DOI: 10.13973/j.cnki.robot.2017.0439

# 面向直接示教的机器人负载自适应零力控制

侯 澈<sup>1,2</sup>, 王 争<sup>1</sup>, 赵忆文<sup>1</sup>, 宋国立<sup>1</sup>

(1. 中国科学院沈阳自动化研究所机器人学国家重点实验室,辽宁 沈阳 110016; 2. 中国科学院大学,北京 100049)

摘 要:相对于基于末端多维力传感器的直接示教工业机器人,基于关节扭矩传感器信息的机器人可接触范 围大,且安全性更好.但在变负载的复杂工况下,加上受到机器人自身摩擦力、重力、惯性力的影响,示教效率 受到制约.为此,本文提出了一种零力控制方法.首先,引入柔性关节机械臂的动力学模型作为被控对象,并分 析了该模型中电机摩擦力、惯量以及机械臂重力在直接示教过程中的影响. 然后,为精确补偿机器人自身的重力, 基于 QR 分解与最小二乘理论进行参数辨识. 而且针对机器人更换末端执行器或抓取物品后模型参数发生变化的 情况,提出一种变负载自适应零力控制方法.最后,在自主研发的7自由度协作型机器人平台上进行了实验.机 械臂自身重力参数辨识后的模型最大计算误差在关节额定力矩的4%以内,单关节力牵引实验中通过调节零力控 制参数,牵引力矩可由约13 N·m下降到约2 N·m. 变负载下的机器人牵引实验中,控制器能够在10 s内更新参数. 实验结果表明,在负载变化的情况下,该控制方法可帮助操作者轻松地拖拽机器人进行精准、高效的直接示教. 关键词:零力控制;自适应控制;模型辨识;直接示教;变负载 中图分类号: TP242 文献标识码: A

## Load Adaptive Force-free Control for the Direct Teaching of Robots

HOU Che<sup>1,2</sup>, WANG Zheng<sup>1</sup>, ZHAO Yiwen<sup>1</sup>, SONG Guoli<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory of Robotics, Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016, China; 2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: Comparing with the direct teaching robots with a multi-dimensional force sensor mounted on the end-effector, the robots based on the information from the joint torque sensors, have wider accessible area and are superior in security. But when facing complex tasks with variable loads, the teaching efficiency is constrained, and also affected by the friction force, the gravity and the inertia force on the robot itself. Therefore, a force-free control method is proposed. Firstly, the dynamic model of the flexible-joint manipulator is introduced as the controlled object. The influences of the friction force and the inertia of the motor are analyzed, as well as the gravity of the manipulator in the process of direct teaching. Then, its parameters are identified using QR decomposition and least squares theory to accurately compensate the gravity of the robot. Furthermore, a variable-load adaptive force-free control method is proposed to solve the model parameter change problem caused by replacing the end effector or grasping an object. Finally, experiments are carried out on the self-developed 7-DOF cooperative robot platform. The maximum calculation error of the model is less than 4% of the joint rated torque, after identifying the gravity parameter of the robot itself. In the experiment of single joint force traction, the moment is reduced from about 13 N·m to about 2 N·m by adjusting the force-free control parameters. In robot traction experiment with the variable load, the controller can update the model parameters within 10 s. The experiment results show that the control method can help operators to drag the robot easily for an accurate and efficient direct teaching in the case of the load changes. Keywords: force-free control; adaptive control; model identification; direct teaching; variable load

#### 1 引言(Introduction)

机器人示教是机器人投入使用前的重要步骤, 现有的工业机器人示教方法以示教盒编辑示教动作 为主. 这种示教方法需要操作者对机器人动作逐个 调试,组成一整套动作并使机器人重复示教动作.

该示教方法使用时繁琐、低效,且对使用者的技能 水平要求较高.对于装备大量机器人的生产线,通 过示教盒编辑示教动作的示教方法工作量十分庞 大,如何简化示教过程成为亟待解决的问题[1].目 前,协作型机器人受到广泛关注. 该机器人可与人 共享工作空间,使用者可用手拖拽机器人进行直接

文章编号: 1002-0446(2017)-04-0439-10

通信作者:赵忆文, zhaoyw@sia.cn 收稿/录用/修回: 2017-03-22/2017-06-15/2017-06-20

基金项目:下一代工业机器人关键技术及系统开发(KGZD-EW-608-1);新一代机器人控制技术研发(2015106014);与人共融机器人共性支撑技 术(C2016001)。

示教.这种示教方式相对简单,对使用者的技术水 平要求较低,并显著提升了人机交互的效率,能够 更好地适应快速变化的现代工业生产<sup>[2]</sup>.

直接示教按照电机工作状态的不同可分为功率 级脱离示教和伺服级接通示教<sup>[3]</sup>.所谓的功率级脱 离示教就是让各关节电机处于无伺服状态,直接示 教时,需要操作者克服机器人重力、摩擦力、惯性 力. 功率级脱离示教实现比较容易, 但工业机器人 普遍具有较大重量, 电机及传动装置具有较大摩擦 力,使得这种示教方法不仅费力,且在各种干扰力 的作用下,使用者也很难将机器人牵引至准确的示 教点. 基于以上不足, 目前普遍采用的方式是在机 器人末端安装多维力传感器以感知人体力的信息, 控制器将力的信息转化为位置指令使机器人能够 顺应使用者手部力的方向移动,如文[4-5].因为机 器人直接感知外部力并生成位置指令,所以该示教 控制方法不受机器人内部力的影响(如重力、摩擦 力、惯性力等),易于实现,属于基于位置的零力 控制. 然而, 机器人始终处于位置伺服状态, 且只 有末端能够接受外力信息,因而使用者只能牵引机 器人末端. 对于工业机器人, 其末端经常有不便触 摸的情况(如末端安装高温、锋利或存在大量油污 的执行器),在这种情况下,该方法并不实用.为 解决上述方法的不足,许多学者提出了无力传感器 的控制方法用于直接示教,如文[6-7],该方法需要 机器人关节电机工作在力矩模式,通过控制机器人 关节电机的电流补偿机器人重力和摩擦力. 无传感 器的控制方法虽然在一定程度上补偿了重力和摩擦 力,并省去了力矩传感器的费用,但这种方法存在 以下几种问题:

(1)电流与电机输出力矩存在非线性关系.实际系统电机电流与输出力矩存在的非线性部分将导致补偿结果不精确.

(2) 电流信号噪声较大.电流信号响应频率高, 容易受到高频噪声干扰.反向力矩经减速器缩小 后,使得电流信噪比极低.

(3) 无法补偿静摩擦力. 电流信号不能估计出 关节运动时产生的摩擦力,进而不能对摩擦引入的 系统扰动进行反馈校正.

