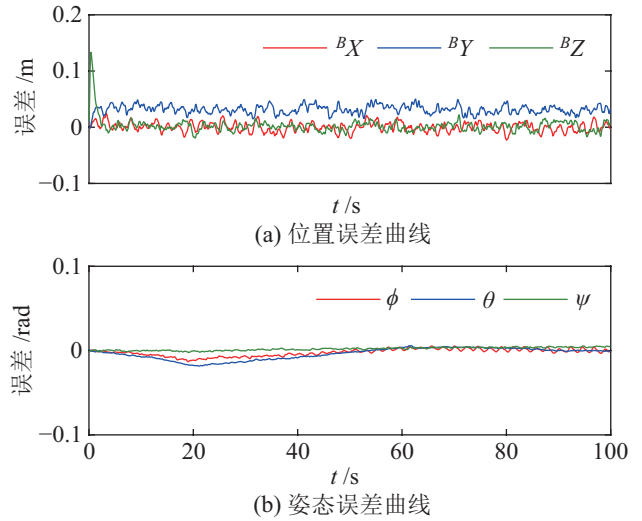


图5 ErKF 估计误差示意图

Fig.5 Estimation errors of the ErKF

计算 ErKF 的具体误差指标, 结果如表 4 所示。ErKF 的绝对误差非常小。特别是相对于较为粗糙的 GPS 精度 (0.1 m), 观测器获得了更精确的位置信息 (最大绝对误差小于等于 0.05 m)。最大误差均值与最大绝对误差都出现在了 B_Y 轴上。对于坡面的估计误差小于等于 0.06 rad, 最大误差出现在了 θ 上。6 自由度的标准差都非常小, 证明 ErKF 可以提供机体速度、位置和姿态状态的可靠估计。

3.2 崎岖地形场景

为了模拟真实的复杂地形, 本节选择一种复合的崎岖地形场景来验证所提方法的动态稳定性与环境适应能力。在对比中, 定义基于直接姿态适应策略的常规阻抗控制方案为 HP^[6,11], 基于姿态规划策略的 PWBC 方案为 SP^[12]。此外, 本文所提的 TAAC-SAWBC 方法为 SI。所涉及方法的相关控制参数在表 5 中给出。

测试所用的地形由如下两部分组成:

1) 在 $x \leq 6$ m 内是结构化的斜坡, 定义如下:

$$\begin{cases} \alpha_{\text{slop}} = 0.2 \text{ rad}, & 1 \text{ m} < x < 4 \text{ m} \\ \alpha_{\text{slop}} = 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (45)$$

2) 在 $6 \text{ m} < x \leq 16 \text{ m}$ 内则是通过仿真软件 Webots 软件设定仿真参数 perlinNOctaves=5 生成随机地形。地形最大高度差 1.6 m, 最大坡度 $\phi_{\text{sup,max}} = 0.5 \text{ rad}$, $\theta_{\text{sup,max}} = 0.7 \text{ rad}$ 。

地形示意图如图 6 所示。值得注意的是, 本文将崎岖场景部分设置为狭长的非平坦地面, 以此来获得起伏明显的地形条件, 验证所提方法在姿态高频振荡下的调节能力。

表 5 仿真参数
Tab.5 Simulation parameters

方法	参数	数值	参数	数值
SP	K_x	500	D_x	4 000
	K_y	1 300	D_y	4 000
	K_z	700	D_z	4 000
	K_ϕ	3 000	D_ϕ	20 000
	K_θ	3 000	D_θ	10 000
	K_ψ	3 000	D_ψ	20 000
	HP	K_x	500	D_x
K_y		1 300	D_y	4 000
K_z		700	D_z	4 000
K_ϕ		3 000	D_ϕ	20 000
K_θ		3 000	D_θ	10 000
K_ψ		3 000	D_ψ	20 000
SI		D_x	500	$K_{\phi,0}$
	D_y	1 300	$K_{\theta,0}$	10 000
	D_z	700	$K_{\psi,0}$	20 000
	D_ϕ	3 000	$K_{x,v}$	2 000
	D_θ	3 000	$K_{y,v}$	1 000
	D_ψ	3 000	$K_{z,v}$	1 000
	$K_{x,0}$	4 000	$K_{\phi,v}$	6 000
	$K_{y,0}$	4 000	$K_{\theta,v}$	5 000
	$K_{z,0}$	4 000	$K_{\psi,v}$	6 000

