

一种类球面并联腕部机构及其运动学分析

张国英, 廖亚军, 梁 峰, 苏满佳, 管贻生, 刘冠锋, 陈 新

(广东工业大学机电工程学院, 广东 广州 510006)

摘 要: 采用构型演变法将 2 自由度球面并联机构 Omni-Wrist V 演变成为一种 3 自由度 2R1T (2 转动 1 移动) 的类球面并联机构, 并对其运动学特性进行了系统的分析. 首先, 采用基于约束理论的图谱法对该机构的自由度进行了分析; 其次, 建立了其等效运动学模型, 推导了解析形式的正、逆运动学方程, 并讨论了其奇异性; 最后, 采用蒙特卡洛法求得机构的工作空间, 并提出一种 3 维切片法分析其特性. 在工作空间分析中, 选择水平切片的面积和形状来衡量机构的旋转性能, 采用定偏转角切片形成的扇形片径向位移量来表征其平移性能. 该并联机构可作为腕部串接于 SCARA (选择顺应性装配机械手) 或 Delta 机器人末端, 组成混联机器人, 应用于需要同时大转角改变姿态和位置的电子或轻工生产等场合.

关键词: 并联机构; 全向腕; 混联机器人; 3 维切片法; 工作空间

中图分类号: TH112

文献标识码: A

文章编号: 1002-0446(2017)-02-0167-09

A Spheroid Parallel Wrist Mechanism and Its Kinematic Analysis

ZHANG Guoying, LIAO Yajun, LIANG Feng, SU Manjia, GUAN Yisheng, LIU Guanfeng, CHEN Xin

(School of Electromechanical Engineering, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China)

Abstract: Based on the 2-DOF (degree of freedom) spherical parallel Omni-Wrist V, a 3-DOF 2R1T (2 rotational and 1 translational) spheroid parallel mechanism is proposed by the configuration evolution method, and its kinematic analysis is systematically carried out. The DOF of the proposed mechanism is first analyzed with an atlas method based on constraint theory. An equivalent kinematic model is then established, the forward and inverse kinematic equations are derived in an analytical form, and its singularity is discussed. Finally, the workspace is generated by Monte Carlo method, and a 3D cutting method is proposed to analyze its characteristics. In the workspace analysis, the slice area and shape generated by level cutting are used to measure the rotational manipulability, and the radial displacement of sector piece generated by cutting slice with a fixed tilt angle is defined to evaluate the translational manipulability. The presented parallel mechanism can be used as a wrist at the end of Delta or SCARA (selective compliance assembly robot arm) robots, to form hybrid robots for electronic and light industries where large change of the object configuration (orientation and position) is to be performed.

Keywords: parallel mechanism; omni-wrist; hybrid robot; 3D cutting method; workspace

1 引言 (Introduction)

高速并联机器人^[1]在搬运、测试、装配自动化等领域中有着广泛的应用. 比较常见的构型是 3 或 4 自由度的 Delta 并联机器人. 一些装配工艺过程不但要求机器人具有高速特性, 而且还要求机器人能实现各个方向的大转角转动, 从而快速、大范围地改变被抓物体的姿态和位置. 例如, 手机/平板电脑外壳边沿和角部要求打磨成光滑过渡的几何形状, 手机中的软 PCB (印刷电路板) 需要大角度转动后插入指定的插槽, 手机电源 PCB 板中某些异

型件的装配需要将元器件调整角度后插入指定的位置等等. 为了满足这些需求, 日本 Fanuc 公司开发了一款 6 自由度高速混联机器人 M-3iA/6A, 然而其受末端腕关节奇异点的影响, 末端腕关节难以在各个方向上都具有大的偏转角, 影响其工作空间. 在这种背景下, 本文提出了一种 3 自由度 2R1T (2 转动 1 移动) 并联机构作为腕部. 该机构可与 Delta 或 SCARA (选择顺应性装配机械手) 等少自由度机器人组合构成混联机器人.

3 自由度 2R1T 并联机构因其自由度少、结构简单、制造成本低、适用于多种场合等优势, 现

已引起广泛关注. Hunt 于 1983 年最早提出一种构型为 3-RPS 的 2R1T 并联机构^[2]. 后来根据不同的应用需求, 国内天津大学的汪满新等人^[3]综合出了 3-UPU、UPR-2-UPRR、2-UPR-UPRR、2-UPR-2-UPRR 等一类 1T2R 机构用于 5 自由度混联机器人的可重构设计. 江苏大学的杨启志等人^[4]提出了一种由 (P-R-C)+(C-R-C-R)+(P-U) 组合而成的具有绕 X 轴和 Y 轴转动及沿 Z 轴移动功能的 2R1T 并联机构. 浙江理工大学的王飞博^[5]和王程^[6]从机构的力传递特性和静力学性质两方面对同一类 2R1T 并联机构进行了相关研究; 付铁^[7]等人应用李群理论对 2R1T 并联机构的型综合问题进行了系统的研究, 得出了 4394 种 2R1T 并联机构新构型, 然而受李群代数结构限制, 所有新机型的支链必须满足一定的空间布局, 且都无法实现空间大范围的旋转. 齐明^[8]研究了 2 种 2R1T 并联机构 (3-PUS/PU 和 3-UPS/PU), 但没有对其自由度性质及其工作空间进行分析, 且 2 种机构的结构都较复杂. 总体而言, 2R1T 并联机构虽受到国内外众多学者的关注和研究, 然而, 要满足工程应用需要, 还需要对 2R1T 并联机构进行更多的研究和开发.

文 [9] 给出了一种具有高速、大偏转角的 2 自由度球面并联机构 Omni-Wrist V. 该机构可以绕某一平面内的任意直线旋转, 但是不具备特定的平移功能. 为增加该机构的平移自由度, 本文在此文献基础上采用范彩霞^[10]等人提出的构型演变法, 将 Omni-Wrist V 进行构型演变, 得到一种新的 3-RSR 类球面并联机构. 为分析其运动特性, 本文从机构的自由度、运动学和工作空间三方面进行了系统的研究. 通过分析机构的几何特点, 演化出等效的运动学模型, 并由此推导运动学解析方程. 结合运动学逆解, 讨论了机构末端在球副极限摆角约束下的运动奇异. 特别地, 引入一种 3 维切片法用于分析机构末端在实际工作空间内等高度和定偏转角下的运动性能, 为机构的工业应用提供理论指导.