同时,上述方法均未考虑在零力控制过程中的 负载变化情况,机器人在更换夹具或抓取物品时, 模型参数相应地发生变化,引起控制效果变差.

为解决上述方法上的不足,本文提出了一种基于关节力矩传感器信息的零力控制方法.相比上述控制方法,本文提出的零力控制器将在以下方面进行改进: (1)控制器使用力矩传感器信息,将力感

知的范围由机器人末端扩大到整个机器人,使用者 可牵引机器人任意部位;(2)考虑关节静摩擦力对 控制效果的影响,控制器能够削弱关节静摩擦造成 的牵引费力现象;(3)控制器能够自适应负载变换, 调节模型参数.

### 2 建模(Modeling)

为解决上述直接示教中存在的不足,控制系统 需满足以下要求:

(1) 机器人的每个关节都安装力矩传感器,可 对关节所受力矩进行检测,检测信号包含了使用者 的交互力、机器人的重力、摩擦力、惯性力与离心 力等,因此,若想通过较小的牵引力实现机器人牵 引,控制器要抵消其他力的影响,并对人手施加的 牵引力进行助力.

(2) 使用者将机器人牵引至任何位姿后松手, 必须保证机器人能够在重力影响下保持静止.

(3)应用关节力矩传感器,扩大机器人力感知 范围,机器人力感知区域不只局限于机器人末端, 具备整体力感知能力,使用者可将着力点放在机器 人末端或连杆上的任何位置.

直接示教功能的主要面向对象是协作型机器 人,该类机器人在设计时大多采用轻量化设计,机 器人关节大量使用谐波减速器、力矩传感器等柔性 元件,柔性关节在建模时可首先考虑如图1所示的 由电机与负载组成的双质量系统简化模型.



Fig.1 Simplified model of a flexible joint

谐波减速器与力矩传感器等柔性元件可等效为 图 1 所示系统中的弹簧, *K* 是等效刚度系数, *B* 表 示电机的自身惯量, 弹簧右边质量块表示机器人关 节承受的负载. 电机输出力矩  $\tau_m$  使电机转子转动, 电机转角  $\theta$  变化, 通过柔性元件将力矩  $\tau$  传递给输 出端,同时  $\tau$  也是力矩传感器的测量值,关节的输 出端带动负载转动,转角 q 变化.  $\tau_{ext}$  表示外部力 矩. 柔性关节模型可用数学表达式表示成

$$\begin{cases} M\ddot{q} = \tau + \tau_{\text{ext}} \\ \tau = K(\theta - q) \\ B\ddot{\theta} + \tau = \tau_{\text{m}} - \tau_{\text{f}} \end{cases}$$
(1)

其中, *M* 表示负载转动惯量, τ<sub>f</sub> 为电机端摩擦力, 摩擦力模型选用库仑与黏滞摩擦力模型:

$$\tau_{\rm f} = \tau_{\rm k} {\rm sgn}(\dot{\theta}) + D_{\rm v} \dot{\theta} \tag{2}$$

其中, Tk 表示库仑摩擦力, Dv 表示黏滞摩擦系数.

前文提到过的功率级脱离示教是在无伺服情况 下牵引机器人,在此情况下, $\tau_m$ 始终为0,在静止 状态下( $\dot{q},\ddot{q}=0$ )在关节电机无伺服情况下进行 外力牵引,首先用不足以克服静摩擦力的较小外力  $\tau_{ext}$ 牵引关节,模型表示为

$$\begin{cases} \tau_{\text{ext}} = \tau_{\text{f}} \\ \tau = -\tau_{\text{ext}} \end{cases}$$
(3)

此时,力矩传感器的测量值为 –  $\tau_{ext}$ ,若电机摩擦较大,想要转动关节则需要较大的牵引力克服电机静摩擦力.

若在静止状态下,用足以克服摩擦力的外力牵 引关节,使关节运动,此时数学模型如下:

$$\begin{cases} \tau_{\text{ext}} = B\ddot{\theta} + M\ddot{q} + \tau_{\text{f}} \\ \tau = K(\theta - q) \end{cases}$$
(4)

由式(4)的第1个等式可以发现,人施加的外力牵 引柔性关节需要克服电机惯量、负载惯量与动摩擦 力.为辅助使用者能够较轻松地牵引关节运动,可 得出控制器的任务是减小各种惯量以及摩擦力对系 统带来的影响.

考虑机器人的连杆与柔性关节,根据 Spong 对柔性关节的假设<sup>[8]</sup> 以及 Ott 等人对该假设的扩 展<sup>[9]</sup>,将式 (1) 扩展为具有柔性关节的机器人动力 学模型:

$$\begin{cases} \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}_{\text{ext}} \\ \boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{K}(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{q}) \\ \boldsymbol{B}\ddot{\boldsymbol{\theta}} + \boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_{\text{m}} - \boldsymbol{\tau}_{\text{f}} \end{cases}$$
(5)

假设具有柔性关节的机器人具有 n 个自由度,式 中, $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 、 $C(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 分别是惯性项、哥 氏项, $g(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^n$ 表示机器人重力项, $q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 表 示机器人连杆位置向量, $\tau \in \mathbb{R}^n$ 表示柔性元件承 受的扭矩,同时也是关节力矩传感器的测量量,同 理,式(1)中的电机转矩、摩擦力与电机转角分别 扩展为向量形式,即 $\tau_m, \tau_f, \theta \in \mathbb{R}^n$ .对比式(1)可 知,柔性关节的负载端为非线性、强耦合的机器人 刚体动力学模型,在低速情况下,连杆负载变换最 主要受到重力项g(q)的影响.因此,控制器的任务 可归纳为:能够区分使用者的外力与机器人自身的 重力、摩擦力,使得关节电机只对使用者的外力做 出响应.

### 3 控制器设计(Controller design)

### 3.1 零力控制器

从柔性关节开始分析,为实现以较小的外力牵 引柔性关节,利用力矩传感器检测信号 τ 可简单地 将控制器设计为式 (6) 的形式:

$$\tau_{\rm m} = -K_{\rm t} \cdot \tau \tag{6}$$

将式(7)代入柔性关节模型式(1),可得:

$$M\ddot{q} + \frac{B\ddot{\theta} + \tau_{\rm f}}{1 + K_{\rm t}} = \tau_{\rm ext} \tag{7}$$

对比式 (4) 可知,  $B\ddot{\theta} + \tau_{\rm f}$  变为原先的  $1/(1 + K_{\rm t})$  倍, 若取  $K_{\rm t} > 0$ , 则

$$\frac{B\ddot{\theta} + \tau_{\rm f}}{1 + K_{\rm t}} < B\ddot{\theta} + \tau_{\rm f} \tag{8}$$

由式(8)可知,在控制器的帮助下,使用相同外力 牵引机器人,电机惯量与摩擦力均减小为原先的 1/(1+K<sub>t</sub>)倍,K<sub>t</sub>的取值越大,使用者将获得越轻 的手感.