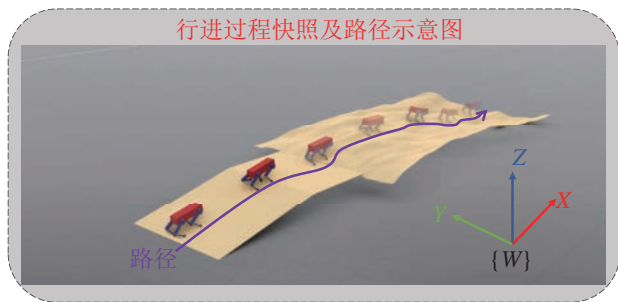


图 6 用于测试的复杂场景
Fig.6 Schematic of complex scenarios for testing

四足机器人在不同方法控制下穿越崎岖地形的姿态如图 7 所示。HP 方法的 Φ_B 波动幅度很大, SP 方法的姿态波动较小但小幅度的高频振荡不理想。相比之下, 所提出的 SI 方法的 Φ_B 曲线具有稳定的幅值和平滑的变化过程。值得注意的是, SI 方法控制下的 Φ_B 表现出略微滞后的变化, 这是因为有意控制下的小幅滞后可以避免 n_{sup} 的抖动, 保证了后续的稳定跟踪。这种滞后在 n_{sup} 稳定后会迅速消失。放大图表明 SI 方法对高频抖动抑制效果显著, 证明了该方法在机器人控制方面具有显著的自适应性与优势。

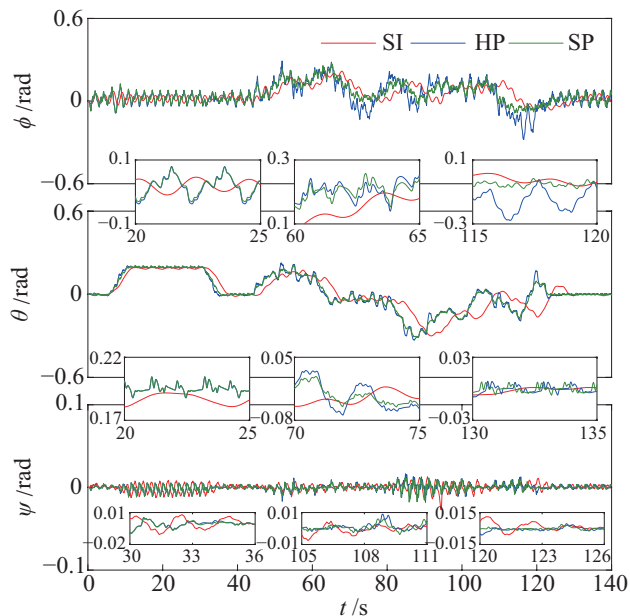


图 7 不同方法控制下的 Φ_B 曲线
Fig.7 Φ_B curve with different methods

四足机器人的欧拉角误差曲线如图 8 所示。可以看出, HP 方法的偏差呈现出高频率、大幅度的振荡, SP 方法在偏差幅值与频率的抖动抑制上表现不足。而所提出的 SI 方法则具有更小的误差抖动。得益于所设计的阻抗自适应律, 四足机器人的 ψ 曲线的变化过程也是足够平滑的。

