DOI: 10.13973/j.cnki.robot.2017.0371

脊柱微创主从式手术机器人阻抗控制系统研制

路 明 1,2, 赵忆文 1, 姜运祥 1

(1. 中国科学院沈阳自动化研究所机器人学国家重点实验室, 辽宁 沈阳 110016; 2. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘 要:针对面向脊柱微创手术的机器人系统,提出了适用于双系统的阻抗控制策略,开展了相关的理论分析和实验验证研究.首先通过运动学计算得出末端执行器到关节角的关系,然后通过阻抗关系模型推导得出力与位置之间的转化公式,最后通过位置控制计算每个关节角的实际位置.本文解决了力和位置控制难以协调这一关键问题,提高了脊柱微创手术机器人力和位置控制的精确性,保证了主手和从手之间位置和力的一致性,使得从手的状态在主手得以精准复现.在手术层面上,系统将医生从长期的繁重操作中解救出来,提升了脊柱微创手术的操作精度和最终效果.

关键词: 脊柱微创手术: 力反馈: 阻抗控制: 主从式手术机器人

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 1002-0446(2017)-03-0371-06

Design of Master-Slave Operation Robot Based on Impedance Control in Minimally Invasive Spinal Surgery

LU Ming^{1,2}, ZHAO Yiwen¹, JIANG Yunxiang¹

(1. The State Key Laboratory of Robotics, Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016, China;
2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: Aiming at the robot systems for minimally invasive spine surgery (MTSS), an impedance control strategy suitable for double systems is put forward, and related analysis and experimental research are carried out. Firstly, the relationship between the end-effector and the joint angle is obtained through kinematics calculation. Then, conversion formula between the force and the position is deduced based on the impedance relationship model. Finally, the actual angle of each joint is calculated through position control. This paper solves the coordination control problems of force and position, improves the accuracy of force and position control in MTSS robots, ensures the position and force consistency between the master and slave robots, and makes the master robot reproduce states of the slave robot accurately. At the operation level, the proposed system can save the doctor from long-term heavy operation and improve the operation accuracy and final effect of MTSS.

Keywords: minimally invasive spine surgery; force feedback; impedance control; master-slave surgical robot

1 引言(Introduction)

脊柱微创手术作为一项创新型手术技术,是微创技术在骨科方面的新应用^[1]. 脊柱微创手术具有显著的优势,如创伤口小、康复时间短、术后并发症的发病率较低等. 虽然脊柱微创手术的优点很多,但也带来许多问题,如长时间的手术操作会导致医生手的颤抖,医生无法保证其精确度,从而使得手术技术难度大、风险系数较高. 且在手术过程中,大量 X 射线辐射的累积会对医生身体造成一定的损害^[2]. 脊柱微创手术机器人可解决这些问题.

医疗机器人控制系统需要对力和位置进行精准 控制,实现力和位置控制的策略主要有2种,一是 阻抗控制,二是力/位混合控制. 力/位混合控制将环境分为位置空间和力空间. 在控制过程中,来回切换,虽可以直接控制力,但是规划比较复杂. 阻抗控制是通过调节位置和力之间的动态关系实现顺应控制^[3]. 这种控制方法不需要改变控制模式,这也是力/位混合控制的明显特点^[4]. 速度与作用力之间的关系被称为阻抗. 阻抗控制的目的是通过协调机器人的机械阻抗以保持末端执行器的位置和末端执行器一环境之间接触力的理想动态关系. 阻抗控制又分为两大类,一种为基于动力学的阻抗控制,另一种是基于运动学的阻抗控制. 两者的应用都较为广泛,后者较前者容易实现,本文基于后者

策略.