扩展到整个机器人系统,考虑具有 n 自由度的 机器人,为使调节系数  $K_t$  可分别对各个关节进行 调节,将  $K_t$  扩展为  $n \times n$  个元素组成的正定对角矩 阵,  $K_t = \text{diag}(K_{t1}, \dots, K_{tn})$ .

将控制器式 (6) 代入机器人动力学模型式 (4) 得:

$$\boldsymbol{\tau}_{\text{ext}} = (\boldsymbol{I} + \boldsymbol{K}_{\text{t}})^{-1} (\boldsymbol{B} \ddot{\boldsymbol{\theta}} + \boldsymbol{\tau}_{\text{f}}) + \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q}) \ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q})$$
(9)

若机器人在某一时刻撤去外力,即 **τ**<sub>ext</sub>, **q** 均 为 0,则式 (9) 变为

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + (\boldsymbol{I} + \boldsymbol{K}_{t})\boldsymbol{B}\dot{\boldsymbol{\theta}} = -\boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) - (\boldsymbol{I} + \boldsymbol{K}_{t})\boldsymbol{\tau}_{f} \qquad (10)$$

由式(10)可知,若机器人在某一位姿撤去外力,若

$$-\boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) > (\boldsymbol{I} + \boldsymbol{K}_{t})^{-1}\boldsymbol{\tau}_{f}$$
(11)

则机器人无法保持静止,机器人将受到自身重力加 速下降,因此,控制器式(6)并不满足控制要求.

由上述分析可知,式(6)虽然减小了电机惯量 与摩擦力的影响,但并没有改变重力对系统的影 响,为满足控制要求,需要对控制器进行扩展.

为消除重力影响,将式(6)扩展,得到如式(12) 所示的控制律:

$$\boldsymbol{\tau}_{\rm m} = \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{K}_{\rm t}(\boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) - \boldsymbol{\tau}) \tag{12}$$

将式(12)代入式(5)可得:

$$\boldsymbol{\tau}_{\text{ext}} = \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q}) \boldsymbol{\ddot{\boldsymbol{q}}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}, \boldsymbol{\dot{\boldsymbol{q}}}) \boldsymbol{\dot{\boldsymbol{q}}} + \boldsymbol{K}_{\text{t}}^{-1} \boldsymbol{B} \boldsymbol{\ddot{\boldsymbol{\theta}}} + \boldsymbol{K}_{\text{t}}^{-1} \boldsymbol{\tau}_{\text{f}} \qquad (13)$$

由式 (13) 可知,重力项已被消除,若调节  $K_t$ 中的元素,使得对应关节 i 的调节系数  $K_{ti} > 1$ ,则 电机惯量与摩擦力将被减小,因此只需较小的外力  $\tau_{ext}$ 就能对机器人进行牵引.

### 3.2 重力补偿与参数辨识

控制器式 (12) 含有动力学模型重力项 g(q),用于补偿机器人所受重力,动力学模型通常可由 CAD 建模获得,但实际模型与 CAD 模型有较大差距<sup>[10]</sup>,为提高控制效果,本节提出一种基于最小二乘与 QR 分解理论的辨识方法,用于获得准确的重力模型.

**g**(**q**) 只与关节转角 **q** 有关,实际上 **g**(**q**) 就是 机器人的势能对各关节转角的偏微分,设 *P* 为机器 人势能, *P<sub>i</sub>* 为连杆 *i* 的势能,对于高度为 *h* 的物体, 可知其势能为

$$P = mgh$$

对于连杆 i 上位置矢量为<sup>i</sup>r 处的质点 dm, 其势能为

$$\mathrm{d}P_i = -\boldsymbol{g}^{\mathrm{T}\,0}_{\ i} \boldsymbol{T}^{\ i} \boldsymbol{r} \mathrm{d}m \tag{14}$$

式中,重力加速度  $g^{T} = [g_{x}, g_{y}, g_{z}, 1].$ 

$$P_{i} = \int \mathrm{d}P_{i} = -\int \boldsymbol{g}_{i}^{\mathrm{T}0} \boldsymbol{T}^{i} \boldsymbol{r} \mathrm{d}m = -m_{i} \boldsymbol{g}_{i}^{\mathrm{T}0} \boldsymbol{T}^{i} \boldsymbol{r}_{i} \qquad (15)$$

这里,  $m_i$  为连杆 i 的质量;  $ir_i$  为连杆 i 相对上一个 关节坐标系的重心位置, iT 为基坐标到关节 i 坐标 系的齐次变换矩阵.

$$P = \sum_{i=1}^{n} P_i = -\sum_{i=1}^{n} m_i \boldsymbol{g}^{\mathrm{T}\,0}_{\ i} \boldsymbol{T}^{i} \boldsymbol{r}_i \qquad (16)$$

对于具有 *n* 个自由度的机器人,重力项 *g*(*q*) 为 *n*×1 向量,那么 *g*(*q*) 的第 *i* 项表示为

$$g_i(\boldsymbol{q}) = \frac{\partial P_i}{\partial \boldsymbol{q}} = -\sum_{p=i}^n m_p \boldsymbol{g}^{\mathrm{T}} \frac{\partial_p^0 \boldsymbol{T}}{\partial q_i}^p \boldsymbol{r}_p \qquad (17)$$

式 (17) 为机器人重力项的解析形式,由该解析式可确定重力项 g(q) 的待辨识参数为连杆质量  $m_i$  和连杆质心位置矢量  $ir_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ . 对于具有 n 个自由度的工业机器人,共需辨识 4n 个参数 ( $m_i \in \mathbb{R}^1$ ,  $ir_i \in \mathbb{R}^3$ ).