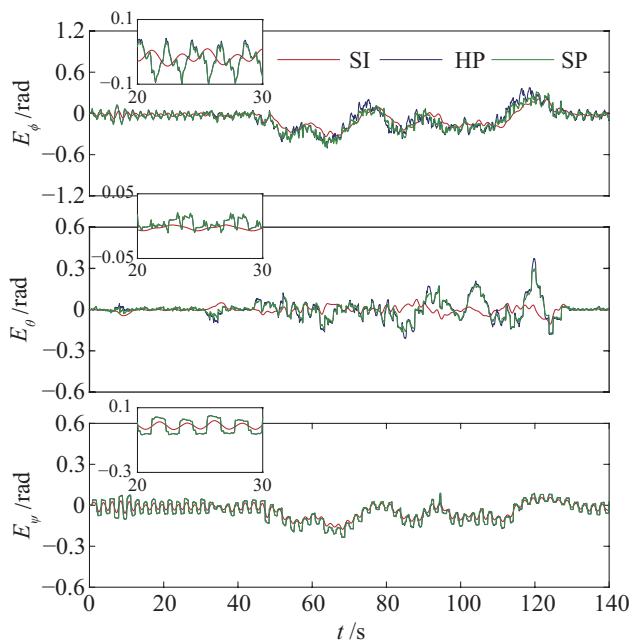


图 8 Φ_B 与 n_{sup} 的欧拉角偏差
Fig.8 Euler errors between Φ_B and n_{sup}

在复杂地形下机器人质心的矢状面轨迹如图 9 所示。与 HP 和 SP 方法的结果相比, 所提出的 SI 方法使四足机器人的运动轨迹更为平滑且稳定。仿

真结果说明所提方法补偿了无视觉方法对地形环境的预判能力的不足,保证了机器人平滑的姿态调整和误差的快速收敛,证明了所提方法对于变化环境的适应能力。

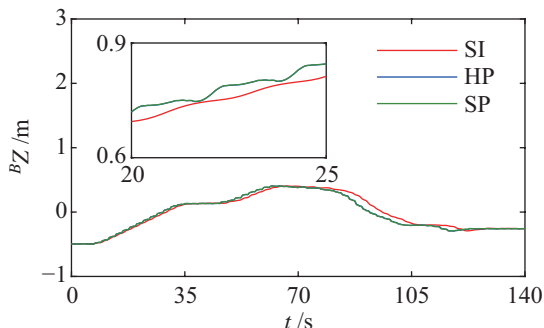


图9 复杂地形下的质心轨迹
Fig.9 Centroid trajectory in complex terrain

3.3 抗扰动分析

为了验证在本文方法控制下四足机器人的抗扰动能力,令机器人在平面上行走,并在 $t = 1.4$ s 时对其 B_Y 方向施加一个 100 N 的冲击扰动,该扰动的持续时间为 0.15 s。如图 10 所示,实线表示机器人在有扰动条件下的姿态变化,虚线是无扰动情况下的参考值。

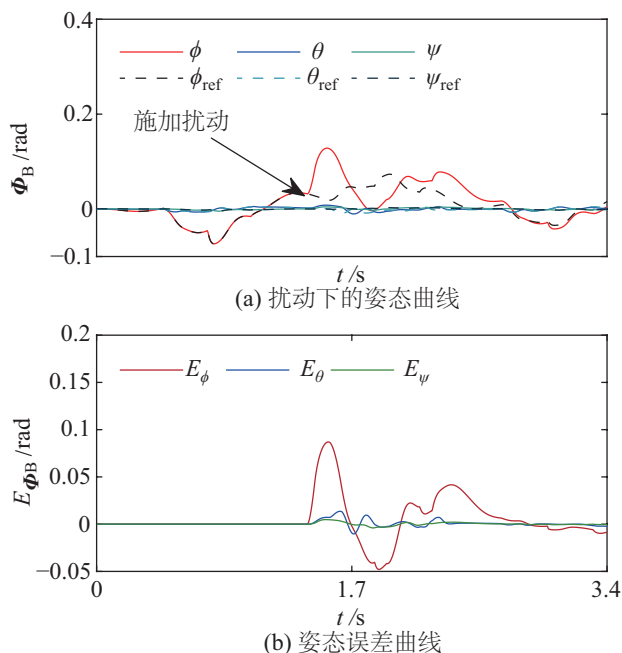


图 10 外力扰动下的 Φ_B 变化
Fig.10 Φ_B variation under external force disturbance

机器人的侧向稳定性受到反向干扰冲击而出现误差偏移,但所设计的方法可以使受扰后增大的姿态误差快速收敛。同时,受到第一次外界扰动后,控制器可以有效应对机器人时变姿态参考值带来的