外科手术机器人的研究历史并不长,1996年, 美国 Computer Motion 公司推出了性能优越、实用 性强的宙斯系统, 该系统已经在腹腔外科手术领域 得到成功应用^[5]. 2000年1月, 美国 Intuitive Surgical 公司研制的达芬奇系统通过美国 FDA 认证[6]. 在国内,以天津大学为主的研发团队于2010年研 制开发了显微外科手术机器人——"妙手 A"系 统[7]. 埃因霍温理工大学研制出带有力反馈功能 的主从式外科手术机器人系统,其 Sofie (surgeon's operating force-feedback interface Eindhoven)的力反 馈主手专门用于完成眼部玻璃体视网膜的眼科手 术^[8]. 瑞士 Force Dimension 公司研制出一系列的 3 自由度、6自由度以及7自由度力反馈设备并受到 广泛的国际认可. 美国 Sensable Technologies 公司 设计出的 Phantom 系列力反馈主手具有结构简便、 操作灵活等优势,已经在医疗仿真、虚拟模型和休 闲娱乐领域得到了成功应用[9]. 但针对于脊柱微创 手术,上述设备并不适合,为此迫切需要设计一款 适于脊柱微创手术的主从式机器人.

课题组针对脊柱微创手术平台受限条件以及手术困难问题,开展一系列实验工作,实验平台为主手机器人以及测试平台. 主手为串、并联混合机器人,控制策略使用了阻抗控制策略,保证了主手机器人与从手机器人位置和力的一致性,使得从手机器人的状态在主手机器人上得以复现.

2 控制策略(Control strategy)

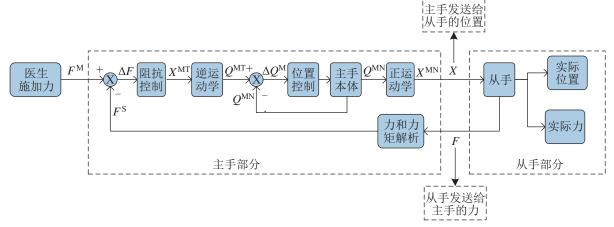
控制系统外观如图 1 所示,左侧为主手系统,右侧为测试平台,即从手.测试平台为使用 QT 软

件开发的虚拟环境,里面可以加载不同的虚拟场景,图中为2个小球的撞击测试平台.一般的阻抗控制系统为单个系统,而文中主手和从手为2个系统,所以根据阻抗控制特点,确定主手和从手之间输入输出关系为主手接收从手发送的实际受到力信息,从手接收主手发送的期望位姿信息.控制系统如图2所示,具体控制流程过程说明如下:

- 1) 当医生操控主手时,主手与从手都会受到外界力, $\Delta F = F^{M} F^{S}$ 为主手和从手末端力矩传感器之差,包括力和力矩;
- 2) X^{MT} 为经过阻抗控制计算得到的主手末端期望位置:
- 3) 将主手末端期望位置经过逆运动学计算得到电机期望位置. $\Delta Q = Q^{MT} Q^{MN}$ 为主手电机的期望转速和实际转速之差,作为 PID (比例一积分一微分)控制的输入;
- 4) 将电机实际位置经过正运动学计算得出主手 末端的实际位置;



图 1 机构外观图 Fig.1 System appearance



注: M 代表主手,S 代表从手,T 代表目标值,N 代表实际值. F^{M} 为医生施加于主手的力, F^{S} 为从手与外界之间的力, X^{MT} 为主手期望末端位置, X^{MN} 为主手末端实际位置, Q^{MT} 为主手关节期望位置, Q^{MN} 为主手关节实际位置.

图 2 控制框图

Fig.2 Control block diagram

5) 将该实际位置作为期望位置发送给从手,从 手在计算和运动时会受到外界力,将力大小发送给 主手(如果没有受到力,则为0).