2 新机构描述及其自由度分析 (Description and DOF analysis of the new mechanism)

2.1 新机构的演变过程及其构型描述

以 2 自由度球面并联机构 Omni-Wrist V 的原型为模型 (图 1(a)), 通过去掉中间从动支链 SS 杆, 拆下与动平台相连的转动副, 再将动平台绕其中心水平旋转 180° , 其余构件包括基座、支链的数目和布局均不变, 重新装配得到一种新的 3-RSR 类球面并联机构 (图 1(b)). 新机构的自由度性质为 2 旋

转 1 平移, 且在运动过程中, 始终存在一个对称面, 动平台和基座 (也称静平台) 关于此平面对称, 动平台可以绕对称面内的任意直线发生连续大范围转动, 也可以沿两平台中心连线方向进行连续平移. 新机构包含了 Omni-Wrist V 的球面运动性质, 同时因其增加了 1 个平移自由度, 机构还可以做半径可变的椭球面运动, 故命名新机构为“类球面并联机构”.

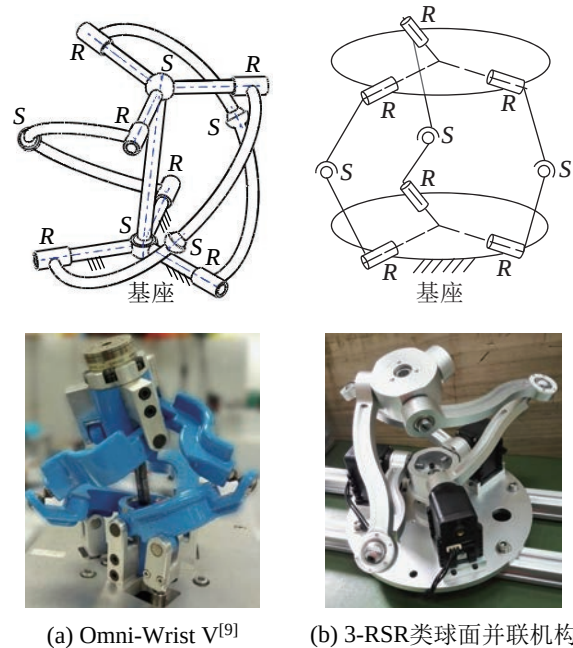


图 1 Omni-Wrist V 演变为 3-RSR 并联机构
Fig.1 Evolution of Omni-Wrist V into the 3-RSR parallel mechanism

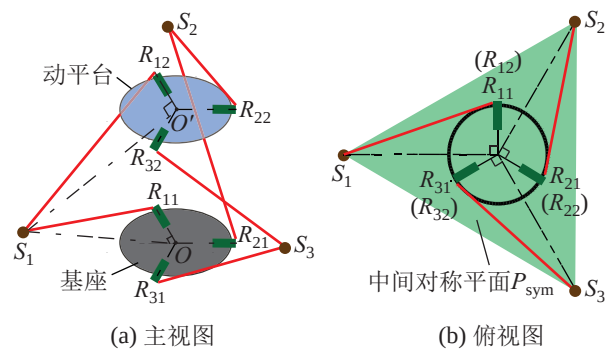


图 2 3-RSR 并联机构构型主、俯视图
Fig.2 Front view and top view of the 3-RSR mechanism

3-RSR 并联机构由等半径的动平台和基座以及 3 个相同的支链组成. 在初始位形下, 机构构型的主、俯视图如图 2 所示. 3 个支链呈 120° 均匀分布于基座和动平台之间. 与基座相连的转动副 (即驱动副) 记为 R_{i1} , 它们的轴线相交于基座中心点 O , 与动平台相连的运动副记为 R_{i2} , 它们的轴线相交于动平台中心点 O' ; 每条支链上的球副记为 S_i , 其

空间布置为: 每条支链中的球副中心与基座中心的连线始终垂直于驱动副的轴线, 垂足为 O , 球副中心与动平台中心的连线也始终垂直于与之相连的转动副轴线, 垂足为 O' . 每个支链中连接各运动副的连杆长度相等. 各球副中心的连线组成平面 P_{sym} , 其特点是在运动过程中动平台、基座始终关于此平面对称 (证明过程详见 2.3 节), 我们称之为中间对称平面. 这种特殊空间布局以及对称面的存在, 为下文机构等效简化处理和运动学分析提供了便利.

2.2 基于图谱法的瞬时自由度分析

相对螺旋法^[11]而言, 基于约束理论的图谱法无需建立参考坐标系, 也不必列出各个运动副的运动螺旋系, 亦不需求解出其对应的约束螺旋系, 只需根据 Blanding 法则^[12]绘制出机构的自由度线和约束线, 再根据二者的对偶关系便可确定机构的自由度.

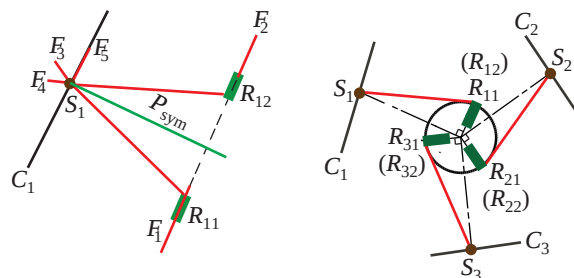
刚体如果受到约束, 其运动将会受到限制, 自由度也相应变少. 被约束的具体自由度数称为约束度. 根据麦克斯韦理论, 任何物体的自由度 f 与其所受的独立约束 c 之间满足如下对偶关系:

$$f + c = 6 \quad (1)$$

如果刚体在平面内运动, 则式 (1) 右边等于 3. 式 (1) 的对偶关系用线图的方式表示即为: 机构所有的自由度线与其约束线相交, 且二者的数目之和等于 6, 其中平行关系为特殊的相交 (交为无穷远处)^[13], 这就是前面提到的 Blanding 法则. 对于转动副 R , 自由度线可表示为与转动副轴线重合的一条直线, 而一个球副 S 等效为 3 个相互正交的 R , 所以其自由度线为过球副球心的 3 条相互正交的直线.