为方便参数辨识,将待辨识参数单独提出至向 量 p,  $p = [m_1, \dots, m_n, {}^1r_1, \dots, {}^nr_n]^T$ , p 为  $4n \times 1$  的 向量.将式 (5)第1个等式变成线性回归模型,如 式 (18)所示:

$$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{\Theta}(\boldsymbol{q}) \cdot \boldsymbol{p} \tag{18}$$

通常,由于待辨识参数向量 *p*中的部分元素线 性相关,导致参数向量 *p*无法求解,因此,为使待 辨识参数线性无关,需对式(19)重新构造,本文应 用 QR 分解法求取 *p*中线性无关参数,对矩阵 *Θ*(*q*) 进行 QR 分解可得:

$$\boldsymbol{\Theta} = \bar{\boldsymbol{Q}}\bar{\boldsymbol{R}} \to \bar{\boldsymbol{Q}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Theta} = \bar{\boldsymbol{R}}$$
(19)

其中,  $\hat{Q} \in \mathbb{R}^{n \times 4n}$  为正交矩阵,  $\hat{R} \in \mathbb{R}^{4n \times 4n}$  的上三角 矩阵. 若矩阵  $\hat{R}$  的第 m 行对角线元素矩阵  $\hat{R}_{m,m}$  为 0, 则  $\Theta(q)$  第 m 列线性相关, 对应待辨识向量 p 的 第 m 个元素不可辨识. 因此, 对矩阵  $\Theta(q)$  进行变 形,将所有矩阵  $\hat{R}$  对角线元素为 0 的列矩阵, 记为  $\Theta_{a}(q)$ , 其余列归纳为  $\Theta_{b}(q)$ , 对应的待辨识向量 p分解成  $p_{a}$ 、  $p_{b}$ , 由式 (19) 可得:

$$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{\Theta}(\boldsymbol{q}) \cdot \boldsymbol{p}$$

$$\rightarrow \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{a}}(\boldsymbol{q}) & \boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{b}}(\boldsymbol{q}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{p}_{\mathrm{a}} \\ \boldsymbol{p}_{\mathrm{b}} \end{bmatrix}$$
(20)

由于  $\Theta_{a}(q)$  是将  $\Theta(q)$  中线性相关的列提出组成的 矩阵,所以, $\Theta_{a}(q)$ 一定可用由  $\Theta(q)$ 中的线性无关 列组成的矩阵  $\Theta_{b}(q)$  表示,如式 (21)所示:

$$\boldsymbol{\Theta}_{a}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{\Theta}_{b}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{k}$$
(21)

其中, k 为常数矩阵, 对于 n 自由度机器人, 若向量  $p \in \mathbb{R}^{4n \times 1}$ 中共存在 j 个线性相关参数, 即  $p_{a} \in \mathbb{R}^{j \times 1}$ ,则  $\Theta_{a}(q) \in \mathbb{R}^{n \times j}$ ,  $\Theta_{b}(q) \in \mathbb{R}^{n \times (4n-j)}$ ,  $p_{b} \in \mathbb{R}^{(4n-j) \times 1}$ ,  $k \in \mathbb{R}^{(4n-j) \times j}$ .

将式 (21) 代入式 (20) 可得:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{k}\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{b}} & \boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{b}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{p}_{\mathrm{a}} \\ \boldsymbol{p}_{\mathrm{b}} \end{bmatrix} = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q})$$
$$\rightarrow \boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{b}} \cdot (\boldsymbol{k}\boldsymbol{p}_{\mathrm{a}} + \boldsymbol{p}_{\mathrm{b}}) = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q})$$
(22)

令 $p_{c} = (kp_{a} + p_{b})$ ,可得

$$\boldsymbol{\Theta}_{\rm b}(\boldsymbol{q}) \cdot \boldsymbol{p}_{\rm c} = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) \tag{23}$$

其中,  $\Theta_b$  各列元素线性无关,  $p_c \in \mathbb{R}^{(4n-j)\times 1}$  为可辨 识参数向量,由于 k 未知,相比 p,  $p_c$  已无明确的 物理意义,但辨识的目的是给定任意 q 求得 g(q) 的 值,因此,辨识  $p_c$  仍可获得准确的重力项 g(q).

在无外力静止条件下( $\boldsymbol{\tau}_{ext}, \dot{\boldsymbol{q}}, \ddot{\boldsymbol{q}} = 0$ ),力矩传 感器测量值即为重力项的计算值:

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) \tag{24}$$

因此,在静止无外力的情况下,g(q)、 $\Theta_b(q)$ 均为已知量,取足够多的采样点n,将采样值代入式(23)可得:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Theta}_{b}^{(1)}(\boldsymbol{q}) \\ \vdots \\ \boldsymbol{\Theta}_{b}^{(n)}(\boldsymbol{q}) \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{p}_{c} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{g}^{(1)}(\boldsymbol{q}) \\ \vdots \\ \boldsymbol{g}^{(n)}(\boldsymbol{q}) \end{bmatrix}$$
(25)

根据式 (25) 可知,可将辨识重力项参数 *p*。转 化成最小二乘求解问题.

定义辨识误差为 e:

$$\boldsymbol{e} = \boldsymbol{\Theta}_{\rm b}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{p}_{\rm c} - \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) \tag{26}$$

为求解 $p_c$ ,构造关于 $p_c$ 能量函数:

$$V(\boldsymbol{p}_{c}) = \frac{1}{2} \boldsymbol{e}^{T} \boldsymbol{e}$$
  
=  $\frac{1}{2} tr ((\boldsymbol{\Theta}_{b}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{p}_{c} - \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}))^{T} (\boldsymbol{\Theta}_{b}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{p}_{c} - \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q})))$   
(27)

求能量函数对待辨识参数 pc 的偏导数可得:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{V}(\mathbf{p}_{c})}{\partial \mathbf{p}_{c}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{\partial \operatorname{tr}(\mathbf{p}_{c}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Theta}_{b}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Theta}_{b} \boldsymbol{p}_{c})}{\partial \mathbf{p}_{c}} - \frac{\partial \operatorname{tr}(\mathbf{p}_{c}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Theta}_{b}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{g})}{\partial \mathbf{p}_{c}} - \frac{\frac{\partial \operatorname{tr}(\mathbf{p}_{c}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Theta}_{b}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{g})}{\partial \mathbf{p}_{c}} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{\partial \operatorname{tr}(\mathbf{p}_{c} \mathbf{g}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Theta}_{b})}{\partial \mathbf{p}_{c}} \end{bmatrix} - \frac{\partial \operatorname{tr}(\mathbf{p}_{c}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Theta}_{b}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{g})}{\partial \mathbf{p}_{c}} - \frac{\frac{\partial \operatorname{tr}(\mathbf{p}_{c}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Theta}_{b}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{g})}{\partial \mathbf{p}_{c}} - \frac{\frac{\partial \operatorname{tr}(\mathbf{p}_{c}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Theta}_{b}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{g})}{\partial \mathbf{p}_{c}} - \frac{\frac{\partial \operatorname{tr}(\mathbf{p}_{c}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Theta}_{b}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{g})}{\partial \mathbf{p}_{c}} \end{bmatrix} = \mathbf{\Theta}_{b}^{\mathrm{T}} \mathbf{\Theta}_{b} \mathbf{p}_{c} - \mathbf{\Theta}^{\mathrm{T}} \mathbf{g} = 0$$

进而,可得到待辨识参数的最小二乘解:

$$\boldsymbol{p}_{c} = (\boldsymbol{\Theta}_{b}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Theta}_{b})^{-1}\boldsymbol{\Theta}_{b}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Theta}_{b}\boldsymbol{\Theta}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{g}$$
(28)

#### 3.3 负载自适应零力控制器

机器人的末端执行器在实际使用时经常抓起各种负载,并且会根据任务不同而选择不同的末端执行器.每种负载与执行器的重量均有差别,导致了控制器 (12)中的重力项 g(q)发生改变,导致了模型存在参数不确定性,估计的重力项模型表示为

$$\hat{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{b}}(\boldsymbol{q})\hat{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{c}}$$
(29)

其中,  $\hat{p}_{c}$  为模型参数的估计值,  $\hat{g}(q)$  为重力项的估计值.

