

## 履带可变形机器人越障性能研究

朱 岩<sup>1,2</sup>, 王明辉<sup>1</sup>, 李 斌<sup>1</sup>, 王 聪<sup>1</sup>

(1. 中国科学院沈阳自动化研究所机器人学国家重点实验室, 辽宁 沈阳 110016;

2. 中国科学院大学, 北京 100049)

**摘 要:** 将椭圆定理应用于履带机器人构型设计, 研制了履带连续张紧且履带长度保持不变的履带可变形机器人. 该机器人重心位置可以通过摆臂转动进行较大幅度的调节, 具有较好的越障性能. 为充分了解机器人的越障能力, 对机器人跨越台阶和沟壑两种典型障碍的运动过程进行了分析. 在机器人跨越障碍运动机理的基础上, 对越障过程中的关键状态进行了运动学和动力学分析, 根据实际情况, 选择几何条件、打滑以及稳定性作为约束条件, 得到了机器人能跨越的最大障碍的理论值. 最后, 建立机器人仿真平台, 根据理论计算得到的障碍值, 对攀爬台阶和跨越沟壑进行仿真实验, 并进一步进行了样机实验, 验证了机器人的越障能力.

**关键词:** 履带可变形机器人; 越障性能; 运动学; 动力学

中图分类号: TP242

文献标识码: A

文章编号: 1002-0446(2015)-06-0693-09

### On Obstacle-surmounting Performance for a Transformable Tracked Robot

ZHU Yan<sup>1,2</sup>, WANG Minghui<sup>1</sup>, LI Bin<sup>1</sup>, WANG Cong<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory of Robotics, Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016, China;

2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** By applying the ellipse theory to the configuration design of the tracked robot, a transformable tracked robot is designed whose tracks can be continuously tensioned while the track length unchanged. The position of the robot centre-of-gravity can be adjusted in a large range by swinging the swing-arm, so the robot has good obstacle-surmounting performance. To comprehensively understand the obstacle-surmounting performance of the robot, the processes of climbing the stair and crossing the gully are analyzed. Based on the movement mechanism of obstacle-surmounting, the key states of the robot are analyzed in terms of kinematics and dynamics. According to the actual situation, the theoretical values of the highest stair and the longest gully that the robot can surmount are obtained by taking the geometrical conditions, slip and stability as the constraint conditions. Then, a simulation platform is set up to test the stair-climbing and gully-crossing performances on the basis of theoretical values of the obstacles, further the prototype experiment is carried out, and the obstacle-surmounting ability is verified finally.

**Keywords:** transformable tracked robot; obstacle-surmounting performance; kinematics; dynamics

## 1 引言 (Introduction)

移动机器人可以代替人类在危险环境作业, 并且可以应用于日常生活以减轻人类的劳作负担, 因此, 得到了广泛关注和研究. 按照机器人移动方式划分, 机器人可以分为轮式移动机器人、腿式移动机器人、履带式移动机器人和复合式移动机器人. 其中, 履带机器人控制系统相对简单并且环境适应能力强, 因此得到了更广泛的研究, 并研制成功了各种类型的履带式移动机器人<sup>[1-7]</sup>, 主要应用于复杂环境完成相应任务. 为了使机器人更好地适应环

境、明确机器人能够适应的障碍极限, 有必要对其环境的适应性进行研究, 以方便实际应用中设计合理的机器人并明确对机器人的操作和控制. 目前, 已有不少学者对不同类型机器人性能进行了相关的分析研究. 李允旺<sup>[8]</sup>从运动学的角度对四履带机器人的越障机理和越障能力进行了分析研究, 马金猛<sup>[2]</sup>对双摆臂六履带机器人的越障性能进行了动力学分析, 刘金国<sup>[9]</sup>从动力学角度分析了模块机器人爬楼梯的过程, 刘少刚<sup>[10]</sup>对一种履带可张紧式主臂可变构型机器人的越障特性进行了运动学分析. 但是以上对机器人性能的分析, 没有考虑机器

人越障过程中可能出现的打滑情况, 而实际越障过程中, 若机器人打滑则意味着机器人履带与障碍间摩擦力(驱动力)不足, 机器人不能跨越相应障碍。因此, 为更准确得到机器人越障性能, 需要综合考虑几何约束和打滑等因素在机器人越障过程中的影响。

本文将椭圆定理应用于机器人构型设计, 开发了履带长度不发生变化并能连续张紧的履带可变形机器人, 并从动力学角度, 考虑越障中的几何约束、打滑条件以及稳定条件, 分析了履带可变形机器人跨越台阶和沟壑时的运动特性, 得到了机器人能够适应的最高台阶和最宽沟壑, 并通过仿真实验和样机实验对得到的理论值进行了验证, 为机器人的实际应用以及后续控制系统的设计提供了理论依据。

## 2 SARTR 机器人构型原理及平台 (Configuration principle and platform of SARTR)

履带可变形机器人作为履带机器人的类型之一, 不仅具有普通履带机器人的优点, 而且可以根据不同地面环境改变自身形状, 能够跨越更高的障碍物。但是履带可变形机器人的设计也相对较复杂, 其中要解决的重要难题之一便是如何在维持履带张紧力恒定的同时确保履带长度在变形过程中变化量尽量小。为解决该问题, 本文将椭圆定理应用于机器人构型设计, 并设计了凸轮机构以实现椭圆定理, 最终研制了履带连续张紧且能保持长度不变的 SARTR (swing-arm retractable tracked robot) 机器人。

### 2.1 SARTR 机器人构型原理

机器人构型原理如图 1 所示, 将主动轮中心  $O_1$  和被动轮中心  $O_2$  分别置于椭圆两焦点, 行星轮固定于摆臂末端, 摆臂独立驱动, 在摆臂旋转过程中, 行星轮中心  $P$  的轨迹为椭圆。假设履带轮半径均为  $r$ , 则履带总长度

$$L_{\text{belt}} = L_c + L_{O_1P} + L_{O_2P} + r \sum_{i=1}^3 \theta_i \quad (1)$$

式中,  $L_c$  为驱动轮  $O_1$  到被动轮  $O_2$  之间的距离,  $L_{O_1P}, L_{O_2P}$  为驱动轮和被动轮到行星轮的距离。