下面采用图谱法对机构进行自由度分析. 首先选择第 1 分支进行分析. R_{11} 与 R_{12} 关于平面 P_{sym} 对称且轴线相互平行, S_1 在平面 P_{sym} 内, 3 个运动副将对应 5 条自由度线 $f_1 \sim f_5$, 分别如图 3(a) 所示, 根据式 (1) 和 Blanding 法则, 可以判定第 1 分支存在一条约束线 C_1 , 这条约束线必为过 S_1 中心且与 R_{11} 和 R_{12} 轴线都平行的线矢量. 同理可推导出另外 2 个分支的自由度线和约束线的空间分布, 其中机构整体的约束线分布如图 3(b) 所示. 3 条约束线两两相交相互独立, 形成空间内的平面约束^[12], 限制了动平台沿 P_{sym} 内任意方向的移动和绕 P_{sym} 的法线旋转. 再次运用式 (1), 可推导出机构还剩 3 个自由度, 其运动性质为绕 P_{sym} 内任意两相交直线的旋转和沿 P_{sym} 的法线方向平移. 至此, 已能确定机构

的自由度数目的 3, 其中包括 2 个旋转自由度和 1 个平移自由度.



(a) 第1支链自由度线和约束线 (b) 机构全部的约束线

图 3 3-RSR 并联机构的自由度线和约束线

Fig.3 Freedom and constraint lines of the 3-RSR mechanism

2.3 机构自由度的全周性证明

图谱法分析的是机构的瞬时自由度, 为了得到连续的自由度, 需证明其全周性, 即证明以下命题: 初始位形下, 当动平台绕中间平面内的某一条瞬时转动轴线发生 2α 角的转动, 中间平面绕该瞬时转轴发生 α 角转动后, 基座和动平台仍然关于中间平面对称. 只要证明机构的这一特性保持不变, 机构的自由度就是连续的^[14].

图 4 中, 假设初始位形下动平台和基座关于平面 P_1 (水平面) 对称. 点 O 和点 A 为两平台的中心, OA 交 P_1 于点 C_1 , 在 P_1 内任取一条直线 s , 在 s 上取点 Q , 使得 $AQ \perp s$, 平面 P_1 绕直线 s 逆时针旋转 α 角后成为平面 P_2 , 动平台绕直线 s 旋转 2α 角后, 中心点 A 转至中心点 B , OA 和 OB 分别交 P_2 于点 M 和 C_2 .

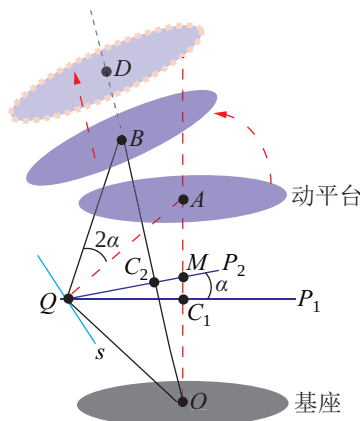


图 4 机构自由度的全周性证明

Fig.4 Continuity demonstration of DOF about the mechanism

根据点 O 和点 A 的对称性以及 $s \subset P_1$ 可知: $OA \perp s$, 又 $AQ \perp s$ 为已知条件, 因此, $s \perp \triangle OQA$. 容易推导出 $s \perp \triangle BQO$, 故 $\triangle OQA$ 与 $\triangle BQO$ 共

面. 由于 $\angle AQC_1 = \angle OQC_1$, $OQ = BQ = AQ$, 因此, $\angle QOC_2 = \angle QBC_2$. 又由于:

$$\begin{aligned}\angle BQC_2 &= 2\alpha + \angle AQC_2 \\ &= 2\alpha + (\angle QMC_1 - \angle QAC_1) \\ &= 2\alpha + [(\pi/2 - \alpha) - (\pi/2 - \angle OQC_1)] \\ &= \angle OQC_2\end{aligned}$$

故 $\triangle BQC_2 \cong \triangle OQC_2$, 从而点 B 和 O 关于平面 P_2 对称.

推广至在基座和动平台上取任意的对称点, 原命题仍然成立, 证明方法同上. 另外, 该机构除了可以绕对称面内的任意直线发生转动之外, 还可以沿两平台中心连线方向 (即对称面的法线方向) 平移. 如图 4 所示, 若动平台中心 B 沿 OB 方向平移 $2d$ 个单位至中心 D 处, P_2 沿 OB 方向平移 d 个单位成为新的平面后, 动平台与基座将关于新的平面对称. 此处证明方法亦同上, 不再赘述.

3 运动学分析 (Kinematics analysis)

3.1 运动学正解

为了便于计算, 对 3-RSR 构型作如下等效处理: 将各支链中与基座铰接的关节平移至中心 O 处, 与动平台铰接的关节平移至中心 O' 处, 如图 5(a) 所示, 简化后的运动学模型为一个六面体 $OS_1S_2S_3O'$. 在点 O 处建立基坐标系 $Oxyz$, 选取过 R_{31} 的轴线为 Oy 轴正向, Oz 轴垂直于基座, 朝上为正, Ox 轴按右手法则确定. 在动平台中心 O' 处建立动坐标系 $O'x'y'z'$, 坐标轴定义规则与基坐标系相同.

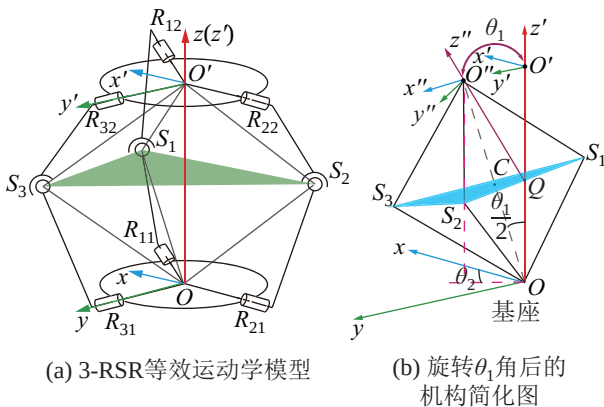


图 5 机构的等效运动学模型及其转动 θ_1 后的简图

Fig.5 Equivalent kinematic model of the mechanism and its simplified diagram after rotating by θ_1

球副 S_i 的位置由驱动副的转角 a_i 和 OS_i 的长度 L (等效杆长) 决定, $\vec{OS}_i = T_i[-Lc_{a_i} \ 0 \ Ls_{a_i}]'$,

$$\text{其中, } T_i = \begin{bmatrix} c_{\beta_i} & -s_{\beta_i} & 0 \\ s_{\beta_i} & c_{\beta_i} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \beta_i = \frac{(6-2i)\pi}{3} \quad (i=1, 2,$$

3). T_i 表示 R_{i1} 关节轴线绕 Oz 轴旋转 β_i 角的变换矩阵; c 和 s 分别表示余弦函数和正弦函数, 下标为其变量 (角度).