将 *p*c 作为实际模型的定常参数向量,引入模型估计误差为

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) - \hat{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{b}}(\boldsymbol{q}) \tilde{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{c}}$$
(30)

其中, p<sub>c</sub> 是实际参数与估计参数的误差,表示为

$$\tilde{\boldsymbol{p}}_{\rm c} = \boldsymbol{p}_{\rm c} - \hat{\boldsymbol{p}}_{\rm c} \tag{31}$$

根据式(29)、(30)、(31)可构造如下自适应律:

$$\dot{\hat{\boldsymbol{p}}}_{c} = \boldsymbol{K}\boldsymbol{\Theta}_{b}^{T}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\varepsilon}$$
(32)

其中, **K**为正定对角矩阵,表示自适应律的增益矩阵.因此,控制器表示成如下形式:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\tau}_{\rm m} = \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{K}_{\rm t}(\hat{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{q}) - \boldsymbol{\tau}) \\ \hat{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{\Theta}_{\rm b}(\boldsymbol{q})\hat{\boldsymbol{p}}_{\rm c} \\ \hat{\boldsymbol{p}}_{\rm c} = \boldsymbol{K}\boldsymbol{\Theta}_{\rm b}^{\rm T}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\varepsilon} \end{cases}$$
(33)

设置自适应收敛标志量为C:

$$C = \begin{cases} 1, & \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\varepsilon} < C_{\mathrm{det}} \\ 0, & \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\varepsilon} \geqslant C_{\mathrm{det}} \end{cases}$$

其中, *C*<sub>det</sub> 表示人为设定的自适应收敛完成触发阈值.

在直接示教时,机器人工作在零力控制模式, 使用者可自由牵引机器人.在更换末端执行器或抓 取负载后模型发生变化,需要人为给出模式切换信 号(例如通过可编程法兰上的 IO 按键或示教盒上 的 IO 按键触发此信号),此时机器人控制器切换 成位置模式,开始参数自适应阶段,待参数收敛后 (*C*=1),控制器重新切换至零力控制模式,此时机 器人模型参数已更新,将不受负载变换影响.控制 器工作模式切换关系如图 2 所示.





### 3.4 稳定性分析

将控制器式 (12) 代入式 (5) 中,得到系统闭环 方程:

$$\begin{cases} \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}_{\text{ext}} \\ \boldsymbol{K}_{\text{t}}^{-1}\boldsymbol{B}\ddot{\boldsymbol{\theta}} = \hat{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{q}) - \boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{K}_{\text{t}}^{-1}\boldsymbol{\tau}_{\text{f}} \\ \dot{\boldsymbol{p}}_{\text{c}} = \boldsymbol{K}\boldsymbol{\Theta}_{\text{b}}^{\text{T}}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\varepsilon} \end{cases}$$
(34)

对于零力控制系统,系统输入为使用者的牵引 力 **τ**<sub>ext</sub>,而输出则是机器人的关节速度 **q**.本文将 引入无源性理论的概念证明系统的稳定性,系统的 无源性有如下定义:

若系统模型为如下形式[11]:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \end{cases}$$
(35)

其中, $u \in \mathbb{R}^m$ 为系统输入, $x \in \mathbb{R}^n$ 为系统状态,  $y \in \mathbb{R}^m$ 为系统输出.若存在一个连续可微且正定的 能量储存函数H(x),满足:

$$\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y} \ge \dot{\boldsymbol{H}}(\boldsymbol{x}), \ \forall (\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}) \in \mathbb{R}^{n} \times \mathbb{R}^{m}$$
 (36)

则称该系统具有无源性,无源性可使系统稳定[12].

定义机器人势能与估计势能分别为 V<sub>g</sub>(q)、 V<sub>ĝ</sub>(q),且

$$\frac{\partial \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{q})}{\partial \boldsymbol{q}} = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}), \quad \frac{\partial \boldsymbol{V}_{\hat{\boldsymbol{g}}}(\boldsymbol{q})}{\partial \boldsymbol{q}} = \hat{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{q}) \quad (37)$$

**引理 1:** *İ*(*q*)-2*C*(*q*,*q*) 为反对称矩阵,即:

$$\mathbf{y}^{\mathrm{T}}(\dot{\mathbf{M}}(\mathbf{q}) - 2\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}))\mathbf{y} = 0, \quad \forall \mathbf{y}, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} \in \mathbb{R}^{\mathrm{n}}$$
(38)

为证明系统的稳定性,本文引用文[13]的推导结果,即存在基于电机位置 $\theta$ 表示机器人重力项的函数 $\bar{g}(\theta)$ ,使得

$$\bar{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{\theta}) = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) \tag{39}$$

$$\hat{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{\theta}) = \hat{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{q}) \tag{40}$$

根据式 (34) 的第1个等式构造机器人层面的能量储存函数:

$$\boldsymbol{V}_{\boldsymbol{q}}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) = \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q}) \dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{q})$$
 (41)

根据式 (34) 的第2个等式构造关节层面的能量储存 函数:

$$\boldsymbol{V}_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) = \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}} \left( \boldsymbol{K}_{\mathrm{t}}^{-1} \boldsymbol{B} \right) \dot{\boldsymbol{\theta}} + \frac{1}{2} \left( \boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{q} \right)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{K} \left( \boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{q} \right) - \boldsymbol{V}_{\hat{\boldsymbol{g}}}(\boldsymbol{q}) \qquad (42)$$

根据式 (34) 的第3个等式构造自适应律的能量储存 函数:

$$\boldsymbol{V}_{a}(\boldsymbol{p}_{c}) = \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{p}}_{c} \boldsymbol{K}^{-1} \tilde{\boldsymbol{p}}_{c}$$
(43)

所以,系统总能量函数为

$$\boldsymbol{V}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{\theta}}, \dot{\boldsymbol{q}}, \boldsymbol{p}_{c}) = \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{q}}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) + \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{q}, \boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) + \boldsymbol{V}_{a}(\boldsymbol{p}_{c})$$
(44)

根据式 (41)、(42)、(43) 可知,系统能量储存函数  $V(\theta, q, \dot{\theta}, \dot{q}, p_c) \ge 0.$ 