整个控制体系主要包括三大体系,一是运动学,二是阻抗控制,三是位置控制。运动学包括了主手的正向运动学和逆向运动学。阻抗控制主要包括了力与位置协调控制。位置控制主要包括电机的精确控位。

2.1 运动学

本文运用几何求解方法来求取该改进型 Delta 并联机构的运动学正解,如图 3 坐标系图所示. 此方法是在已知机构各几何参数的条件下,借助向量几何法得出 B、C、D 三点的坐标. 在求解 $\triangle BCD$ 外心 F 点的坐标时,用到式 $(1)^{[10-16]}$.

$$n_{\rm EF} = \frac{BC \times CD \times BC}{|BC||CD||BC|} \tag{1}$$

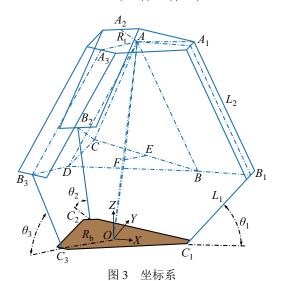


Fig.3 Coordinate system

本文是通过建立约束方程求主手反解,并对产生多解时的取舍方法进行改进,得到准确并符合实际应用条件的解^[10-16],公式如下:

$$\theta_{i} = \begin{cases} 2 \arctan \frac{b_{i} \pm \sqrt{\Delta_{i}}}{2a_{i}}, & a_{i} \neq 0, \Delta_{i} \geqslant 0 \\ 2 \arctan \left(-\frac{c_{i}}{b_{i}}\right), & a_{i} = 0 \\ \text{£}M, & \Delta_{i} < 0 \end{cases}$$

$$a_{i} = x^{2} + y^{2} + z^{2} + (R_{b} - R_{t})^{2} - L_{2}^{2} + L_{1}^{2} -$$

$$(2)$$

$$u_{i} = x + y + z + (R_{b} - R_{t}) - L_{2} + L_{1} - 2(x \cdot \cos \varphi_{i} + y \cdot \sin \varphi_{i}) \cdot (R_{b} - R_{t}) + 2L_{1} \cdot (x \cdot \cos \varphi_{i} + y \cdot \sin \varphi_{i} - R_{b} + R_{t})$$
(3)

$$2L_{1} \cdot (x \cdot \cos \varphi_{i} + y \cdot \sin \varphi_{i} - R_{b} + R_{t})$$

$$c_{i} = x^{2} + y^{2} + z^{2} + (R_{b} - R_{t})^{2} - L_{2}^{2} + L_{1}^{2} - 2(x \cdot \cos \varphi_{i} + y \cdot \sin \varphi_{i}) \cdot (R_{b} - R_{t}) -$$
(3)

$$2L_1 \cdot (x \cdot \cos \varphi_i + y \cdot \sin \varphi_i - R_b + R_t) \tag{4}$$

$$b_i = 4L_1 \cdot z, \quad \Delta_i = b_i^2 - 4a_i c_i \tag{5}$$

串联部分较为简单,运用 D-H 模型求解串联部分运动学即可,得出转化矩阵为[10-16]

$${}_{5}^{0}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} c_{4}c_{5} & -s_{4} & c_{4}s_{5} & X_{A} \\ c_{5}s_{4} & c_{4} & s_{4}s_{5} & Y_{A} \\ -s_{5} & 0 & c_{5} & Z_{A} + d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(6)

其中 $c_i = \cos \theta_i$, $s_i = \sin \theta_i$.

2.2 阻抗控制

主手和从手中涉及的力有在 X、Y、Z 轴方向受到的平移力,以及绕 X、Y 轴旋转的力矩. 可知 5个变量互不耦合. 当从手碰到障碍物,使得从手位置有偏差时,那么从手与障碍物之间产生阻抗力,该力与位置的关系为阻抗关系:

$$m_{\rm d}(\ddot{X}^{\rm MN} - \ddot{X}) + b_{\rm d}(\dot{X}^{\rm MN} - \dot{X}) + k_{\rm d}(X^{\rm MN} - X) = F^{\rm S}$$
 (7)

该关系为 2 阶线性阻抗,其中 X^{MN} 是从手期望位置 也是主手的实际位置,X 是从手的实际位置,下标 d 代表目标物体, m_d 为目标惯量, b_d 为目标刚度, k_d 为目标阻尼, F^S 为接触力.