对称平面方程 $ax + by + cz + d = 0$ 由各球副的位置坐标确定, 即满足下式:

$$\begin{bmatrix} S_1(x) & S_1(y) & S_1(z) & 1 \\ S_2(x) & S_2(y) & S_2(z) & 1 \\ S_3(x) & S_3(y) & S_3(z) & 1 \\ x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = 0$$

当动平台绕对称面内过点 Q 的任意直线旋转 θ_1 角度后, 动平台中心由 O' 转至 O'' , 动坐标系也相应地转至 $O''x''y''z''$, 如图 5(b) 所示, O'' 与 O 关于新的平面 $S_1S_2S_3$ 对称, OO'' 与平面 $S_1S_2S_3$ 交于点 C , C 即为线段 OO'' 的中点, 且 $OO'' \perp S_1S_2S_3$, 点 O'' 在基坐标系 $Oxyz$ 下的位姿可由 $(x_{O''}, y_{O''}, z_{O''}, \theta_1, \theta_2)$ 表示, 其中前 3 个参数表示动平台位置, θ_1 为动平台新的 z'' 轴与基座 z 轴的夹角, 命名为偏转角, θ_2 为 z'' 在 Oxy 平面上的投影与 x 轴的夹角, 命名为方位角.

根据点关于平面对称点的求解原理, 容易得到 $x_{O''} = -2ad/A$, $y_{O''} = -2bd/A$, $z_{O''} = -2cd/A$. 其中, $A = a^2 + b^2 + c^2$. 动平台的位置坐标 $(x_{O''}, y_{O''}, z_{O''})$ 与其姿态角 (θ_1, θ_2) 之间存在以下关系:

$$\begin{pmatrix} x_{O''} \\ y_{O''} \\ z_{O''} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_{OO''} s_{\theta_1/2} c_{\theta_2} \\ l_{OO''} s_{\theta_1/2} s_{\theta_2} \\ l_{OO''} c_{\theta_1/2} \end{pmatrix} \quad (2)$$

式中, $l_{OO''}$ 为两平台中心连线的长度, 根据式 (2), 可求得机构的偏转角和方位角 (θ_1, θ_2) 如下:

$$\begin{cases} \theta_1 = 2 \arctan \frac{\sqrt{(x_{O''}^2 + y_{O''}^2)}}{z_{O''}} \\ \theta_2 = \arctan \frac{y_{O''}}{x_{O''}} \end{cases} \quad (3)$$

式 (2) 和 (3) 中, $(x_{O''}, y_{O''}, z_{O''}, \theta_1, \theta_2)$ 都是在基坐标系下表示的. 其中, 式 (3) 中的偏转角 θ_1 始终有解, 因为分母 $z_{O''}$ 不可能取 0 值 (即动平台中心不可能与基座中心重合), 而方位角 θ_2 在 $x_{O''} = 0$ 时将无解, 这种情形只可能出现在动平台中心落在基座 Oz 轴上的时候, 即动平台与基座始终平行, 也就是

说只要动平台发生转动, $x_{O''} \neq 0$ 就必然成立, 那么式 (3) 就必然有解.

本文利用对称性及几何法求得运动学的正解是唯一的. $(x_{O''}, y_{O''}, z_{O''})$ 三者相互独立, 而 (θ_1, θ_2) 可由 $(x_{O''}, y_{O''}, z_{O''})$ 导出, 这说明机构的旋转运动和平移运动之间存在耦合. 然而, 这种耦合特性目前并不影响机构的实际工程应用.

3.2 球副极限摆角

由于机构的运动学正、逆解均受球副摆角的约束, 并且球副的极限摆角将直接影响机构的工作空间大小和其他性能, 因此有必要对球副的极限摆角进行研究.

球副具有绕球头 (球窝) 中心旋转的 3 个自由度, 其结构紧凑, 运动灵活, 是并联机构常用的关键零部件之一. 球副的输出杆摆动范围受约束球窝的结构限制, 导致其偏转范围有限, 一般情况下, 普通球副的最大摆角范围为 $\pm 15^\circ \sim \pm 60^\circ$. 球副摆角越大, 机构运动越灵活. 魏敏和^[15]等人分析了球副摆角与输出杆的直径 d 、球头半径 R 以及约束球窝的高度 h 之间的关系 (具体参数见图 6), 得到如下结论:

$$\delta = 90^\circ - \phi_1 - \phi_2, \phi_1 = \arcsin \frac{d}{2R}, \phi_2 = \arcsin \frac{h}{R}$$

从上式不难看出, 想要获得较大的摆角 $\delta_{\max}$, 在保持球头半径不变的情形下, 可以通过减小参数 h 和 d 来实现, 而在改变这些参数时, 球副的刚度及运动惯性也会受到影响, 例如, 减小 d 会带来球副刚度变差, 再者, 降低高度 h , 将会带来球头在球窝中的运动偏心问题, 球头与球窝的间隙变大带来机构的运动精度下降等等. 本文在不影响机构整体刚度的前提下, 选择一款球副, 其参数为: $d = 5.5 \text{ mm}$, $R = 6.5 \text{ mm}$, $h = 2.5 \text{ mm}$, $\delta_{\max} = 42.35^\circ$.

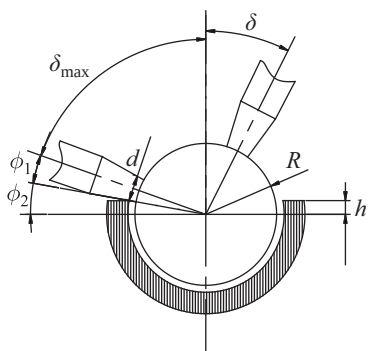


图 6 球副最大摆角 $\delta_{\max}$

Fig.6 The maximum tilt angle $\delta_{\max}$ of spherical pairs

3.3 运动学逆解

对于转动副驱动的并联机构, 将动平台、基座

上的铰链点的坐标在基坐标系中表示, 然后根据支链杆长约束来建立约束方程.

坐标系的设定同图 5. 由简化后的等效机构运动学模型可知, OS_3O' 位于 xOz 平面内, 其平面方程为 $y = 0$; S_1 所在平面方程为 $y = -\sqrt{3}x$, S_2 所在平面方程为 $y = \sqrt{3}x$. 假设动平台中心相对基坐标系的位置坐标为 (x_p, y_p, z_p) , 其姿态信息由这 3 个位置参数来确定, 求逆解时不必给出姿态信息. 根据等效的杆长约束以及向量垂直的几何意义, 各球副满足下列约束方程:

$$\begin{cases} \|OS_i\|^2 - L^2 = 0 \\ 2S_i(x)x_p + 2S_i(y)y_p + 2S_i(z)z_p - Q = 0 \end{cases} \quad (4)$$

其中, $i = 1, 2, 3$, $Q = x_p^2 + y_p^2 + z_p^2$; $S_i(x)$ 表示第 i 个球副的 x 坐标; $S_i(y)$ 表示第 i 个球副的 y 坐标; $S_i(z)$ 表示第 i 个球副的 z 坐标.