对 
$$V_q(q, \dot{q})$$
 求导可得:

$$\dot{\boldsymbol{V}}_{\boldsymbol{q}}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) = \dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q}) \ddot{\boldsymbol{q}} + \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}} \dot{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q}) \dot{\boldsymbol{q}} + \dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q})$$

$$= \dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q}) \ddot{\boldsymbol{q}} + \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}} \dot{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q}) \dot{\boldsymbol{q}} - \dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) \dot{\boldsymbol{q}} + \dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q})$$

$$= \dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) \dot{\boldsymbol{q}} + \dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q})$$

$$= \dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q}) \ddot{\boldsymbol{q}} + \dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) \dot{\boldsymbol{q}} + \dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q})$$

$$= \dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}_{\mathrm{ext}}) \qquad (45)$$

对 **V**<sub>θ</sub>(q, q) 求导可得:

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{V}}_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) \\ &= \dot{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{K}_{\mathrm{t}}^{-1}\boldsymbol{B})\ddot{\boldsymbol{\theta}} + (\dot{\boldsymbol{\theta}} - \dot{\boldsymbol{q}})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{q}) - \dot{\boldsymbol{\theta}}\hat{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{q}) \\ &= \dot{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{K}_{\mathrm{t}}^{-1}\boldsymbol{B})\ddot{\boldsymbol{\theta}} + (\dot{\boldsymbol{\theta}} - \dot{\boldsymbol{q}})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\tau} - \dot{\boldsymbol{\theta}}\hat{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{q}) \\ &= \dot{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{K}_{\mathrm{t}}^{-1}\boldsymbol{B})\ddot{\boldsymbol{\theta}} + (\dot{\boldsymbol{\theta}} - \dot{\boldsymbol{q}})^{\mathrm{T}}\left[\hat{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{q}) - \boldsymbol{K}_{\mathrm{t}}^{-1}\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{f}} - \boldsymbol{K}_{\mathrm{t}}^{-1}\boldsymbol{B}\ddot{\boldsymbol{\theta}}\right] - \\ &\dot{\boldsymbol{\theta}}\hat{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{q}) \\ &= -\dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}}\cdot\left[\hat{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{q}) - \boldsymbol{K}_{\mathrm{t}}^{-1}\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{f}} - \boldsymbol{K}_{\mathrm{t}}^{-1}\boldsymbol{B}\ddot{\boldsymbol{\theta}}\right] - \dot{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}_{\mathrm{t}}^{-1}\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{f}} \\ &= -\dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{\boldsymbol{\tau}} - \dot{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}_{\mathrm{t}}^{-1}\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{f}} \qquad (46) \end{aligned}$$

对  $\boldsymbol{V}_{a}(\boldsymbol{p}_{c})$  求导可得:

$$V_{a}(\boldsymbol{p}_{c}) = \tilde{\boldsymbol{p}}_{c}\boldsymbol{K}^{-\varepsilon}\boldsymbol{p}_{c}$$

$$= -\tilde{\boldsymbol{p}}_{c}\boldsymbol{K}^{-1}\dot{\boldsymbol{p}}_{c}$$

$$= -\tilde{\boldsymbol{p}}_{c}\boldsymbol{K}^{-1}\boldsymbol{K}\boldsymbol{\Theta}_{b}^{T}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\varepsilon}$$

$$= -\tilde{\boldsymbol{p}}_{c}\boldsymbol{K}^{-1}\boldsymbol{K}\boldsymbol{\Theta}_{b}^{T}(\boldsymbol{q})\left[\boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) - \hat{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{q})\right]$$

$$= -\tilde{\boldsymbol{p}}_{c}\boldsymbol{K}^{-1}\boldsymbol{K}\boldsymbol{\Theta}_{b}^{T}(\boldsymbol{q})\left[\boldsymbol{\Theta}_{b}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{p}_{c} - \boldsymbol{\Theta}_{b}(\boldsymbol{q})\hat{\boldsymbol{p}}_{c}\right]$$

$$= -\tilde{\boldsymbol{p}}_{c}\boldsymbol{\Theta}_{b}^{T}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\Theta}_{b}(\boldsymbol{q})\tilde{\boldsymbol{p}}_{c} \qquad (47)$$

综上,对系统总能量求导:

$$\dot{\boldsymbol{V}}(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{\theta}},\dot{\boldsymbol{q}},\boldsymbol{p}_{c})$$

$$=\dot{\boldsymbol{V}}_{\boldsymbol{q}}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})+\dot{\boldsymbol{V}}_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}})+\dot{\boldsymbol{V}}_{a}(\boldsymbol{p}_{c})$$

$$=\dot{\boldsymbol{q}}^{T}(\boldsymbol{\tau}+\boldsymbol{\tau}_{ext})-\dot{\boldsymbol{q}}^{T}\cdot\boldsymbol{\tau}-\dot{\boldsymbol{\theta}}^{T}\boldsymbol{K}_{t}^{-1}\boldsymbol{\tau}_{f}-\tilde{\boldsymbol{p}}_{c}\boldsymbol{\Theta}_{b}^{T}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\Theta}_{b}(\boldsymbol{q})\tilde{\boldsymbol{p}}_{c}$$

$$=\dot{\boldsymbol{q}}^{T}\cdot\boldsymbol{\tau}_{ext}-\dot{\boldsymbol{\theta}}^{T}\boldsymbol{K}_{t}^{-1}\boldsymbol{\tau}_{f}-\tilde{\boldsymbol{p}}_{c}\boldsymbol{\Theta}_{b}^{T}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\Theta}_{b}(\boldsymbol{q})\tilde{\boldsymbol{p}}_{c}$$
(48)

根据式 (2) 可知,  $-\dot{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}_{\mathrm{t}}^{-1}\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{f}}$ 非正, 因此

$$\dot{\boldsymbol{V}}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{\theta}}, \dot{\boldsymbol{q}}, \boldsymbol{p}_{c}) \leqslant \dot{\boldsymbol{q}}^{T} \cdot \boldsymbol{\tau}_{ext}$$
 (49)

根据系统无源性的定义,由控制器 (33) 构成的闭环 系统具有无源性,从而证明了系统稳定.

### **4** 实验(Experiments)

### 4.1 实验平台

为验证理论的有效性,本文以自主研发的轻型 工业机器人作为实验平台,如图3所示.该机器人 具有7个自由度,由曲面连杆与一体化关节组成, 一体化关节中包含了电机、谐波减速器、编码器和 力矩传感器,力矩传感器安装在关节的输出端,直 接与连杆相连,不受谐波减速器传动效率与电机摩 擦力的影响,测量值为关节的输出扭矩 **c**.