力产生是个动态的过程,当整个系统处于稳定状态时,末端执行器的加速度和速度趋于 0,那么系统接触点的受力模型如式 (8) 所示,其中 k_e 为物体的刚度.

$$k_{\rm e}(X^{\rm MN} - X) = F^{\rm S} \tag{8}$$

为了提高控制精度,弥补阻抗控制的缺点,将力差作为输入,输出为位置的校正量,如式(9)所示.可以得出:当从手没有触碰障碍物时,可以实现位置跟踪;当从手触碰到障碍物时,则根据力差大小,调整主手的期望位置.

$$m_{\rm d}(\ddot{X}^{\rm MN} - \ddot{X}) + b_{\rm d}(\dot{X}^{\rm MN} - \dot{X}) + k_{\rm d}(X^{\rm MN} - X) = F^{\rm S} - F^{\rm M}$$
(9)

当系统稳定时,从手的位置为

$$X = X^{MN} + \frac{F^{S}}{k_{e}} \tag{10}$$

将式 (10) 代入式 (9), 得出式 (11):

$$m_{\rm d}\Delta \ddot{F} + b_{\rm d}\Delta \dot{F} + (k_{\rm d} + k_{\rm e})\Delta F$$

= $m_{\rm d}(\ddot{F}^{\rm M}) + b_{\rm d}\dot{F}^{\rm M} + k_{\rm d}F^{\rm M} - k_{\rm d}k_{\rm e}(X - X^{\rm MN})$ (11)

式 (11) 即为期望位置和力之间的关系,当接触稳定时,力差的结果为式 (12).

$$\Delta F = \frac{k_{\rm d}k_{\rm e}}{k_{\rm d} + k_{\rm e}} \left(\frac{F^{\rm M}}{k_{\rm e}} - X + X^{\rm MN} \right) \tag{12}$$

根据文[4]可知,主手的刚度和物体的刚度需要满足如下关系:

$$k_{\rm d} \ll k_{\rm e}$$
 (13)

当满足 $X^{MN} = X^{SN}$ 时,从手与目标等效为 2 阶系统,可以得式 (14),因为系统为 2 阶系统,可以得出 2 阶性能参数为

$$m_{\rm d}(\ddot{X}^{\rm MN} - \ddot{X}) + b_{\rm d}(\dot{X}^{\rm MN} - \dot{X}) + k_{\rm d}(X^{\rm MN} - X) = 0$$
 (14)

$$\xi = \frac{b_{\rm d}}{2\sqrt{(k_{\rm d} + k_{\rm e})m_{\rm d}}}, \ \omega = \sqrt{(k_{\rm d} + k_{\rm e})m_{\rm d}}$$
 (15)

式中, ξ 为阻尼系数, ω 为振荡频率。可以看出从手和目标的刚度对于动态过程有一定的作用,动态过程的阻尼和频率与目标的惯量、刚度有关,无欠阻尼状态,即可解。

2.3 位置控制

系统经过阻抗控制后得到末端期望位置,该位置还需要经过逆运动学计算得到每个电机的期望角度,对于电机的控制可以采用双环 PID 控制,因阻抗控制策略为运动学阻抗控制,所以双环为速度环和位置环,基本单环公式为式 (16). 公式中 K_p 、 T_i 、 T_d 为控制系统的 PID 参数.

$$q = K_{p} \left(e_{k} + \frac{1}{T_{i}} \sum_{j=0}^{k} e_{j} + T_{d} \left(e_{k} - e_{k-1} \right) \right)$$
 (16)

3 实验研究(Experimental study)

图 4 为电气连接示意图, 工控机选用研华 (Advantech) UNO-3074 A 嵌入式工业电脑. 根据 并联机构相关参数要求, 主动臂旋转精度为 0.1°, 输出力矩为 0.4 N·m, 转速为 1 r/min. 因此得出并 联电机选用 A-max-16 石墨电刷电机. 编码器选用 MR编码器,具体参数为M型、128线、3通道和 带线驱动. 齿轮箱选用 Maxon 低空回系列中正齿齿 轮箱,型号为GS16VZ.根据串联机构相关参数要 求, 关节转动范围为 ±60°, 旋转速度为 12 r/min, 旋转精度为0.1°,持续力反馈为0.2 N·m. 可以得出 串联电机选用 Maxon 有刷直流电机,型号为 RE16. 齿轮箱选用 Maxon 低空回系列中正齿齿轮箱,型号 为 GS16VZ. 编码器选用 Maxon 的 MR 编码器,具 体参数为 M 型、32 线、3 通道和带线驱动. 力矩传 感器选用 M3701A. 主手的平移力反馈精度在 X,Y 方向达到 0.25 N, 在 Z 方向达到 0.4 N, 扭矩的精 度达到 2.5×10^{-3} N·m,满足我们的实际需要.