二次扰动,这证明了所提方法可以使机器人从扰动中快速恢复。

考虑到机器人在 B_Y 上的稳定性最差,在行走条件下,在 B_Y 上施加 100 N 扰动,3 种不同方法获得的 E_ϕ 曲线如图 11 所示。

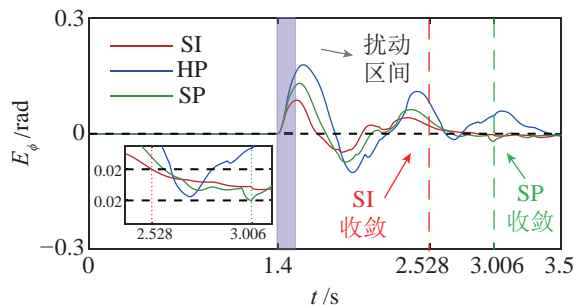


图 11 不同方法的 E_ϕ 变化
Fig.11 E_ϕ variation under different methods

在图 11 中,定义误差带为 ± 0.02 rad (局部放大图中的黑色虚线)。在 1.55 s 扰动撤除后,SI 方法的 E_ϕ 在 $t = 2.528$ s 进入误差带,收敛时间约为 0.978 s; SP 和 HP 方法分别在 $t = 3.006$ s 和 $t = 3.500$ s 进入误差带,收敛时间分别约为 1.456 s 和 1.95 s。显然,SI 方法收敛速度更快且超调更小。这是因为存在误差时,SI 方法的总刚度更大,这有利于快速抑制扰动的影响,进而提升了收敛速度;而后,可变刚度的衰减又避免了过量的超调现象,从而实现了姿态误差的快速收敛。

4 实物样机实验 (Prototype experiment)

为了进一步验证所提方法的有效性,本文在仿真的基础上设计了实物验证。

模拟样机系统结构如图 12 所示,地面站负责接收遥控器的指令并运行控制算法;机器人端的 UP 开发板接收地面站的控制指令并下发至 MCU (微控制单元),同时负责收集传感器信息并反馈至地面站;MCU 负责对关节电机进行闭环控制。关节电机的具体性能参数如表 6 所示。

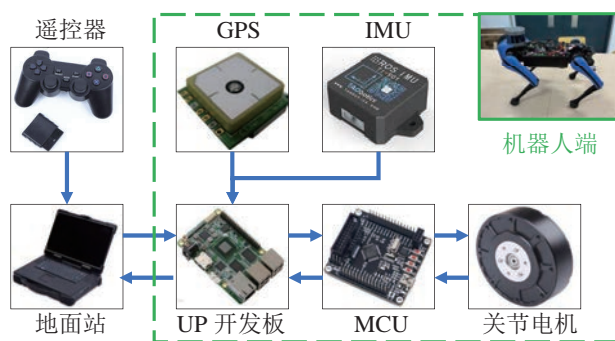


图 12 样机系统框架
Fig.12 Prototype system framework

表 6 电机性能参数

Tab.6 Motor technical parameters

关节	运动范围	峰值扭矩	峰值扭矩
髋关节 (x 轴)	$[-30^\circ, 30^\circ]$	27 N·m	20 rad/s
髋关节 (y 轴)	$[-200^\circ, 20^\circ]$	27 N·m	20 rad/s
膝关节	$[30^\circ, 160^\circ]$	53 N·m	20 rad/s