OS_iO' 平面还满足以下约束方程:

$$\begin{cases} S_1(y) - \sqrt{3}S_1(x) = 0 \\ S_2(y) + \sqrt{3}S_2(x) = 0 \\ S_3(y) = 0 \end{cases} \quad (5)$$

根据式 (4) 和 (5), 求得输入关节的角度值:

$$\begin{cases} a_1 = \arctan \frac{S_1(z)}{\sqrt{S_1(x)^2 + S_1(y)^2}} \\ a_2 = \arctan \frac{S_2(z)}{\sqrt{S_2(x)^2 + S_2(y)^2}} \\ a_3 = \arctan \frac{S_3(z)}{-S_3(x)} \end{cases} \quad (6)$$

上式是否有可行解, 取决于分母 $S_1(x)$ 、 $S_1(y)$, $S_2(x)$ 、 $S_2(y)$ 和 $S_3(x)$ 的取值条件, 考虑球副极限摆角的约束和上文的运动学正解, 分以下 2 种情形对逆解结果进行讨论与验证. 取值条件:

$$\begin{cases} A: S_1(x) = S_1(y) = 0 \\ B: S_2(x) = S_2(y) = 0 \\ C: S_3(x) = 0 \end{cases}$$

情形 1: 当 A、B、C 其中一个条件成立时, 则分别对应表 1 的计算结果. 由于电机的输入值 (即逆解) 不合理, 因此机构球副关节超出其极限摆角 42.35° , 这种情形在文 [16] 中被定义为机构的极限位移奇异, 也称运动学逆解奇异. 位形如图 8 所示.

情形 2: 当 A、B、C 其中 2 个或 3 个条件同时成立时, 机构中的 2 个球副或 3 个球副重合, 且动平台的位姿信息被丢失, 具体位形图如图 9 所示.

表 1 运动学逆解奇异
Tab.1 Inverse kinematic singularity

输入角度	对应的末端位姿	是否超出球副极限摆角
$\alpha = [90 \ 0 \ 0]$	$(-40, -69.28, 40, 126.87, -120)$	是
$\alpha = [0 \ 90 \ 0]$	$(-40, 69.28, 40, 126.87, 120)$	是
$\alpha = [0 \ 0 \ 90]$	$(80, 0, 40, 126.86, 0)$	是

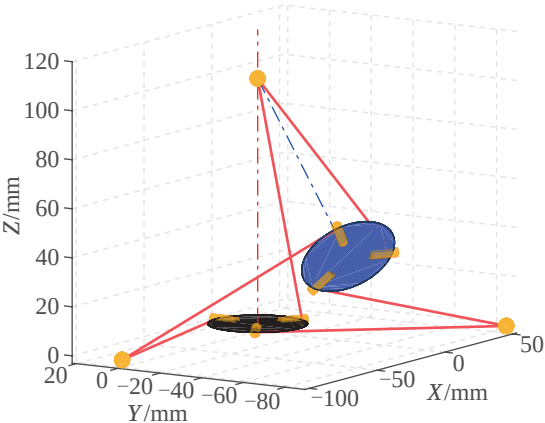


图 7 单输入参数为 90° 时的位形

Fig.7 The configuration with a single input parameter 90°

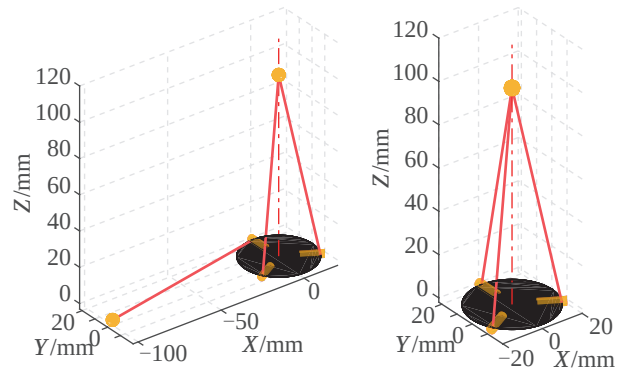


图 8 2 输入（左）和 3 输入（右）参数为 90° 时的位形

Fig.8 The configuration when 2 (left) or 3 (right) input parameters are 90°

图 7 和图 8 描绘了机构在理论上可能出现的奇异位形。其中，图 8 的 2 种情形甚至出现了几何突变。众所周知，奇异性给机构多数带来负面影响，诸如机构自由度减少、机构不可控甚至导致机构被损坏等等，因此需要避免奇异甚至远离之。本机构存在球副的极限摆角约束，在此约束下的电机输入角度将会被限定在某一范围内，从而使得机构始终都能远离或者避开上述讨论的奇异位形。也就是说，在实际工作空间内，机构无奇异。这一重要结论将在下文中得以证实。

4 工作空间分析 (Workspace analysis)

本文在运动学正解的基础上，采用极限边界搜索法即蒙特卡洛法^[17]求解机器人的工作空间，通

过大量的随机采样驱动关节向量，结合球副极限摆角的约束，计算末端中心点位置坐标。

4.1 实际工作空间

随机选取了 60 000 组 $-10^{\circ} \sim 110^{\circ}$ 范围内的驱动角作为输入，取 OS_i ($i = 1, 2, 3$) 的长度 $L = 100 \text{ mm}$ 。由于本文对机构的运动学模型作了等效处理，故动平台和基座的半径取值不影响工作空间的大小，主要考虑球副极限摆角和杆长的影响。并且通过分析计算可知，机构的球副极限摆角和杆长取值越大，实际工作空间越大。

Matlab 仿真得出实际工作空间为理想（即不考虑球副极限摆角限制）工作空间的子集，如图 9 所示。且在实际工作空间内，机构末端出现较大偏转角的离散点信息分别如表 2 所示。显而易见，在球副极限摆角的约束下，驱动副转角也被限制在一定的范围内，驱动副的输入值最大不超过 75° 。另外，除表 2 给出的较大偏转角所对应的电机输入角度外，符合球副极限角度约束的电机输入最大角度不超过 80° ，出现单参数输入为 90° 时的机构奇异点位于实际工作空间之外，这说明与上文讨论的运动学逆解奇异条件相差甚远，证实了本机构在实际工作空间内无奇异的重要结论。