图 5 为程序框架图,其中包含了底层电机驱动,主、从手通信以及阻抗控制等算法.在系统中,控制系统为离散控制系统.表 1 列出每个模块的离散控制周期.

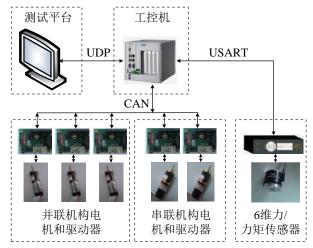


图 4 电气连接图

Fig.4 Electrical connection diagram

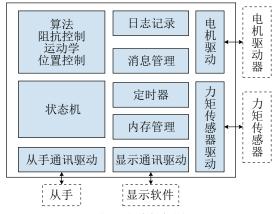


图 5 程序框架图

Fig.5 Program frame diagram

表 1 离散控制周期 Tab.1 Discrete control period

模块	电机	力矩	超时	算法	TCP
时间/ms	4	6	100	20	50

4 实验分析(Experimental analysis)

根据脊柱微创手术要求,做以下 2 组实验. 主 手为本文设计的主手机器人,从手为配套的测试平台. 根据阻抗公式可以得出从手的力和力矩公式,见式 (17) 和 (18). 其中 F^s 和 M^s 为从手与物体之间的力和力矩. Δx 和 $\Delta \theta$ 为从手与物体之间触碰后移动的距离和角度. 3 个参数为阻抗参数,通过调节3 个参数,可以调节虚拟触碰物体的柔软程度,而在实际环境中使用力矩传感器即可测量力和力矩.

$$F^{S} = m_{d}(\Delta \ddot{x}) + b_{d}(\Delta \dot{x}) + k_{d}(\Delta x) \tag{17}$$

$$M^{\rm S} = m_{\rm d}(\Delta \ddot{\theta}) + b_{\rm d}(\Delta \dot{\theta}) + k_{\rm d}(\Delta \theta) \tag{18}$$

首先第1组实验是当从手末端没有触碰到脊柱时主手的运行轨迹和从手的运行轨迹,见图 6.图 中主要显示了平移位置的跟踪效果,主手的轨迹和

从手的轨迹经计算基本重合. 医生施加力的大小如图 7 所示. 图中主要显示平移力的大小. 该力主要用来在没有触碰障碍物时驱动整个系统运转,力越大,主手和从手的位移速度就越快. 在旋转上的力矩和角度类同,不作赘述.

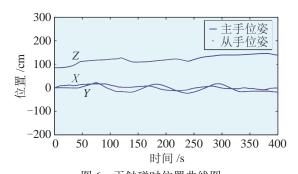


图 6 无触碰时位置曲线图

Fig.6 Position curve without touch

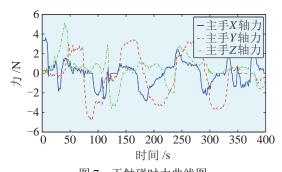


图 7 无触碰时力曲线图 Fig.7 Force curve without touch

根据位置跟踪数据,可分析跟踪误差大小,表 2 为平移位置和旋转位置的跟踪平均误差和误差方差. 根据平移力和旋转力矩数据,在从手没有遇到物体时,主手需要施加的死区力的大小如表 3 所示. 在平移方向的死区力主要由力矩传感器误差导致,在旋转死区力矩主要为 PID 稳态误差导致.