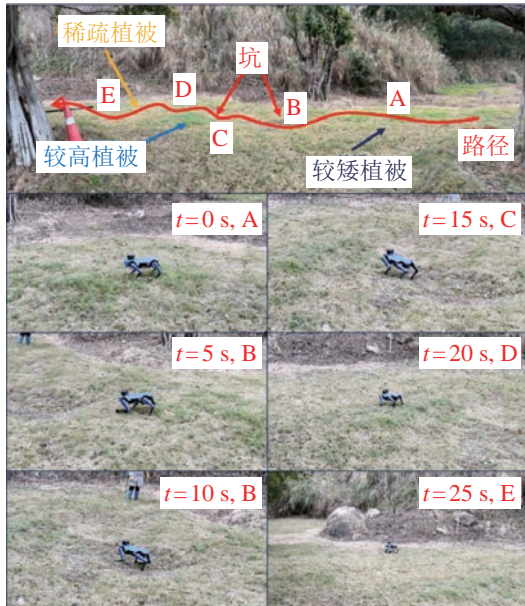


图 13 实验场景示意图
Fig.13 Experimental scenes

为了使实验更具代表性, 选取了非结构化程度高的实验场地, 如图 13 所示。实验场地总体是一块覆盖有各类植被的崎岖土地。机器人行进路径见图 13 中红色曲线, A、B、C、D、E 为路径上具有代表性的地形。A 处较为平缓, 但存在大量的凸起。B、C 两处凹坑深约 40 cm, 接近机器人高度。D 处植被较高, 覆盖深度超过了 20 cm。E 处植被覆盖较为稀疏, 且存在较小高度落差 (约 14 cm)。

分别采用 SI、SP 和 HP 方法控制四足机器人进行实验。提取机器人的 3 个姿态曲线, 如图 14 所示。

由于实际地形的非结构化程度高, 加之地面湿滑导致滑动现象较多, 因此 Φ_B 在 3 种方法控制下都出现了波动。受滑动现象以及大量坑洼地形的影响, HP 方法下姿态曲线整体波动大, 且出现了大量的高频振荡。同样, SP 方法虽然对打滑等因素导致的姿态大幅度波动有所改善, 但曲线整体仍然不够平滑。相比而言, SI 方法很好地抑制了高频振荡, 姿态曲线整体更为平滑, 在 θ 上表现尤为明显。可见, SI 方法能提高机器人的姿态平稳性, 具有更好的运动性能。另外, 机器人能在大约 5~15 s

内穿越坑洼地形。HP 方法在 θ 上的波动最大, 波动范围约为 15° , 接近坑的实际地形; SP 方法的 θ 波动范围约为 11° ; 而 SI 的姿态 θ 波动范围约为 7° , 这是因为 SI 方法成功估计出地形波动程度大, 并按设计预期增强了对姿态调整的抑制作用, 实现了优化调节, 获得了更高的姿态平滑性。实验结果与仿真结论相一致, 进一步地印证了 SI 方法的有效性和优越性。

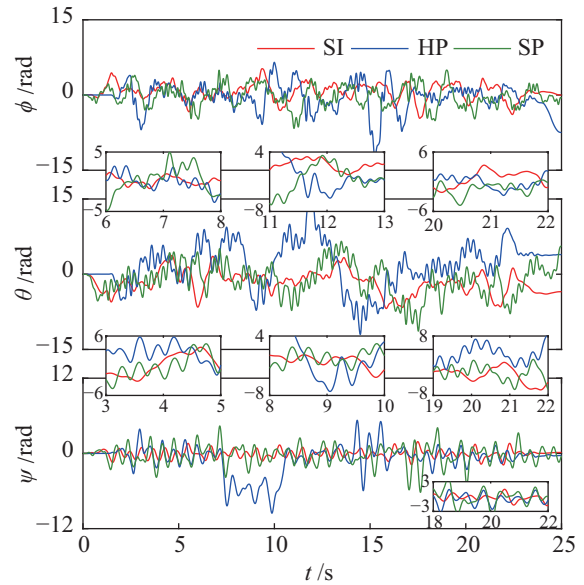


图 14 实验获得的 Φ_B 曲线
Fig.14 Φ_B curve in experiment

另外, 计算 3 种方法控制下的姿态角标准差 (表 7), 可见 SI 方法控制下的 3 个姿态角标准差均最小, 这也再次表明 SI 方法更能提高机器人运行稳定性。

表 7 不同方法的姿态标准差

Tab.7 Attitude standard deviation of different methods

姿态角	SI	HP	SP
ϕ	1.650 0°	2.782 7°	2.072 1°
θ	2.240 9°	4.498 0°	3.244 9°
ψ	0.634 4°	2.311 6°	1.218 8°

5 结论 (Conclusion)

设计了一种地形感知和刚度自适应控制方法, 提高了四足机器人在复杂地形中的姿态稳定性。所提出的卡尔曼滤波观测器实现了机体速度、位置和姿态状态的精确估计; 在此基础上, 地形感知一自适应控制器弥补了无视觉方法对地形环境预测能力的不足, 显著提升了机体在不规则地形上的运动稳定性。此外, 还设计了刚度自适应控制器, 有效提高了执行器扭矩偏差的收敛速度, 增强了四足机器