根据椭圆定理可知:

$$L_{O_1P} + L_{O_2P} = 2L_a \quad (2)$$

又因为履带在主动轮、被动轮和行星轮上包角

之和始终为  $2\pi$ , 可得履带总长度为

$$L_{\text{belt}} = 2\pi r + 2L_a + L_c \quad (3)$$

由式 (3) 可知, 图 1 所示应用椭圆定理设计的可变形履带机器人构型, 履带长度仅与机器人的结构有关, 与机器人形状处于何种状态无关。

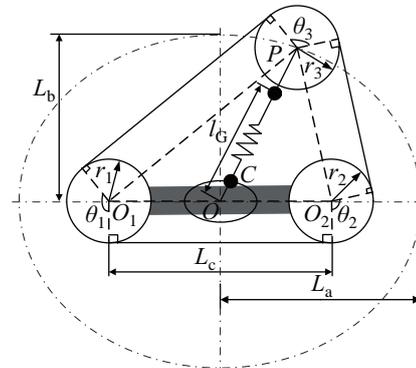


图 1 SARTR 机器人构型原理  
Fig.1 Configuration principle of SARTR

图 1 所示采用椭圆定理设计的机器人构型, 理论上可以保证机器人运行过程中履带长度不发生变化; 而实际上需要特殊结构来保证椭圆定理的实现, 即机器人摆臂转动过程中摆臂长度满足

$$L = \frac{L_a L_b}{\sqrt{L_b^2 \cos^2 \gamma + L_a^2 \sin^2 \gamma}} \quad (4)$$

式中,  $L_a$  为摆臂最大长度,  $L_b$  为摆臂最小长度,  $\gamma$  为摆臂与  $O_1O_2$  连线间的夹角。

刘少刚<sup>[10]</sup>采用弹簧拉伸的方式实现了摆臂长度的变化, 但是仅仅依靠弹簧, 履带的张紧力会随着弹簧的拉伸量而发生变化, 增加了履带脱离履带轮的风险, 并且影响越障性能。SARTR 机器人在采用弹簧的基础上, 增加了凸轮机构, 使得履带张紧力能够保持恒定, 减小了履带脱落的风险, 并且可以通过更换不同类型弹簧来改变履带的初始张紧力。

如图 1 所示, 假设  $C(x_c, y_c)$  为凸轮上任意一点, 因为  $P$  点在椭圆轨迹上, 根据椭圆参数方程可知点  $P$  可表示为  $P(L_a \cos \theta_p, L_b \sin \theta_p)$ , 其中  $\theta_p \in [0, 2\pi]$ , 则  $C$  点到  $P$  点的距离为

$$m = \sqrt{(L_a \cos \theta_p - x_c)^2 + (L_b \sin \theta_p - y_c)^2} \quad (5)$$

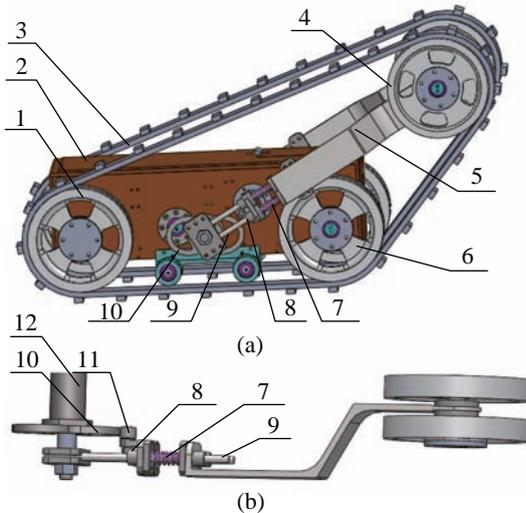
又  $P, C$  连线过原点, 则可求得凸轮轮廓为

$$\begin{cases} x_c = L_a \cos \theta_p \pm \sqrt{\frac{m^2 L_a^2}{L_a^2 + L_b^2 \tan^2 \theta_p}} \\ y_c = L_b \sin \theta_p \pm \sqrt{\frac{m^2 L_b^2 \tan^2 \theta_p}{L_a^2 + L_b^2 \tan^2 \theta_p}} \end{cases} \quad (6)$$

式 (5) 中的  $m$  值可在摆臂长度确认后, 综合考虑凸轮的可用安装空间确定. SARTR 机器人中距离  $m$  的取值为 288 mm.

### 2.2 SARTR 机器人平台

根据 SARTR 机器人构型原理, 研制了 SARTR 机器人样机, 样机模型如图 2 所示. SARTR 机器人主要由机器人机体、履带、驱动轮、被动轮、行星轮和可伸缩摆臂等组成. 其中图 2(a) 是机器人整体外观, (b) 是摆臂装配模型. 其基本参数如表 1 所示.



- 1. 主动轮 2. 机体 3. 履带 4. 行星轮 5. 摆臂板
- 6. 被动轮 7. 弹簧 8. 直线轴承 9. 导轨 10. 凸轮
- 11. 凸轮滚子 12. 凸轮座

图 2 SARTR 机器人模型  
Fig.2 Model of SARTR

表 1 SARTR 机器人平台参数  
Tab.1 Parameters of SARTR

项目	数值	项目	数值
轮半径 $r$	60 mm	车体长度 $L_c$	290 mm
车体质量 $m_1$	11 kg	摆臂重心 $l_G$	220 mm
摆臂质量 $m_2$	2 kg	摆臂力矩 $M_{\max 1}$	259 N·m
摆臂最长 $L_a$	328 mm	驱动力矩 $M_{\max 2}$	8.6 N·m
摆臂最短 $L_b$	295 mm	最大速度 $v_m$	0.3 m/s

### 3 越障能力分析 (Analysis on obstacle-surmounting performance)

越障能力是机器人性能评价的一个重要指标, 为充分了解 SARTR 机器人的越障性能, 分别对其攀爬台阶和跨越沟壑的运动机理进行了分析, 并对其运动过程进行了动力学分析, 根据特殊状态下机器人的几何约束、打滑条件和稳定性条件得到了机器人能够适应的最高台阶和最宽沟壑.