图 3 7 自由度工业机器人及其一体化关节、力矩传感器 Fig.3 The 7-DOF industrial robot and its integrated joints and torque sensors

该工业机器人具有7个自由度,关节构型如图 4 所示.



图 4 7 自由度工业机器人实验平台连杆坐标系 Fig.4 Coordinate systems of the linkages on the experimental platform of the 7-DOF industrial robot

静止时关节力矩表示重力项  $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q})$ , 令各关 节运动到指定位置后停止, 待稳定后读取关节力矩 值, 记录数据, 测试数据如附表 1 所示.

将测试数据代入式 (18), 经 QR 分解后对照式 (20)可知,对于本实验平台构型的 7 自由度工业机 器人,重力项共有 28 个待辨识参数, $p \in \mathbb{R}^{28}$ ,其 中共有 25 个参数线性相关,即  $p_a \in \mathbb{R}^{25}$ ,  $p_c \in \mathbb{R}^3$ , 由式 (28) 可计算出最终辨识结果: *p*<sub>c</sub> = [5.48, 3.76, 1.28]<sup>T</sup>.

将辨识结果 **p**<sub>c</sub> 代入式 (18) 可得到重力项的辨 识模型 **g**(**q**).

### 4.2 空载情况下辨识结果验证

为测试辨识结果的准确性,在机器人空载条件下,令机器人在位置模式下从初始位姿低速、低加速度运动至指定位姿,即*q、q*保持较低值,则动力学模型中的惯性项*M(q)q、*哥式力项*C(q,q)q*忽略不计,可认为在运动过程中各关节力矩传感器检测值即为对应关节的重力项值:

 $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q})$ 

引入机器人 CAD 模型参数,用辨识后的参数 与 CAD 模型参数同时计算重力项,通过比较重力 项的两者计算值与实测值验证辨识结果的准确性.

综上,设定各关节从起始点开始运动,运动到 目标点后再返回起始点,起始点各关节均为0°,运 动目标点各关节角度为:20°、45°、-45°、-90°、 0°、45°、20°.



Fig.5 Comparison results of the measured output torque of motor and the torque calculated by the model

实验结果如图 5 所示,图中实线为各关节力矩 传感器的测量值,可近似表示机器人重力作用在 各个关节的力矩,虚线表示经过参数辨识后的模型 估计值,整个运动过程中,无论使用辨识后的模型 还是 CAD 模型计算的力矩值与实际值始终保持相 同趋势.但从图中可以发现,用辨识后的模型计算 出的力矩值要更接近实际力矩值,说明辨识后的模 型要比 CAD 模型更加准确地估计了机器人重力项 g(q).图 6 分别统计了辨识模型、CAD 模型计算出 的关节力矩值与实际值误差,这个误差的大小表征 了模型的准确程度,图中可以得出辨识后的模型计 算误差更小,辨识模型相比 CAD 模型更接近实际 模型.



### 4.3 零力控制牵引实验

前文指出,选取控制器(6)中的参数*K*t > 0 能 够在牵引过程中帮助使用者减少惯量和摩擦力的 影响,为分析*K*t 对控制效果的实际影响,进行了 实验.为简化分析,以机器人的单个关节为实验对





象,分3组实验,分别调节参数 K<sub>t</sub> = 1, K<sub>t</sub> = 50, K<sub>t</sub> = 200,3组实验使用者均在 20s内将关节从 0° 牵引至 45°,3组实验的关节位移、力矩传感器测量 值如图 7、8 所示.

关节力矩传感器用于测量电机输出端与关节负载端之间的扭矩.由图 8 可知,在牵引过程中,当 *K*<sub>t</sub> 逐渐由 1 增大至 200 时,力矩传感器的测量值依 次变小,说明使用者反向驱动电机时,关节输出端 与电机间的扭矩随着 *K*<sub>t</sub> 的增大而变小,意味着选取 *K*<sub>t</sub> 越大,使用者在牵引过程中用于克服电机摩擦与 惯量的力越小.

### 4.4 负载自适应

为验证自适应控制律的有效性,引入 CAD 模型参数计算重力项作为对比.为保证各关节力矩传感器检测值约为重力项的值,实验过程中所有运动都是慢速运行(即*谟、谟*保持较低值).对比 CAD 模型参数、自适应模型参数的模型计算值与力矩 传感器检测值以说明自适应模型参数的准确性.将运动分为 3 个阶段,阶段 A:安装负载并开始参数 自适应;阶段 B:机器人以位置模式带 3 kg 负载运动到 *P*<sub>1</sub>;阶段 C:卸下负载,在位置模式下运动到 *P*<sub>2</sub>.

空间  $P_1$ 、  $P_2$  点对应各关节角度  $\theta_1$ 、  $\theta_2$  分别为

 $\boldsymbol{\theta}_1 = [-24.5^{\circ}, 81.1^{\circ}, -70.9^{\circ}, -98.7^{\circ}, 15.9^{\circ}, 78.1^{\circ}, -17.6^{\circ}]$  $\boldsymbol{\theta}_2 = [-2.6^{\circ}, 63.8^{\circ}, -65.7^{\circ}, -90.5^{\circ}, 15.9^{\circ}, 78.1^{\circ}, -17.7^{\circ}]$ 

实验结果如图 9 所示,在控制运动阶段(阶段 A),空载辨识模型与 CAD 模型的计算力矩都能够 跟踪实际力矩;在安装负载与自适应阶段(阶段 B),机器人在此阶段静止,控制模式切换至位置模 式,通过位置伺服使机器人保持当前位姿,使机器 人避免受到负载变化影响,控制器通过自适应律更 新参数;自适应阶段结束后,模型参数更新,自适 应模型计算值出现较大改变;机器人带着负载重新 运动(阶段 C),在此阶段,由于负载改变,机器人 模型发生变化,观察图中 C 阶段可知,机器人带负 载情况下,CAD 模型的计算值与实际值有较大偏 差;相比 CAD 模型,经过自适应阶段后的辨识模 型仍能准确计算关节力矩.

### 4.5 直接示教实验

相比传统6自由度工业机器人,本文实验平台 为7自由度机器人,具有冗余自由度,可在实现同 一运动轨迹需求时,具备多种自由度的组合备选方 案,在障碍物较多的工况环境下,具备冗余自由度 将在避障方面具有较大优势,但在示教过程中若只 能对末端牵引,则较难利用机器人的冗余度规避障 碍物,本文提出的零力控制器是基于关节力矩传感 器设计的,具备机器人整体力感知能力,使用者可 牵引机器人任何部位,根据实际情况利用机器人冗 余自由度以规避障碍物.本次实验任务是在零力控 制模式下,令使用者对机器人直接示教,牵引机器 人使机器人末端到达指定示教点,示教点是桌子第 1个夹层的中心点.实验过程如图 10 所示,使用 者牵引机器人曲面连杆,利用了机器人的冗余自由 度,避开了桌面与桌子侧柱的阻挡,从桌子侧方到 达指定示教点,实验过程中的示教轨迹与示教再现 轨迹如图 11 所示.