人的动态稳定性和环境适应性。理论分析以及实验验证了本文方法能够抑制机器人高频抖动, 提高其对复杂环境的适应能力。未来, 将结合强化学习方法, 进一步探索四足机器人群体的编队协同控制策略, 以实现更高水平的智能运动与应用。

参考文献 (References)

- [1] 张思远, 朱晓庆, 阮晓钢, 等. 基于环境反馈机制的四足机器人运动技能学习[J]. 控制与决策, 2024, 39(5): 1461-1468.
ZHANG S Y, ZHU X Q, RUAN X G, et al. Motor skill learning of quadruped robot based on environmental feedback mechanism[J]. Control and Decision, 2024, 39(5): 1461-1468.
- [2] 谭民, 王硕. 机器人技术研究进展[J]. 自动化学报, 2013, 39(7): 963-972.
TAN M, WANG S. Research progress on robotics[J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(7): 963-972.
- [3] GUO H L, ZHU J K, CHEN Y P. E-LOAM: LiDAR odometry and mapping with expanded local structural information[J]. IEEE Transactions on Intelligent Vehicles, 2023, 8(2): 1911-1921.
- [4] FOCCHI M, DEL PRETE A, HAVOUTIS I, et al. High-slope terrain locomotion for torque-controlled quadruped robots[J]. Autonomous Robots, 2017, 41: 259-272.
- [5] 陈腾, 李贻斌, 荣学文. 四足机器人动态下实时足底力优化方法的设计与验证[J]. 机器人, 2019, 41(3): 307-316.
CHEN T, LI Y B, RONG X W. Design and verification of real-time plantar force optimization for quadruped robots in dynamic gait[J]. Robot, 2019, 41(3): 307-316.
- [6] BLEDT G, POWELL M J, KATZ B, et al. MIT Cheetah 3: Design and control of a robust, dynamic quadruped robot[C]//IEEE/RSS International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, USA: IEEE, 2018: 2245-2252.
- [7] HORVAT T, MELO K, IJSPEERT A J. Model predictive control based framework for CoM control of a quadruped robot[C]//IEEE/RSS International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, USA: IEEE, 2017: 3372-3378.
- [8] BJELONIC M, GRANDIA R, GEILINGER M, et al. Offline motion libraries and online MPC for advanced mobility skills [J]. International Journal of Robotics Research, 2022, 41(9-10): 903-924.
- [9] XIE A Z, CHEN T, RONG X W, et al. A robust and compliant framework for legged mobile manipulators using virtual model control and whole-body control[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2023, 164. DOI: 10.1016/j.robot.2023.104411.
- [10] YUAN W, LIU Y H, SU C Y, et al. Whole-body control of an autonomous mobile manipulator using model predictive control and adaptive fuzzy technique[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2023, 31(3): 799-809.
- [11] GRANDIA R, FARSHIDIAN F, RANFTL R, et al. Feedback MPC for torque-controlled legged robots[C]//IEEE/RSS International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, USA: IEEE, 2019: 4730-4737.
- [12] FAHMI S, MASTALLI C, FOCCHI M, et al. Passive whole-body control for quadruped robots: Experimental validation over challenging terrain[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2019, 4(3): 2553-2560.
- [13] WISTH D, CAMURRI M, DAS S, et al. Unified multi-modal landmark tracking for tightly coupled lidar-visual-inertial odometry[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2021, 6(2): 1004-1011.
- [14] MASTALLI C, HAVOUTIS I, FOCCHI M, et al. Motion planning for quadrupedal locomotion: Coupled planning, terrain mapping, and whole-body control[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2020, 36(6): 1635-1648.
- [15] CLEMENTE L, VILLARREAL O, BRATTA A, et al. Foothold evaluation criterion for dynamic transition feasibility for quadruped robots[C]//International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, USA: IEEE, 2022: 4679-4685.
- [16] WINKLER A, HAVOUTIS I, BAZEILLE S, et al. Path planning with force-based foothold adaptation and virtual model control for torque controlled quadruped robots[C]//International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, USA: IEEE, 2014: 6476-6482.
- [17] 张世俊, 邢琰, 胡勇. 一种不平整地形下足式机器人的主动柔顺控制方法[J]. 航天控制, 2018, 36(5): 47-52,63.
ZHANG S J, XING Y, HU Y. Active compliant control method for a quadruped robot on uneven terrain[J]. Aerospace Control, 2018, 36(5): 47-52,63.
- [18] 陈辉, 任志刚, 冯祖仁, 等. 基于 IMU 和运动学的四足机器人对角支撑状态估计算法[J]. 控制与决策, 2024, 39(9): 2894-2902.
CHEN H, REN Z G, FENG Z R, et al. State estimation for diagonal support of quadruped robot based on IMU and kinematics[J]. Control and Decision, 2024, 39(9): 2894-2902.
- [19] MIKI T, LEE J, HWANGBO J, et al. Learning robust perceptive locomotion for quadrupedal robots in the wild[J]. Science Robotics, 2022, 7(62). DOI: 10.1126/scirobotics.abk2822.
- [20] BISWAL P, MOHANTY P K. Development of quadruped walking robots: A review[J]. Ain Shams Engineering Journal, 2021, 12(2): 2017-2031.
- [21] MURRAY R M, LI Z X, SASTRY S S. A mathematical introduction to robotic manipulation[M]. 1st ed. New York, USA: CRC Press, 1994.
- [22] ZHU T G, LIU Y, LI W K, et al. The quaternion-based attitude error for the nonlinear error model of the INS[J]. IEEE Sensors Journal, 2021, 21(22): 25782-25795.
- [23] KALAKRISHNAN M, BUCHLI J, PASTOR P, et al. Learning, planning, and control for quadruped locomotion over challenging terrain[J]. International Journal of Robotics Research, 2011, 30(2): 236-258.
- [24] 陈光荣. 四足机器人静动态行走控制策略研究[D]. 北京: 北京理工大学, 2018.
CHEN G R. Research on walking control strategy for static and dynamic gait of a quadruped robot[D]. Beijing: Beijing Institute of Technology, 2018.
- [25] WISTH D, CAMURRI M, FALLON M. VILENS: Visual, inertial, lidar, and leg odometry for all-terrain legged robots[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2023, 39(1): 309-326.
- [26] JUNG S, HSIA T C, BONITZ R G. Force tracking impedance control of robot manipulators under unknown environment [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2004, 12(3): 474-483.