### 3.1 攀爬台阶分析

机器人攀爬台阶的运动过程如图 3 所示, 根据机器人与地面和台阶的接触情况, 可以将其攀爬台阶的过程分为 3 个阶段: 摆臂支撑阶段 (a)  $\rightarrow$  (b), 机体支撑阶段 (c)  $\rightarrow$  (d) 和跨越阶段 (e)  $\rightarrow$  (f).

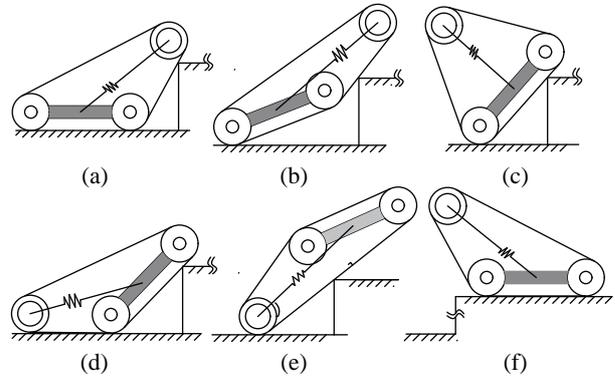


图 3 机器人攀爬台阶过程  
Fig.3 Process of climbing stairs

机器人能够跨越的最高台阶为各关键阶段机器人所能攀爬最高台阶中较小的值, 且在攀爬台阶过程中, 应保证在每个关键阶段不出现打滑倾翻现象. 为此, 对越障过程中状态逐一进行分析, 以得到机器人能攀爬的最高台阶的高度.

#### 3.1.1 摆臂支撑阶段

机器人最初与障碍接触时, 机器人可能处于图 4 所示 (a) 或 (b) 状态, 由于与台阶接触方式不同, 因此有不同的动力学模型, 以下分别进行讨论.

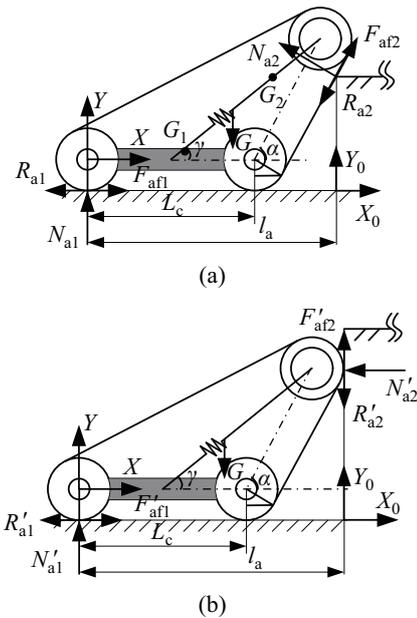


图 4 摆臂支撑阶段受力分析

Fig.4 Force analysis on arm supporting phase

#### (1) 摆臂高于台阶

如图 4(a) 所示, 此时摆臂最高位置不能低于台

阶高度, 则满足的几何约束为

$$H \leq r + \sin \alpha \sqrt{L^2 + L_c^2/4 - LL_c \cos \gamma} \quad (7)$$

式中,  $H$  为台阶高度,  $r$  为驱动轮半径,  $\gamma$  为摆臂倾角且  $\gamma \in [0, 2L_b^2/(L_a L_c)]$ ,  $\alpha$  为履带与水平面的夹角,  $L$  为摆臂长度, 可根据式(4)求得.

另外, 由正弦定理可得  $\alpha$  与  $\gamma$  关系:

$$\frac{L_c/2}{\sin(\alpha - \gamma)} = \frac{L}{\sin(\pi - \alpha)} \quad (8)$$

假设此状态下机器人坐标系  $OXY$  和世界坐标系  $Ox_0y_0$  位置如图 4(a) 所示. 机体重心在  $OXY$  的位置为  $G_1(x_1, y_1)$ , 摆臂重心在  $OXY$  位置为  $G_2(x_2, y_2)$ , 忽略由摆臂伸缩引起的摆臂的重心变化可得  $x_2 = L_c/2 + l_G \cos \gamma$ ,  $y_2 = l_G \sin \gamma$ , 则总重心位置

$$\begin{cases} x_{G0} = x_G - l_a = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} - l_a \\ y_{G0} = y_G + r = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2} + r \end{cases} \quad (9)$$

式中  $x_G$  和  $y_G$  为总重心在  $OXY$  坐标系中的坐标,  $l_a$  为机器人与地面和台阶接触处的水平距离且  $l_a = L_c + (H - r) \cot \alpha + r/\sin \alpha$ .

对式(9)求 2 阶导数可得对应加速度, 进一步可得力和力矩平衡方程:

$$\begin{cases} F_{af1} - R_{a1} + (F_{af2} - R_{a2}) \cos \alpha - N_{a2} \sin \alpha = m \ddot{x}_{G0} \\ N_{a1} + (F_{af2} - R_{a2}) \sin \alpha + N_{a2} \cos \alpha - G = m \ddot{y}_{G0} \\ G(l_a - x_G) + (F_{af1} - R_{a1})H - N_{a1}l_a = J \ddot{\beta} \end{cases} \quad (10)$$

式中,  $N_{a1}$  和  $N_{a2}$  为机器人受到的支撑力,  $F_{af1}$  和  $F_{af2}$  为机器人的有效牵引力,  $R_{a1}$  和  $R_{a2}$  为机器人受到的行驶阻力.

履带机器人的行驶阻力非常复杂, 地面材料和运行速度均影响其大小<sup>[11]</sup>. 对于在坚硬地面行驶的 SARTR 机器人, 行驶阻力可表示为<sup>[12]</sup>

$$R_{ai} = \mu_r N_{ai}, \quad i = 1, 2 \quad (11)$$

式中,  $\mu_r$  为滚动阻力系数, 本文取 0.026<sup>[13]</sup>.

此外, 由于土壤的抗剪强度等因素的影响, 地面对机器人的牵引力存在最大值. 假设机器人是在干硬的水泥地上运动, 地面下陷量忽略不计, 则最大牵引力可表示为<sup>[14]</sup>

$$F_{a1\max} = N_{a1} \tan \varphi, \quad F_{a2\max} = N_{a2} \tan \varphi \quad (12)$$

式中,  $\varphi$  为内摩擦角, 取值为  $35^\circ$ .