表 2 无触碰时平移和旋转位置性能 Tab.2 Translational and rotational position performance

without touch

方向	X	Y	Z	roll	pitch
平均误差 /cm, rad	0.0665	0.033	0.0584	0.0122	0.0125
误差方差 /cm², rad²	0.17	0.183	0.188	0.024	0.032

表 3 无触碰时平移死区力和旋转死区力矩

Tab.3 Translational dead force and rotational dead torque without touch

	X	Y	Z	roll	pitch
死区力 /N, N·m	0.27	0.27	0.5	0.03	0.03

第2组实验中,主手和从手一起运动,当从手 遇到障碍物时,也就是在脊柱微创手术中前端钻 孔机器进入脊柱时,平移力曲线如图 8 所示,平移位置曲线如图 9 所示,力矩曲线如图 10 所示,角度曲线如图 11 所示。从图中可以看出,前面部分和后面部分为从手没有触碰物体时的状态,中间部分为从手触碰物体时的状态。根据位置和力跟踪数据,可以分析跟踪误差的大小,表 4 为跟踪位置数据评价,表 5 为跟踪力的性能评价。可以得出,主手和从手的位置跟踪比力跟踪更好,位置的跟踪误差方差基本在 0.2 cm² 以内,角度的跟踪误差方差 在 0.05 rad² 以内。这与传感器采集数据稳定以及运动学正确性有关。位置信息一般由编码器获取,而此数据一般比较稳定。力跟踪数据误差方差基本在 0.4 N² 内,扭矩在 0.05 (N·m)²。位置和姿态的误差主要来源于 PID 稳态误差,力和力矩的误差主要来源于死区力和摩擦力。

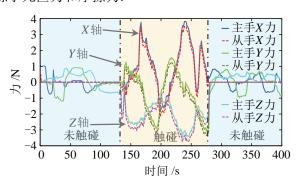


图 8 有触碰时力曲线图 Fig.8 Force curve with touch

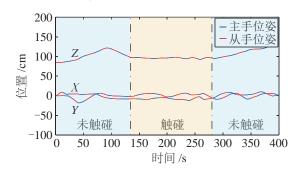


图 9 有触碰时位置曲线图 Fig.9 Position curve with touch

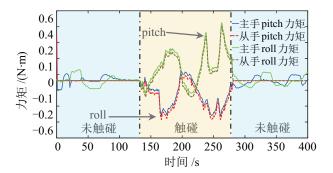


图 10 有触碰时力矩曲线图 Fig.10 Torque curve with touch

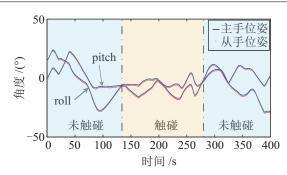


图 11 有触碰时角度曲线图 Fig.11 Angle curve with touch

表 4 有触碰时平移位置和旋转位置性能

Tab.4 Translational and rotational position performance with touch

方向	X	Y	Z	roll	pitch
平均误差 /cm, rad	0.075	0.060	0.037	0.035	0.052
误差方差 /cm², rad²	0.17	0.19	0.17	0.023	0.021

表 5 有触碰时平移力和旋转力矩性能

Tab.5 Translational force and rotational torque performance with touch

方向	X	Y	Z	roll	pitch
平均误差 /N, N·m	0.035	0.047	0.02	0.036	0.036
误差方差 /N ² , (N·m) ²	0.322	0.392	0.332	0.044	0.035

实验结果表明,同一个策略同时适用了 2 种不同的状态. 一种状态是从手没有遇到障碍物,从手和主手位置保持一致性; 另一种状态是当从手末端钻孔机器进入脊柱时,主手和从手的力和位置均能保持一致性,即达到最初的要求.

5 结论(Conclusion)

本文针对研制的创新型主从式脊柱微创手术机器人开展力和位置协调研究,针对力和位置协调关系,使用双系统下的阻抗控制策略,该策略保证了2个系统的位置和力一致性,同时主手与测试平台的数据误差可以达到脊柱微创手术平台要求. 在手术层面上,这可以把医生从长期的繁重操作中解放出来,提升了微创手术的精度.