表 2 一组具有较大偏转角的离散点信息与对应的输入参数
Tab.2 A group of discrete points' information with larger tilt angle and their corresponding input parameters

x/mm	y/mm	z/mm	$\theta_1/(^{\circ})$	$\alpha_1/(^{\circ})$	$\alpha_2/(^{\circ})$	$\alpha_3/(^{\circ})$
-72.10	0.42	99.46	71.88	65.30	65.54	1.96
-36.48	-62.70	100.19	71.81	74.11	26.13	25.84
-34.81	-60.49	96.63	71.68	72.42	23.83	23.95
-34.77	61.52	97.85	71.67	24.19	72.96	24.98
37.19	64.09	102.74	71.60	3.50	67.06	67.14
37.01	62.87	101.16	71.60	2.78	65.99	66.32
35.95	-62.90	100.51	71.57	65.83	2.49	65.66
-36.87	61.78	99.97	71.49	26.39	73.75	25.14
-35.13	-62.29	99.41	71.46	73.49	25.00	25.86
-35.96	-61.34	98.85	71.46	73.23	25.39	24.82
72.18	-0.29	100.51	71.37	26.22	25.87	73.91
-34.35	-59.38	95.61	71.32	71.70	23.27	23.20
33.19	-57.60	93.03	71.10	61.11	-0.68	61.07
-37.28	62.68	102.16	71.04	27.49	74.40	26.37

由于实际工作空间内的离散点信息只能宏观反映机构在 3 维空间的位姿可达性，机构的其他运动性能却无法直观表达，因此本文受 3 维笛卡儿切割单元法^[18]启发，提出一种 3 维切片法对实际工作

空间进行分析. 具体方法是: 对位于实际工作空间内离散的坐标点进行不同高度以及不同姿态(偏转角相同, 方位角不同)的切片处理, 以期获得机构的运动特性在实际工作空间内的定量和直观表达.

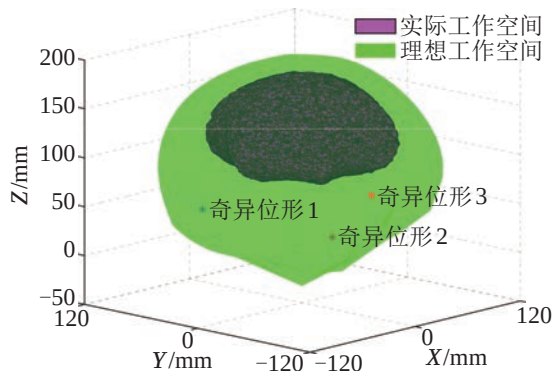


图 9 实际工作空间和理想工作空间

Fig.9 The actual workspace and the ideal workspace

4.2 水平切片工作空间分析

类似于曹永刚^[19]等人在研究 6-RSS 型并联机构的工作空间时所使用的定姿态法, 本文在不改变机构的各项结构参数的前提下, 采用 3 维切片法将工作空间内的离散点进行水平分层处理, 研究工作空间内不同高度下的离散点分布情况. 选取 Z 向近似最大跨度范围为 $85 \text{ mm} \sim 175 \text{ mm}$, 层与层之间合适的高度差 $\Delta z = 15 \text{ mm}$. 图 10(a) 表示将工作空间范围内的离散点由下至上分为 7 层, 该图呈现出上下窄小、中间宽大的纺锤形特征, 其中最宽部位位于 $z = 115 \text{ mm} \sim 130 \text{ mm}$ 处, 最窄部位分别出现在切片的两端于 $z = 85 \text{ mm}$ 和 $z = 175 \text{ mm}$ 处, 最宽部位和最窄部位的离散点分布分别如图 10(b) ~ (d) 所示. 若减小 Δz 值, 对工作空间继续作细分水平切片, 如表 2 所示, 在 $z = 99.46 \text{ mm}$ 处, 可以获得机构的最大偏转角 $\theta_1 = 71.88^\circ$, 并且在机构保持对称规则(即各支链对称分布且等杆长)的几何构型下, 此值不受机构杆长的影响, 只与球副极限摆角有关.

以离散点所覆盖的面积大小以及是否形状规则来衡量机构的旋转性能(包括旋转范围和偏转角的大小). 结合表 2 和图 10 可知在 $z = 115 \text{ mm}$ 和 $z = 130 \text{ mm}$ 处的切片截面几乎重合, 且所有的离散点填满了一个正六边形区域, 在所有的切片截面图中, 其覆盖面积最大, 形状最为规则, 而在 $z = 100(\pm 0.5) \text{ mm}$ (见表 2)附近, 机构具有较大偏转角. 这说明要最大限度地利用该机构的旋转特性, 选择基坐标系下机构末端的 z_p 值跨度范围约为: $100 \text{ mm}(\pm 0.5) \sim 130 \text{ mm}(\pm 0.5)$ 最为合适. 而

位于 $z = 85 \text{ mm}$ 和 $z = 175 \text{ mm}$ 处, 离散点覆盖面积小且覆盖区域不规则, 机构的转动性能最差.

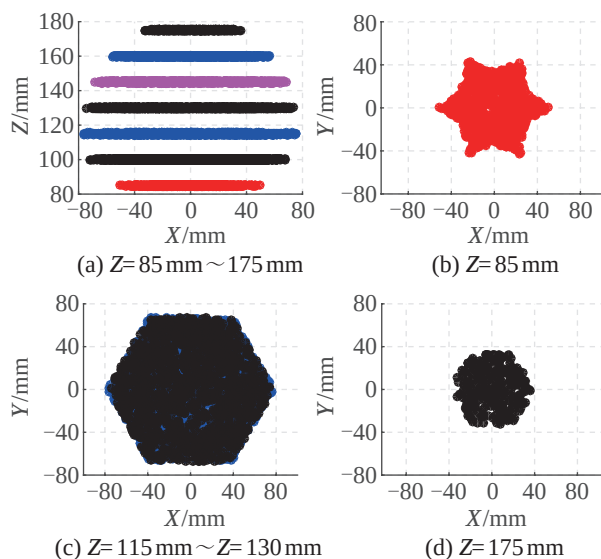


图 10 工作空间的水平切片截面图

Fig.10 Sectional view of the level cutting slice of workspace

4.3 定偏转角切片工作空间分析

定偏转角切片是指对多个处于相同偏转角、不同方位角的空间离散点所围成的圆锥面进行整周微分子空间分割, 展开后形成 n 个扇形片($360/n$ 为分割间隔, 单位为 $^\circ$), 每个扇形片上分布的离散点均代表动平台中心的位姿信息, 方法原理如图 11 所示.