- [3] YOON I, NA M, SONG J B. Assembly of low-stiffness parts through admittance control with adaptive stiffness[J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2024, 86. DOI: 10.1016/j.rcim.2023.102678.
- [4] 叶鹏达, 尤晶晶, 仇鑫, 等. 并联机器人运动性能的研究现状及发展趋势[J]. *南京航空航天大学学报*, 2020, 52(3): 363-377.
YE P D, YOU J J, QIU X, et al. Research status and development trend of motion performance of parallel robots[J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics*, 2020, 52(3): 363-377.
- [5] 吴其林, 赵韩, 陈晓飞, 等. 多臂协作机器人技术与应用现状及发展趋势[J]. *机械工程学报*, 2023, 59(15): 1-16.
WU Q L, ZHAO H, CHEN X F, et al. Review of technology, application status and development trend in multi-arm cooperative robots[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2023, 59(15): 1-16.
- [6] 梁旭, 王卫群, 苏婷婷, 等. 下肢康复机器人的主动柔顺自适应交互控制[J]. *机器人*, 2021, 43(5): 547-556.
LIANG X, WANG W Q, SU T T, et al. Active compliant and adaptive interaction control for a lower limb rehabilitation robot[J]. *Robot*, 2021, 43(5): 547-556.
- [7] 山显雷, 程刚. 高速运动下并联机器人主动支链的动力学耦合特性[J]. *机器人*, 2017, 39(5): 603-607.
SHAN X L, CHENG G. Dynamic coupling characteristics of active branches of parallel manipulator with high speed motion[J]. *Robot*, 2017, 39(5): 603-607.
- [8] 王冬, 吴军, 王立平, 等. 3-PRS 并联机器人惯量耦合特性研究[J]. *力学学报*, 2016, 48(4): 804-812.
WANG D, WU J, WANG L P, et al. Research on the inertia coupling property of a 3-PRS parallel robot[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2016, 48(4): 804-812.
- [9] HUANG L, XU W L, TORRANCE J, et al. Design of a position and force control scheme for 6RSS parallel robots and its application in chewing robots[J]. *International Journal of Humanoid Robotics*, 2010, 7(3): 477-489.
- [10] LIU G H, LI Q, FANG L J, et al. Towards robust physical human robot interaction by an adaptive admittance controller [J]. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2023, 109. DOI: 10.1007/S10846-023-01999-9.
- [11] 倪涛, 孙旭, 李东, 等. 基于外力估计的并联机器人柔顺控制策略研究[J]. *农业机械学报*, 2022, 53(8): 443-451.
NI T, SUN X, LI D, et al. Compliance control strategy of parallel robot based on external force estimation[J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2022, 53(8): 443-451.
- [12] HAN L, ZHAO L F, HUANG Y Z, et al. Variable admittance control for safe physical human-robot interaction considering intuitive human intention[J]. *Mechatronics*, 2024, 97. DOI: 10.1016/J.MECHATRONICS.2023.103098.
- [13] 杜玉红, 刘栋财, 董广宇. 基于广义坐标形式动力学的 6-RUS 并联机器人零力控制[J]. *机器人*, 2023, 45(3): 333-344.
DU Y H, LIU D C, DONG G Y. Free-force control of 6-RUS parallel robot based on dynamics of generalized coordinate form [J]. *Robot*, 2023, 45(3): 333-344.
- [14] 徐灵敏, 叶伟, 李秦川. 并联机器人逆动力学建模的几何代数方法[J]. *机械工程学报*, 2022, 58(7): 1-11.
XU L M, YE W, LI Q C. Geometric algebra-based method for inverse dynamic modeling of parallel robots[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2022, 58(7): 1-11.
- [15] 林孔容. 关于分数阶导数的几种不同定义的分析与比较 [J]. *闽江学院学报*, 2003, 24(5): 3-6.
LIN K R. Analysis and comparison of different definition about fractional integrals and derivatives[J]. *Journal of Minjiang University*, 2003, 24(5): 3-6.
- [16] MUJICA M, CRESPO M, BENOUSAAD M, et al. Robust variable admittance control for human-robot co-manipulation of objects with unknown load[J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2023, 79. DOI: 10.1016/J.RCIM.2022.102408.
- [17] GONG Y Z, ZHU F L, WANG Y. Robust output regulation for uncertain nonlinear minimum phase systems under unknown control direction[J]. *Systems & Control Letters*, 2024, 185. DOI: 10.1016/J.SYSCONLE.2024.105747.
- [18] ATASSI A N, KHALIL H K. Separation results for the stabilization of nonlinear systems using different high-gain observer designs[J]. *Systems & Control Letters*, 2000, 39(3): 183-191.