参考文献 (References)

- [1] Beelen M J, Naus G J L, van de Molengraft M J G, et al. Force feedback control design for nonideal teleoperators[J]. Control Engineering Practice, 2013, 21(12): 1694-1705.
- [2] 韩建达,宋国立,赵忆文,等. 脊柱微创手术机器人研究现状 [J]. 机器人技术与应用,2011(4): 24-27. Han J D, Song G L, Zhao Y W, et al. Research status of the minimally invasive spinal surgical robots[J]. Robot Technique and

- Application, 2011(4): 24-27.
- [3] 常健, 王亚珍, 李斌. 基于力/位混合算法的 7 自由度机械臂精细操控方法 [J]. 机器人, 2016, 38(5): 531-539. Chang J, Wang Y Z, Li B. Accurate operation control method based on hybrid force/position algorithm for 7-DOF manipulator[J]. Robot, 2016, 38(5): 531-539.
- [4] 宋国立,韩冰,赵忆文,等. 脊柱微创手术机器人速度场控制方法 [J]. 机器人,2016,38(5):603-611. Song G L, Han B, Zhao Y W, et al. Velocity field control method of a minimally invasive spine surgical robot[J]. Robot, 2016, 38(5):603-611.
- [5] 张庭,姜力,刘宏. 仿生假手抓握力控制策略 [J]. 机器人,2012,34(2):190-196.
 Zhang T, Jiang L, Liu H. A grasping force control strategy for anthropomorphic prosthetic hand[J]. Robot, 2012, 34(2):190-196.
- [6] Zhang P, Yu S C, Hu Y, et al. Design of a novel master-slave robotic system for minimally intravascular invasive surgery[C]// IEEE International Conference on Mechatronics and Automation. Piscataway, USA: IEEE, 2011: 259-264.
- [7] Sung G T, Gill I S, Hsu T H S. Robotic-assisted laparoscopic pyeloplasty: A pilot study[J]. Urology, 1999, 53(6): 1099-1103.
- [8] Rassweiler J J, Goezen A S, Jalal A A, et al. A new platform improving the ergonomics of laparoscopic surgery: Initial clinical evaluation of the prototype[J]. European Urology, 2012, 61(1): 226-229
- [9] van den Bedem L, Hendrix R, Rosielle N, et al. Design of a minimally invasive surgical teleoperated master-slave system with haptic feedback[C]// IEEE International Conference on Mechatronics and Automation. Piscataway, USA: IEEE, 2009: 60-65.
- [10] Stevens B S. Control characterisation and optimisation of fast industrial robots (an application to the direct drive DELTA parallel robot)[D]. Lausanne, Switzerland: EPFL, 1996.
- [11] Clavel R. DELTA, a fast robot with parallel geometry[C]//18th International Symposium on Industrial Robots. Kempston, UK: IFS Publications, 1988: 91-100.
- [12] Liu K, Fitzgerald J M, Lewis F L. Kinematic analysis of a Stewart platform manipulator[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 1993, 40(2): 282-293.
- [13] Yee C S, Lim K B. Forward kinematics solution of Stewart platform using neural networks[J]. Neurocomputing, 1997, 16(4): 333-349.
- [14] Bonev I A, Ryu J. A new method for solving the direct kinematics of general 6-6 Stewart platforms using three linear extra sensors[J]. Mechanism and Machine Theory, 2000, 35(3): 423-436.
- [15] Nanua P, Waldron K J, Murthy V. Direct kinematic solution of a Stewart platform[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1990, 6(4): 438-444.
- [16] Zhang C D, Song S M. Forward kinematics of a class of parallel (Stewart) platforms with closed-form solutions[J]. Journal of Robotic Systems, 1992, 9(1): 93-112.

作者简介:

路 明(1990-), 男,硕士生.研究领域: 机器人控制. 赵忆文(1971-), 男,研究员.研究领域,自主移动机器人控制与系统.