由于机器人存在最大牵引力, 若机器人能顺利跨越障碍不打滑, 则式(10)中的有效牵引力应不大于最大牵引力, 即

$$F_{af1} \leq F_{a1\max}, \quad F_{af2} \leq F_{a2\max} \quad (13)$$

可知有效牵引力达到最大值为打滑的临界条件. 为得到台阶的高度范围, 在  $F_{af2} = F_{a2\max}$  的条件下, 求解方程  $F_{af1} \leq F_{a1\max}$ , 忽略加速度不计, 由式(10)~(12)可得机器人不打滑的条件为

$$H \geq \frac{(x_G + L_c/2)A - \mu BC}{(A + B \cot \alpha)\mu} \quad (14)$$

式中

$$\begin{aligned} A &= \sin \alpha - \mu \cos \alpha, \quad B = \mu \sin \alpha + \cos \alpha \\ \mu &= \tan \varphi - \mu_r, \quad C = L_c/2 - r \cot \alpha + r/\sin \alpha - x_G \end{aligned}$$

由式(7)和(14)可得机器人在图 4(a) 状态可以攀爬的台阶高度范围, 如图 5 所示.

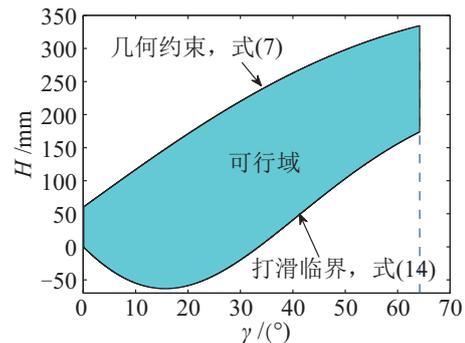


图 5 初始摆臂高于台阶时机器人越障能力

Fig.5 Obstacle-surmounting ability when the arm is higher than the stair at the initial phase

由图 5 可知, 机器人能攀爬的最高台阶的高度值在式(7)的边界上取得, 则越障初始阶段, 摆臂高于台阶的情况下, 机器人能够攀爬的最高台阶为摆臂能达到的最大高度

$$H_{\max} = r + L_b^2/L_a \quad (15)$$

## (2) 摆臂低于台阶

当机器人最初与台阶接触时, 如果摆臂高度没有达到台阶高度, 此时式(7)不成立, 状态如图 4(b) 所示. 可得力和力矩平衡方程:

$$\begin{cases} F'_{af1} - R'_{a1} - N'_{a2} = m \ddot{x}_{G0} \\ N'_{a1} + F'_{af2} - R'_{a2} - G = m \ddot{y}_{G0} \\ (F'_{af2} - R'_{a2})l_a + N'_{a2}(L \sin \gamma + r) - Gx_G = J \ddot{\beta} \end{cases} \quad (16)$$

式中,  $N'_{a1}$  和  $N'_{a2}$  为机器人受到的支撑力,  $F'_{af1}$  和  $F'_{af2}$  为机器人的有效牵引力,  $R'_{a1}$  和  $R'_{a2}$  为行驶阻力,

计算公式同式 (11),  $l_a$  为机器人与地面和台阶接触处的水平距离且满足  $l_a = L_c/2 + L \cos \gamma + r$ .

机器人若能顺利越障, 有类似式 (13) 条件成立. 同理, 忽略加速度不计, 在  $F'_{af2} = F'_{a2max}$  的条件下, 求解方程  $F'_{af1} \leq F'_{a1max}$ , 可得机器人不打滑的条件为

$$f(\gamma) = (1 + \mu^2)(2x_G + L_c) - 2\mu(\mu l_a + L \sin \gamma + r) \leq 0 \quad (17)$$

如图 6 所示, 当  $\gamma \geq 30^\circ$  时, 机器人可以按照图 4(b) 所示方式跨越台阶; 当摆臂角度  $\gamma < 30^\circ$  时, 则会由于打滑而无法攀爬台阶. 但是在运动初期, 需要减小摆角  $\gamma$  撑起机体, 打滑风险较大, 因此在实际环境中不考虑使用该种方式越障.

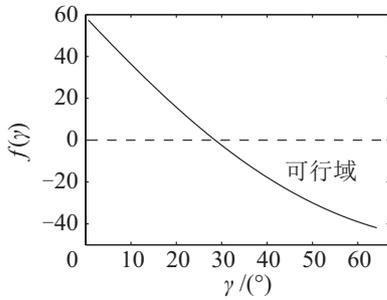


图 6 初始摆臂低于台阶时机器人越障能力

Fig.6 Obstacle-surmounting ability when the arm is lower than the stair at the initial phase

### 3.1.2 机体支撑阶段

此状态下, 摆臂处履带不再与障碍接触, 仅机体处履带支撑机器人, 此时, 机体最高点应高于障碍最高点, 因此满足几何约束

$$H \leq r + L_c \sin \beta \quad (18)$$

式中,  $\beta$  为机器人机体倾角.

该阶段的受力分析如图 7 所示, 在满足式 (18) 的条件下, 可得力和力矩平衡方程:

$$\begin{cases} F_{cf1} - R_{c1} + (F_{cf2} - R_{c2}) \cos \beta - N_{c2} \sin \beta = m\ddot{x}_{G0} \\ N_{c1} + (F_{cf2} - R_{c2}) \sin \beta + N_{c2} \cos \beta - G = m\ddot{y}_{G0} \\ G(x_G \cos \beta - y_G \sin \beta) + (F_{cf1} - R_{c1})H - N_{c1}l_c = J\ddot{\beta} \end{cases} \quad (19)$$

式中,  $N_{c1}$  和  $N_{c2}$  为机器人受到的支撑力,  $F_{cf1}$  和  $F_{cf2}$  为机器人的有效牵引力,  $R_{a1}$  和  $R_{a2}$  为机器人受到的行驶阻力,  $l_c$  为机器人与地面和台阶接触处的水平距离且满足:  $l_c = (H - r) \cot \beta + r / \sin \beta$ .

如果机器人能顺利跨越障碍, 则式 (18) 中有效牵引力不大于最大牵引力, 即

$$F_{cf1} \leq F_{c1max}, \quad F_{cf2} \leq F_{c2max} \quad (20)$$

式中,  $F_{c1max}$  和  $F_{c2max}$  为最大牵引力, 同式 (12) 类似.