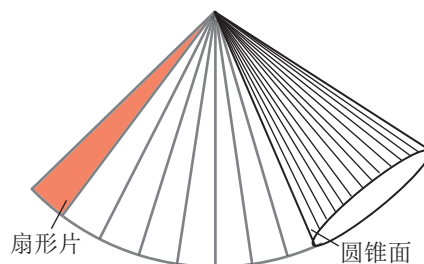


图 11 定偏转角切片方法

Fig.11 The cutting method with a fixed tilt angle

上述方法换言之即为: 将工作空间用多个不同底面圆半径的圆锥面进行切割, 研究每种圆锥面内具有相同偏转角的扇形片中的离散点沿扇形径向(两平台中心线方向)的纯平移特性. 结合水平切片的仿真结果, 此次选取最小偏转角 $\theta_1 = 0^\circ$, 最大偏转角约为 70° , $\Delta\theta \approx 10^\circ$, 一共 8 组值做定偏转角 3 维切片仿真, 结果如图 12 所示.

图 12 显示了 8 组定偏转角切片下的离散点分布情况, 可以看出不同的偏转角切片反映出的圆锥截面是不同的, 且呈现出非常强的规律性, θ_1 越

大, 切片形成的圆锥面越向外膨胀. 这在一定程度上也能反映出机构末端沿两平台中心线方向的平移特性. 为了便于演示和分析, 结合图 4 说明机构在 $\theta_1 = 0^\circ \sim \theta_1 \approx 70^\circ$ 时的平移特征.

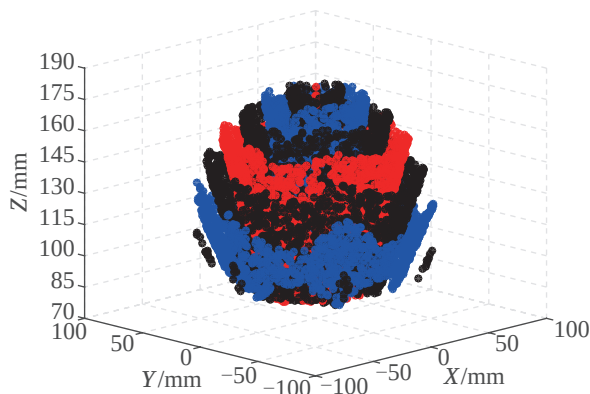


图 12 工作空间的定偏转角 3 维切片图

Fig.12 3D cutting slice of workspace under a fixed tilt angle

首先, 在球副极限摆角的约束下, 依据正运动学方程求出初始位形下动平台中心 A 的坐标近似为 $(0, 0, 81.02)$, 此时机构偏转角 $\theta_1 = 0^\circ$ (即动平台和基座相互平行). 假设动平台继续沿中心线 OA 方向最大限度地平移至顶部, 可近似计算出这一运动过程中动平台的平移量 $\Delta p_{10} = 102.95 \text{ mm}$. 以 $\Delta \theta_1 = 10^\circ (\pm 0.01)$ 的幅度改变机构末端偏转角, 可分别求得机构末端的平移量近似为: $\Delta p_{10} = 97.00 \text{ mm}$, $\Delta p_{20} = 94.68 \text{ mm}$, $\Delta p_{30} = 85.73 \text{ mm}$, $\Delta p_{40} = 79.70 \text{ mm}$, $\Delta p_{50} = 66.67 \text{ mm}$, $\Delta p_{60} = 42.09 \text{ mm}$, $\Delta p_{70} = 18.92 \text{ mm}$. 由以上结果可以得出结论: 0 偏转角时, 机构具有沿 Oz 轴方向的最佳平移性能; 随着偏转角的增大, 机构沿两平台中心线方向的平移性能越来越差. 当 $\theta_1 \approx 70^\circ$ 时, 机构沿中心线方向的平移性能最差.

综上分析, 相对基坐标系而言, 水平切片法直观地反映了在实际工作空间中 $z \approx 100 \text{ mm} \sim 130 \text{ mm}$ 范围内, 机构的转动性能最佳, 即具有大的偏转角和较大范围的旋转空间. z 值沿此范围上升或下降, 偏转性能递减. 定偏转角切片法直观地反映了机构在 $\theta_1 = 0^\circ \sim 70^\circ$ 时其平移性能从最佳到最差.

5 结论和展望 (Conclusion and prospect)

为满足实际生产的需要, 本文对一种 2 自由度球面并联机构 Omni-Wrist V 进行了构型演变, 得到一种具有 2 旋转 1 平移共 3 个自由度的新型 2R1T 类球面并联腕部机构, 该机构可以使动平台绕机构某对称面内的任意直线做连续旋转以及沿两平台的中心线方向连续平移.

本文系统全面分析了该新机构的运动学特性, 包括自由度、运动学及工作空间等. 根据分析结果可知, 该机构在实际工作空间内无奇异. 同时, 提出一种 3 维切片法, 研究了机构的工作空间, 该方法能直观显示机构在处于某固定高度值时的旋转运动特性和处于某固定偏转角时的平移运动特性.

该机构的旋转运动和平移运动之间存在耦合, 但这并不影响其工程应用价值. 结合少自由度的 Delta 或者 SCARA 机器人的定位优势, 该机构可作为腕部串接于以上机器人的末端, 组成混联机器人. 通过一定的控制方法, 预计可实现该机构的运动解耦, 这也将是本文后续需要进一步研究的内容.