Fig.9 Experiment results of the adaptivity to loads



图 10 狭小空间的直接示教实验 Fig.10 Experiment of the direct teaching in a small space



图 11 牵引轨迹与示教再现轨迹 Fig.11 Trajectories of the direct teaching and the teaching reproduction

### 5 结论(Conclusion)

针对机器人负载改变导致模型变化的情况,提 出了负载自适应的零力控制器,可辅助使用者轻松 地牵引机器人进行直接示教,提高了工业机器人示 教效率.

该方法为直接示教各类复杂轨迹提供了新的途径,但过程中忽略了机器人运动过程中关节振动对 控制系统带来的影响.下一步将集中研究直接示教 过程中的振动抑制问题.

#### 参考文献(References)

- Kim Y L, Ahn K H, Song J B. Direct teaching algorithm based on task assistance for machine tending[C]//International Conference on Ubiquitous Robots and Ambient Intelligence. Piscataway, USA: IEEE, 2016: 861-866.
- [2] 何玉庆,赵忆文,韩建达,等. 与人共融——机器人技术 发展的新趋势[J]. 机器人产业,2015(5):74-80.

He Y Q, Zhao Y W, Han J D, et al. Co-existence with humans – The new trend of robot technology development[J]. Robot Industry, 2015(5): 74-80.

[3] 李明. 机器人 [M]. 上海: 上海科学技术出版社, 2011: 221-222.

Li M. Robot[M]. Shanghai: Shanghai Science and Technology Press, 2011: 221-222.

- [4] Park C H, Jin H K, Choi T Y. The difference between the double stages of impedance and the single stage of the impedance for a direct teaching method in a constraint condition[C]// International Conference on Ubiquitous Robots and Ambient Intelligence. Piscataway, USA: IEEE, 2011: 776-777.
- [5] Choi T, Do H M, Kyung J, et al. Control of 6DOF articulated robot with the direct-teaching function using EtherCAT[C]// IEEE Robot and Human Interactive Communication. Piscataway, USA: IEEE, 2013: 338-339.
- [6] 游有鹏,张宇,李成刚.面向直接示教的机器人零力控制
  [J].机械工程学报,2014,50(3):10-17.
  You Y P, Zhang Y, Li C G. Force-free control for the direct teaching of robots[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(3):10-17.
- [7] Kushida D, Nakamura M, Goto S, et al. Human direct teaching of industrial articulated robot arms based on force-free control[J]. Artificial Life and Robotics, 2001, 5(1): 26-32.
- [8] Spong M, Khorasani K, Kokotovic P V. An integral manifold approach to the feedback control of flexible joint robots[J]. IEEE Journal of Robotics and Automation, 1987, 3(4): 291-300.

- [9] Albu-Schaffer A, Ott C, Hirzinger G, et al. A passivity based Cartesian impedance controller for flexible joint robots – Part II: Full state feedback, impedance design and experiments[C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, USA: IEEE, 2004: 2666-2672.
- [10] Jin J, Gans N. Parameter identification for industrial robots with a fast and robust trajectory design approach[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2015, 31(1): 21-29.
- [11] Khalil H K, Grizzle J. Nonlinear systems[M]. Upper Saddle River, USA: Prentice Hall, 2002: 162-179.
- [12] 何斌. 微分代数方程 Hamilton 系统及其在电力系统稳定控制中的应用研究 [D]. 上海: 上海交通大学, 2007: 2-8.
  He B. Differential Hamiltonian system for differential algebraic equations and its application in power system stability control[D]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University, 2007: 2-8.
- [13] Kugi A, Ott C, Albu-Schäffer A, et al. On the passivity-based impedance control of flexible joint robots[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2008, 24(2): 416-429.

#### 作者简介:

- 侯 澈 (1989 –),男,博士生.研究领域:机器人柔顺控 制方法.
- 王 争(1982-),男,博士,副研究员.研究领域:特种 机器人,医疗机器人,智能机器人控制.
- 赵忆文(1971-),男,博士,研究员.研究领域:特种机器人,医疗机器人,智能机器人技术,机器人自主控制.

### 附录

附表 1 参数辨识采样数据

Tab.1 (Appendix)	Sampling dat	a of paramet	ter identification
------------------	--------------	--------------	--------------------

关节1	关节 2	关节 3	关节 4	关节5	关节6	关节 7	关节1	关节 2	关节 3	关节 4	关节 5	关节6	关节 7
角度	角度	角度	角度	角度	角度	角度	力矩	力矩	力矩	力矩	力矩	力矩	力矩
/(°)	/(°)	/(°)	/(°)	/(°)	/(°)	/(°)	/(°)	$/(N \cdot m)$					
10	0	0	10	10	10	15	0	-4.83	0	-5.200	0.241	-1.340	0
5	0	0	20	20	20	32	0	-9.81	0	-9.960	0.395	-2.570	0
40	0	0	30	30	30	56	0	-14.20	0	-15.014	0.769	-3.252	0
23	0	0	40	40	40	9	0	-17.72	0	-17.797	1.164	-3.669	0
37	0	0	50	50	50	50	0	-20.06	0	-20.507	1.977	-3.361	0
46	0	0	60	60	60	30	0	-21.67	0	-22.192	2.724	-2.768	0
57	10	0	10	10	10	70	0	-17.72	0.073	-9.448	0.417	-1.977	0
12	20	0	20	20	20	20	0	-34.27	0.146	-18.237	0.681	-3.383	0
32	30	0	30	30	30	12	0	-46.72	0.512	-23.217	1.230	-3.691	0
36	40	0	40	40	40	5	0	-55.81	0.878	-26.220	1.977	-3.010	0
41	50	0	50	50	50	78	0	-60.79	1.538	-24.536	2.658	-1.340	0
46	60	0	60	60	60	13	0	-62.10	2.270	-20.800	2.922	0.571	0
51	10	10	10	10	10	22	0	-17.72	0.146	-9.008	0.46	-1.889	0
37	20	20	20	20	20	15	0	-33.25	1.245	-16.992	0.813	-3.164	0
11	30	30	30	30	30	9	0	-44.82	3.881	-21.606	1.604	-3.186	0
28	40	40	40	40	40	30	0	-52.00	7.983	-22.851	2.570	-2.131	0
95	50	50	50	50	50	50	0	-55.07	12.817	-20.581	3.405	-0.483	0
100	60	60	60	60	60	22	0	-55.07	17.065	-16.626	3.603	0.922	0