同理, 在  $F_{cf1} = F_{c1max}$  的条件下, 求解方程  $F_{cf2} \leq F_{c2max}$ , 忽略加速度不计, 由式 (18) 和 (19) 可得机器人在该阶段的不打滑条件为

$$\mu H(D + C \cot \beta) \geq AD - \mu BC \quad (21)$$

式中

$$A = x_G \cos \beta - y_G \sin \beta, \quad B = \frac{r}{\sin \beta} - r \cot \beta - A$$

$$C = \mu \sin \beta + \cos \beta, \quad D = \sin \beta - \mu \cos \beta$$

此状态下, 摆臂需要旋转直到与地面接触并撑起机体, 在保证机器人不打滑的同时, 还应防止机器人因为倾角过大而发生倾翻. 本文采用重心投影法<sup>[15]</sup>作为判断机器人是否发生倾翻的方法.

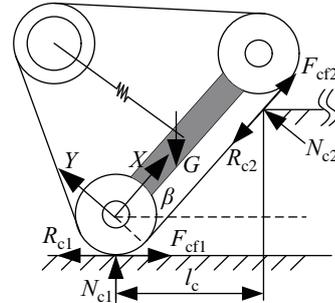


图 7 机体支撑阶段受力分析

Fig.7 Force analysis on body supporting phase

如图 7 所示, 根据重心投影法, 若机器人稳定, 则重心到台阶的水平距离应小于机器人与地面接触点到台阶的水平距离  $l_c$ , 可得机器人的稳定性约束条件

$$H \cos 2\beta \geq (y_G \cos \beta - x_G \sin \beta) \sin^2 \beta + r(\sin \beta - \cos \beta + \cos 2\beta) \quad (22)$$

根据式 (18)、(21) 和 (22) 可得机体支撑阶段机器人能适应的台阶范围, 如图 8 所示.

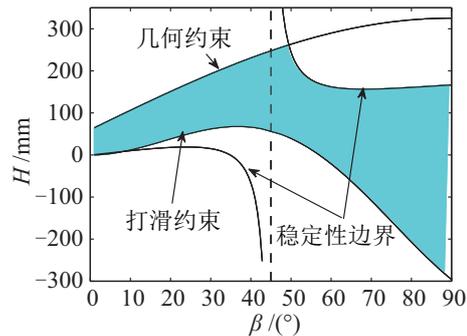


图 8 机体支撑阶段越障能力

Fig.8 Obstacle-surmounting ability at body supporting phase

由图 8 可知, 机器人能适应的最大高度在式 (18) 和式 (22) 两式相等时得到. 使用数值仿真方法, 取步长为 0.01, 可得能跨越的最大高度在机器人倾角为  $\beta = 48^\circ$  时为  $H_{cmax} = 260 \text{ mm}$ .

由图 5 和图 8 可知, 机器人在攀爬台阶的前两个运动阶段, 其能跨越的最大障碍均不处于打滑临界状态, 而是位于几何约束边界, 由于机器人不可能不经过打滑的边界而发生打滑, 因此对于状态 (a) 和状态 (c) 的过渡状态 (b), 总能找到不打滑的运动过程, 因此 (b) 状态不影响机器人能跨越的最高台阶.

### 3.1.3 跨越阶段

在机器人跨越阶段, 图 3(e) 是机器人能否顺利跨越障碍的最关键阶段, 现在对该过渡阶段进行分析.

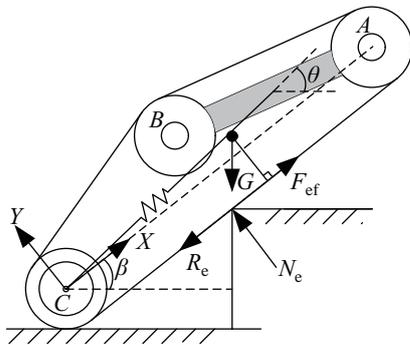


图 9 跨越阶段受力分析  
Fig.9 Force analysis on the crossing phase

当机器人脱离与地面接触时, 假设机器人还存在一定速度, 在不考虑台阶边界和履带间摩擦力的情况下, 根据动能定理可知, 机器人还会攀升高度

$$\Delta h = \frac{v_{y0}^2}{2g} \quad (23)$$

而机器人设计的最大速度为 0.3 m/s, 则在考虑速度影响的条件下可攀升  $\Delta h < 4.6 \text{ mm}$ . 由于该值较小, 因此忽略机器人速度的影响, 可知机器人越过障碍的临界条件为: 机器人重心越过台阶边界线时, 机器人恰好与地面脱离接触. 此时, 应保证机器人不打滑, 则

$$F_{ef} \leq N_e \tan \varphi \quad (24)$$

式中,  $F_{ef}$  为牵引力,  $N_e$  为支撑力,  $\varphi$  为内摩擦角.

考虑此时的平衡性, 可求得机器人不打滑条件

$$0 < \beta \leq \arctan(\tan \varphi - \mu_r) \quad (25)$$

另外, 此阶段重心位于台阶边界竖直面内, 能跨越的台阶满足几何约束

$$H(\beta) = r + x_{Ge} \sin \beta + y_{Ge} \cos \beta - \frac{y_{Ge} + r}{\cos \beta} \quad (26)$$

由式 (25) 和 (26) 可得图 10, 可知在跨越阶段能够跨越的最高台阶的值在  $\beta_\mu = \arctan(\tan \varphi - \mu_r)$  处取得, 为

$$H_{emax} = H(\beta_\mu) \quad (27)$$

状态 (d) 类似状态 (b), 总能找到合适的越障路径, 不影响求解机器人能攀爬的最高台阶的值.

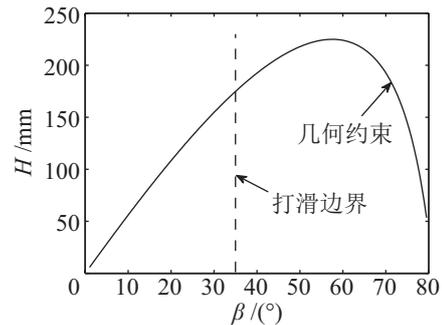


图 10 跨越阶段越障能力

Fig.10 Obstacle-surmounting ability at the crossing phase

综上所述, 机器人能跨越的最大台阶高度满足式 (28), 可求得  $H_{max} = 174.9 \text{ mm}$ .

$$H_{max} = \min \{H_{amax}, H_{cmax}, H_{emax}\} \quad (28)$$

### 3.2 跨越沟壑分析

沟壑是机器人运行过程中经常遇见的地形之一, 机器人的构型决定了其跨越沟壑的方式和能力, 本文所涉及的履带可变形机器人跨越最宽沟壑时的运动过程如图 11 所示. 其中 (a)、(c) 和 (e) 是机器人能否跨越障碍的关键阶段.