参考文献 (References)

- [1] Merlet J P. Parallel robots[M]. Amsterdam, Netherlands: Springer, 2006.
- [2] Hunt K H. Structural kinematics of in-parallel-actuated robot arms[J]. Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, 1983, 105(4): 705-712.
- [3] 汪满新, 黄田. 1T2R3 自由度并联机构拓扑结构综合 [J]. 机械工程学报, 2015, 51(17): 1-7.
Wang M X, Huang T. Type synthesis of 1T2R 3-DOF parallel mechanism[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(17): 1-7.
- [4] 杨启志, 瞿鹏飞, 曹电锋, 等. 一种基于并联机构的 2R-1T 运动平台设计 [J]. 机械设计与研究, 2012, 28(5): 15-17, 36.
Yang Q Z, Zi P F, Cao D F, et al. Study on a 2R-1T moving platform based on parallel mechanism[J]. Machine Design and Research, 2012, 28(5): 15-17, 36.
- [5] 王飞博, 吴伟峰, 陈祥, 等. 基于运动/力传递特性的 1T2R 并联机构构型优选 [J]. 机械工程学报, 2014, 50(23): 20-28.
Wang F B, Wu W F, Chen X, et al. Optimal type selection of 1T2R parallel mechanisms based on motion/force transmissibility[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(23): 20-28.
- [6] 王程. 三种 2R1T 三自由度并联机构静力分析研究 [D]. 杭州: 浙江理工大学, 2015.
Wang C. Static analysis of three 2R1T 3-DOF parallel mechanisms[D]. Hangzhou: Zhejiang University of Science and Technology, 2015.
- [7] 付铁, 韩信, 朱涯涯, 等. 基于李群理论的 2R1T 并联机构构型综合 [J]. 北京理工大学学报, 2014, 34(11): 1106-1109, 1119.
Fu T, Han X, Zhu Y Y, et al. Type synthesis of 2R1T parallel mechanism based on Lie group theory[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2014, 34(11): 1106-1109, 1119.
- [8] 齐明. 一类 2R1T 三自由度并联机构的设计理论与方法研究 [D]. 天津: 天津大学, 2007.
Qi M. Research on design theory and methodology of a class of 2R1T 3-DoF parallel mechanisms[D]. Tianjin: Tianjin University, 2007.

- [9] Li C, Wu Y Q, Wu J C, et al. Cartesian stiffness evaluation of a novel 2-DoF parallel wrist under redundant and antagonistic actuation[C]//IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, USA: IEEE, 2013: 959-964.
- [10] Fan C X, Liu H Z, Zhang Y B. Type synthesis of 2T2R, 1T2R and 2R parallel mechanisms[J]. Mechanism and Machine Theory, 2013, 61(1): 184-190.
- [11] 黄真, 刘婧芳, 李艳文. 论机构自由度: 寻找了 150 年的自由度通用公式 [M]. 北京: 科学出版社, 2011: 62-67.
Huang Z, Liu J F, Li Y W. On the degree of freedom of mechanism: 150-year unified mobility formula issue[M]. Beijing: Science Press, 2011: 62-67.
- [12] Blanding D L. Exact constraint: Machine design using kinematic principles[M]. New York, USA: ASME, 1999.
- [13] 于靖军, 裴旭, 宗光华. 机械装置的图谱化创新设计 [M]. 北京: 科学出版社, 2014.
Yu J J, Pei X, Zong G H. Graphical approach to creative design of mechanical devices[M]. Beijing: Science Press, 2014.
- [14] 陈子明, 张扬, 黄坤, 等. 一种无伴随运动的对称两转一移并联机构 [J]. 机械工程学报, 2016, 52(3): 9-17.
Chen Z M, Zhang Y, Huang K, et al. Symmetrical 2R1T parallel mechanism without parasitic motion[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(3): 9-17.
- [15] 魏敏和, 韩先国, 张军. 3-UPS/S 并联转台球铰链的优化研究 [J]. 航天制造技术, 2013, 11(3): 19-23, 38.
Wei M H, Han X G, Zhang J. Optimization research of spherical joints in 3-UPS/S parallel rotational table[J]. Aerospace Manufacturing Technology, 2013, 11(3): 19-23, 38.
- [16] 李艳文. 几类空间并联机器人的奇异研究 [D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2005.
Li Y W. On singularity of several kinds of spacial parallel manipulators[D]. Qinghuangdao: Yanshan University, 2005.
- [17] Rastegar J, Fardanesh B. Manipulator workspace analysis using the Monte Carlo method[J]. Mechanism and Machine Theory, 1990, 25(2): 233-239.
- [18] Yang G, Causton D M, Ingram D M. Calculation of compressible flows about complex moving geometries using a three-dimensional Cartesian cut cell method[J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2000, 33(8): 1121-1151.
- [19] 曹永刚, 张玉茹, 马云忠. 6-RSS 型并联机构的工作空间分析与参数优化 [J]. 机械工程学报, 2008, 44(1): 19-24.
Cao Y G, Zhang Y R, Ma Y Z. Workspace analysis and parameter optimization of 6-RSS parallel mechanism[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(1): 19-24.

作者简介:

张国英 (1980-), 女, 博士生, 讲师. 研究领域: 机器人机构学及其操作.

廖亚军 (1992-), 男, 硕士生. 研究领域: 人机共融技术.

梁峰 (1992-), 男, 硕士生. 研究领域: 基于 ROS 的机器人控制技术.

(上接第 166 页)

- [19] Watanabe Y. Coordinated control of multiple UAVs: Theory and flight experiment[C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. Reston, USA: AIAA, 2013: 19-22.
- [20] Wang X, Zhang J Y, Zhang D B, et al. UAV formation: From numerical simulation to actual flight[C]//IEEE International Conference on Information and Automation. Piscataway, USA: IEEE, 2015: 475-480.
- [21] 洪晔, 缪存孝, 雷旭升. 基于长机-僚机模式的无人机编队方法及飞行实验研究 [J]. 机器人, 2010, 32(4): 505-509.
Hong Y, Miao C X, Lei X S. Formation method and flight test of multiple UAVs based on leader-follower pattern[J]. Robot, 2010, 32(4): 505-509.
- [22] 方强, 习业勋, 相晓嘉, 等. 基于双核架构的无人机自主起降飞行控制系统, 中国: CN104503467A[P]. 2015-04-08.
Fang Q, Xi Y X, Xiang X J, et al. Dual-core architecture based flight control system for taking-off and landing of UAVs, China: CN104503467A[P]. 2015-04-08.
- [23] Wang X, Kong W W, Zhang D B, et al. Active disturbance rejection controller for small fixed-wing UAVs with model uncertainty[C]//IEEE International Conference on Information and Automation. Piscataway, USA: IEEE, 2015: 2299-2304.

作者简介:

王勳 (1988-), 男, 博士. 研究领域: 无人机系统技术, 机器人技术.

张纪阳 (1979-), 男, 博士, 副教授, 硕士生导师. 研究领域: 无人机系统技术, 机器人技术.

张代兵 (1977-), 男, 博士, 副研究员, 硕士生导师. 研究领域: 无人机系统技术, 机器人技术.