作者简介:

孙德源 (1999 -), 男, 硕士生。研究领域: 并联机器人柔顺控制。

徐志刚 (1971 -), 男, 博士, 研究员。研究领域: 智能生产线装配系统。

(上接第724页)

- [27] CAMLIBEL M K, JULIUS A A, PASUMARTHY R, et al. *Mathematical control theory I: Nonlinear and hybrid control systems*[M]. Cham, Switzerland: Springer, 2015.
- [28] 刘华山, 李生, 王保相. 带扩展卡尔曼滤波的柔性关节机器人虚拟分解控制[J]. *控制理论与应用*, 2018, 35(6): 850-858.
LIU H S, LI S, WANG B X. Virtual decomposition control for flexible-joint robot manipulators with extended Kalman filtering[J]. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(6): 850-858.
- [29] HENZE B, ROA M A, OTT C. Passivity-based whole-body balancing for torque-controlled humanoid robots in multi-contact scenarios[J]. *International Journal of Robotics Research*, 2016, 35(12): 1522-1543.

作者简介:

黄宴委 (1976 -), 男, 博士, 教授。研究领域: 无人系统导航, 智能控制等。

李东方 (1992 -), 男, 博士, 副教授。研究领域: 蛇形机器人避障, 机器人路径规划以及无人机路径跟踪等。