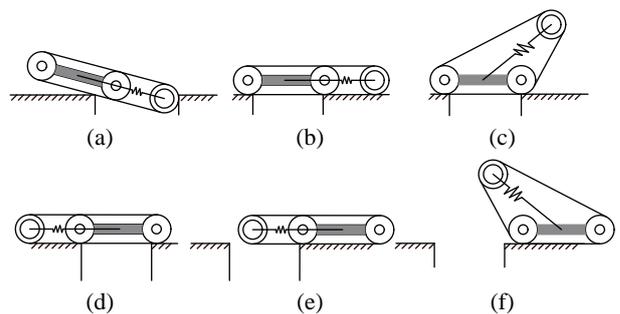


图 11 机器人跨越沟壑过程

Fig.11 Process of crossing the gully

其中, 状态 (c) 能跨越的最大距离仅与机体参数有关, 最大为

$$S_{cmax} = L_c + 2r \quad (29)$$

因此, 以下重点分析状态 (a) 和 (e), 以得到机器人能够跨越的最宽沟壑.

3.2.1 状态 (a)

当机器人重心达到沟壑边界线, 而摆臂一端还未接触沟壑另一边界时, 机器人开始倾斜, 如图 12 所示, 机器人在倾斜过程中, 摆臂末端到达沟壑另一边, 支撑住机器人. 如果机器人在力的作用下可以从倾斜状态恢复到水平状态, 则机器人就能跨越沟壑. 根据沟壑宽度的不同, 存在两种情况, 如图 12 所示.

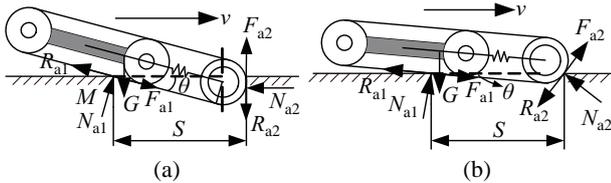


图 12 图 11(a) 临界状态受力分析

Fig.12 Force analysis on the critical stage in Fig.11(a)

设沟壑宽度为  $S$ , 则图 12(a) 成立的几何约束为

$$\begin{cases} S \geq \sqrt{r^2 + (x_G + r)^2} \\ \theta \geq \arctan \frac{r}{x_G + r} \end{cases} \quad (30)$$

在不存在图 12(a) 状态的情况下, 当机器人直接进入图 12(b) 状态时,  $S$  满足几何约束

$$x_G \leq S \leq \sqrt{r^2 + (x_G + r)^2} \quad (31)$$

由式 (30) 和 (31) 可知, 如果图 12(a) 下存在满足条件的解, 则一定大于图 12(b) 的解. 为此, 首先分析图 12(a), 如果有满足条件的解, 即为能跨越的最大沟壑值, 则不必考虑图 12(b) 状态.

图 12(a) 中, 机器人力和力矩平衡方程为

$$\begin{cases} (F_{a1} - R_{a1}) \cos \theta + N_{a1} \sin \theta - N_{a2} = m\ddot{x}_{G0} \\ N_{a1} \cos \theta - (F_{a1} - R_{a1}) \sin \theta + F_{a2} - R_{a2} - G = m\ddot{y}_{G0} \\ (F_{a2} - R_{a2}) S - N_{a2} s_2 - G s_1 = J\ddot{\theta} \end{cases} \quad (32)$$

式中,  $N_{a1}$  和  $N_{a2}$  为机器人受到的支撑力,  $F_{a1}$  和  $F_{a2}$  为机器人的有效牵引力,  $R_{a1}$  和  $R_{a2}$  为机器人受到的行驶阻力,  $s_1$  为重力到  $M$  点力臂且  $s_1 = S - r - x_G \cos \theta$ ,  $s_2$  为  $N_{a2}$  到  $M$  点力臂且  $s_2 = (S - r) \tan \theta - r / \cos \theta$ .

机器人若能顺利跨越障碍, 在图 12(a) 状态下机器人不应打滑, 否则无法恢复水平位置, 因此有效牵引力应不大于能提供的最大牵引力, 即

$$F_{a1} \leq N_{a1} \tan \varphi, \quad F_{a2} \leq N_{a2} \tan \varphi \quad (33)$$

为方便起见, 假设机器人匀速前进, 在  $F_{a2} = N_{a2} \tan \varphi$  的条件下, 求解  $F_{a1} \leq N_{a1} \tan \varphi$ , 可得机器人的不打滑约束为

$$S \leq k_1 (1 + \mu^2) + (\mu \cos \theta + \sin \theta) k_2 \quad (34)$$

式中:  $k_1 = (r + x_G \cos \theta) \cos^2 \theta$ ,  $k_2 = r(\sin \theta + 1)$ .

由式 (30) 和 (34) 可得图 13, 可知, 图 11(a) 状态下可以跨越的最大障碍在  $\theta_\mu = \arctan \frac{r}{x_G + r}$  处取得, 为

$$S_{\max} = k_1 (1 + \mu^2) + (\mu \cos \theta_\mu + \sin \theta_\mu) k_2 \quad (35)$$

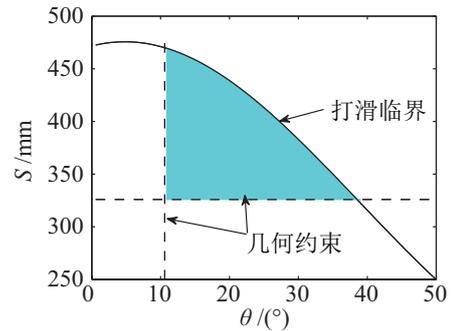


图 13 图 11(a) 状态下适应沟壑能力

Fig.13 Ability of crossing the gully at phase in Fig.11(a)

3.2.2 状态 (e)

图 11 中状态 (e) 不同于状态 (a), 状态 (a) 中, 允许重心越过边界而摆臂未与沟壑另一边界接触. 而在 (e) 中应保证在重心到达边界线的时候, 摆臂末端仍旧与沟壑另一边相接触 (或刚好脱离接触). 假设此时机器人与水平面倾角为  $\theta$ , 可得沟壑宽度

$$S_e = x_G \cos \theta + \sqrt{r^2 - \left(\frac{r}{\cos \theta} - x_G \sin \theta\right)^2} \quad (36)$$

根据力学原理, 在临界状态, 机器人仅受到沟壑单边作用力, 如图 14 所示, 此时若机器人不打滑, 则应满足

$$F_e \leq N_e \tan \varphi \quad (37)$$

式中,  $F_e$  为牵引力,  $N_e$  为支撑力,  $\varphi$  为内摩擦角.

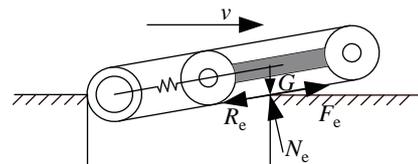


图 14 图 11(e) 临界状态受力分析图

Fig.14 Force analysis on the critical stage in Fig.11(e)

由于此刻机器人处于平衡状态, 根据式 (37) 可得机器人的不打滑条件为

$$0 \leq \theta \leq \arctan (\tan \varphi - \mu_r) \quad (38)$$

由式(36)和(38)及 $S_e \geq x_G$ 可得状态(e)能跨越的沟壑与角度 $\theta$ 的关系,如图15所示.

显然,最大沟壑宽度在 $dS_e/d\theta = 0$ 处取得.取步长0.01进行数值计算,可得此状态下能够跨越的最大障碍 $S_{emax} = 375\text{ mm}$ .

综上可知:机器人能够跨越的最大沟壑宽度满足式(39),可求得 $S_{max} = 375\text{ mm}$ .

$$S_{max} = \min \{S_{amax}, S_{cmax}, S_{emax}\} \quad (39)$$

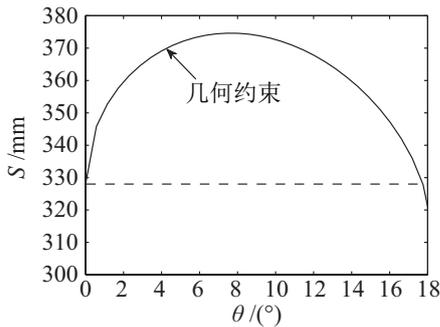


图15 图11(e)状态下适应沟壑能力

Fig.15 Ability of crossing the gully at phase in Fig.11(e)

### 4 仿真与实验验证 (Simulation and experimental verification)

#### 4.1 仿真验证

为了进一步验证机器人的越障性能,按照表1参数,利用ADAMS二次开发功能,建立了机器人仿真模型.按照计算出的最高台阶和最宽沟壑数值建立了障碍模型,并进行了攀爬台阶和跨越沟壑仿真验证,验证了理论计算值的准确性并得到了越障过程中机器人需要的驱动力矩.

机器人攀爬台阶过程中驱动轮以及摆臂所需的驱动力如图16所示.由图16可知,攀爬台阶过程中机器人所需力矩低于电机能提供的最大力矩,满足要求.

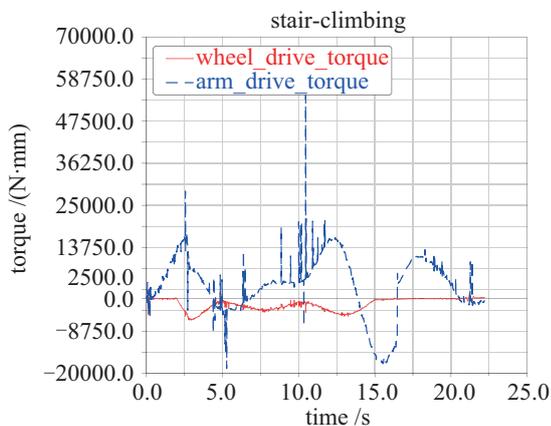


图16 机器人攀爬台阶驱动力矩

Fig.16 Driving torque for climbing stairs

机器人跨越沟壑过程中需要的驱动力矩如图17所示,驱动轮力矩和摆臂驱动力矩均小于电机能提供力矩的最大值,满足要求,因此机器人能够顺利跨越理论计算得到的最宽沟壑.

#### 4.2 实验验证

为进一步验证SARTR机器人性能,按照计算得到的台阶高度和沟壑宽度进行了样机实验.机器人能够顺利跨越高度是175 mm的障碍,其攀爬台阶过程如图18所示.

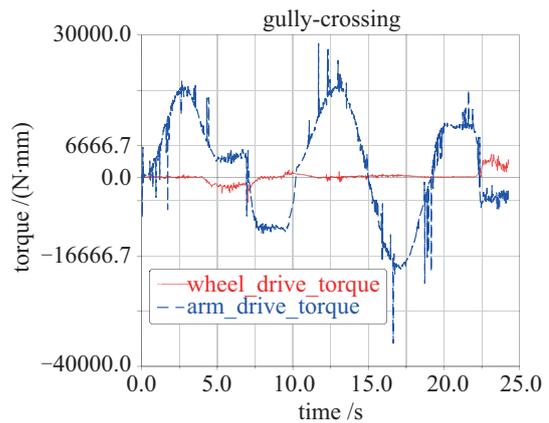


图17 机器人跨越沟壑驱动力矩

Fig.17 Driving torque for crossing the gully

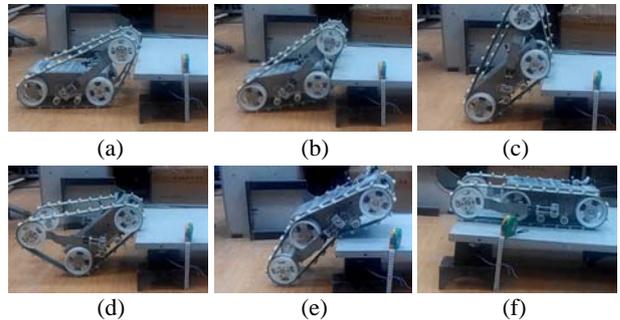


图18 机器人攀爬台阶实验

Fig.18 Experiment of climbing stairs

跨越沟壑实验中,取实际沟壑为375 mm,机器人能够顺利跨越,如图19所示.

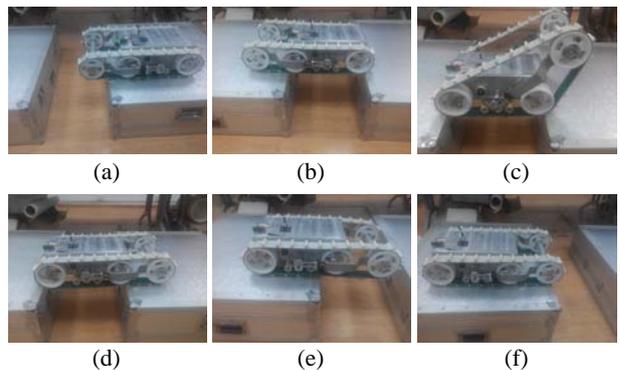


图19 机器人跨越沟壑实验

Fig.19 Experiment of crossing the gully

## 5 结论 (Conclusion)

(1) 针对大多履带可变形机器人变形过程中履带伸缩量过大或履带不能连续张紧的问题, 将椭圆定理应用于机器人构型设计, 并计算得到合理的凸轮廓轨迹, 研制了履带能连续张紧且履带长度不发生变化的履带可变形机器人。

(2) 建立了机器人攀爬台阶和跨越沟壑的运动学和动力学模型, 根据运动过程中需要满足的几何条件、不发生打滑以及不发生倾翻等约束条件, 得到了机器人能够适应的最高台阶和最宽沟壑。

(3) 建立了履带可变形机器人仿真平台, 分别进行了攀爬台阶和跨越沟壑的仿真实验, 并分析了运动过程中所需驱动力矩的合理性, 验证了机器人的越障性能, 并进一步通过实验验证了机器人的越障性能。

## 致谢 (Acknowledgement)

感谢中国科学院青年创新促进会 (2015159) 的支持。

## 参考文献 (References)

- [1] Yamauchi B M. PackBot: A versatile platform for military robotics[C]//Proceedings of the SPIE, vol.5422. Bellingham, USA: SPIE, 2004: 228-237.
- [2] 马金猛, 李小凡, 姚辰, 等. 地面移动机器人越障动力学建模与分析[J]. 机器人, 2008, 30(3): 273-278.  
Ma J M, Li X F, Yao C, et al. Dynamic modeling and analysis for obstacle negotiation of ground mobile robot[J]. Robot, 2008, 30(3): 273-278.
- [3] Iwamoto T, Yamamoto H. Mechanical design of variable configuration tracked vehicle[J]. Journal of Mechanical Design, 1990, 112(3): 289-295.
- [4] Paillat J L, Lucidarme P, Hardouin L. Variable geometry tracked vehicle (VGTV) prototype: Conception, capability and problems[C]\OL. [2015-05-25]. <http://conferences.telecom-bretagne.eu/data>.
- [5] Kim J H, Lee C G. Variable transformation shapes of single-tracked mechanism for a rescue robot[C]//International Conference on Control, Automation and Systems. Piscataway, USA: IEEE, 2007: 1057-1061.
- [6] 李智卿, 马书根, 李斌, 等. 具有自适应能力轮——履复合变形移动机器人的开发[J]. 机械工程学报, 2011, 47(5): 1-10.  
Li Z Q, Ma S G, Li B, et al. Development of a transformable wheel-track robot with self-adaptive ability[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(5): 1-10.
- [7] 李楠, 王明辉, 马书根, 等. 基于多目标遗传算法的水陆两栖可变形机器人结构参数设计方法[J]. 机械工程学报, 2012, 48(17): 10-20.  
Li N, Wang M H, Ma S G, et al. Mechanism-parameters design method of an amphibious transformable robot based on multi-objective genetic algorithm[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(17): 10-20.
- [8] 李允旺, 葛世荣, 朱华, 等. 四履带双摆臂机器人越障机理及越障能力[J]. 机器人, 2010, 32(2): 157-165.  
Li Y W, Ge S R, Zhu H, et al. Obstacle-surmounting mechanism and capability of four-track robot with two swing arms[J]. Robot, 2010, 32(2): 157-165.
- [9] Liu J G, Wang Y C, Ma S G, et al. Analysis of stairs-climbing ability for a tracked reconfigurable modular robot[C]//IEEE International Workshop on Safety, Security and Rescue Robots. Piscataway, USA: IEEE, 2005: 36-41.
- [10] 刘少刚, 郭云龙, 贾鹤鸣, 等. 履带自张紧式主臂可变构型机器人机构原理与越障分析[J]. 中南大学学报: 自然科学版, 2013, 44(6): 2289-2297.  
Liu S G, Guo Y L, Jia H M, et al. Mechanism principle and obstacle-crossing analysis of robot with automatic-strained track and variable main arm configuration[J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2013, 44(6): 2289-2297.
- [11] 张克健. 车辆地面力学[M]. 北京: 国防工业出版社, 2002.  
Zhang K J. Vehicle-terramechanics[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2002.
- [12] Kitano M, Kuma M. An analysis of horizontal plane motion of tracked vehicles[J]. Journal of Terramechanics, 1977, 14(4): 211-225.
- [13] Liu Y G, Liu G J. Interaction analysis and online tip-over avoidance for a reconfigurable tracked mobile modular manipulator negotiating slopes[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2010, 15(4): 623-635.
- [14] Wong J Y. Theory of ground vehicles[M]. 3rd ed. New York, USA: John Wiley & Sons Inc., 2001.
- [15] McGhee R B, Frank A A. On the stability properties of quadruped creeping gaits[J]. Mathematical Bioscience, 1968, 3: 331-351.

## 作者简介:

- 朱岩 (1989-), 男, 硕士生. 研究领域: 机器人结构设计与分析.
- 王明辉 (1980-), 男, 博士, 研究员. 研究领域: 机器人控制.
- 李斌 (1963-), 男, 硕士, 研究员. 研究领域: 机器人控制.