

DOI: 10.13973/j.cnki.robot.2015.0621

## 多无人机交会过程的协同航迹规划方法

孙小雷<sup>1</sup>, 孟宇麟<sup>2</sup>, 齐乃明<sup>1</sup>, 姚蔚然<sup>1</sup>

(1. 哈尔滨工业大学航天学院, 黑龙江 哈尔滨 150001;

2. 哈尔滨工业大学电气工程及自动化学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

**摘要:** 交会过程是多无人机(UAV)协同控制的重要组成部分, 为此提出一种无人机恒速飞行交会过程的协同航迹规划方法. 为兼顾航迹较短的迂回机动和航迹较长的盘旋机动方式, 无人机实时计算至目标的最小机动距离, 生成最短 Dubins 路径作为航迹参考. 近程无人机在其基础上重新规划生成等待机动航迹, 补偿与远程无人机的航程差. 远程无人机同样根据该过程调整航迹, 实现同时到达对目标的可攻击范围. 无人机在该范围内沿 Dubins 路径飞行, 以最小化执行时间, 降低风险. 仿真结果表明, 所规划的协同航迹可实现无人机在目标可攻击范围的交会, 同时控制规律容易实现, 验证了算法的可行性和有效性.

**关键词:** 无人机(UAV); 协同控制; 航迹规划; 交会过程; Dubins 路径

中图分类号: V19

文献标识码: A

文章编号: 1002-0446(2015)-05-0621-07

## Cooperative Path Planning for Rendezvous of Unmanned Aerial Vehicles

SUN Xiaolei<sup>1</sup>, MENG Yulin<sup>2</sup>, QI Naiming<sup>1</sup>, YAO Weiran<sup>1</sup>

(1. School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;

2. School of Electrical Engineering and Automation, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

**Abstract:** Rendezvous is an important process of cooperative control for unmanned aerial vehicles (UAVs). Thus this paper investigates a cooperative path planning for rendezvous of UAVs with constant speed. To achieve both wandering maneuver with shorter range-to-go and circle maneuver with longer range-to-go, UAVs calculate the minimum maneuver distance to target in real time in order to plan a Dubins path as a reference. Based on this path, the UAV with shorter range-to-go re-plans the waiting maneuver to extend the path length. In addition, as the UAV with longer range-to-go also follows this manner, the UAVs will arrive at the boundary of the target execution range at the same time. To reduce the risk of collision in this range, the UAVs fly along the Dubins path to minimize the execution time. The simulation results show that the UAVs can perform cooperative path planning for rendezvous in target execution range by using the proposed method, and it is easy to implement the corresponding control law, which demonstrates the feasibility and effectiveness of the method.

**Keywords:** UAV (unmanned aerial vehicle); cooperative control; path planning; rendezvous; Dubins path

### 1 引言 (Introduction)

协同控制是多无人机(UAV)系统实现自主控制<sup>[1-2]</sup>的基础. 对目标的交会<sup>[3]</sup>搜索或攻击是协同型多无人机系统在未来战场的—个主要应用. 该问题可以定义为: 无人机间通信后调整各自航迹, 同时地或连续地到达指定的会合区域<sup>[4]</sup>.

交会的实现主要通过以下两种方式: 一是速度控制, 即保持航迹基本不变, 无人机通过实时速度调节沿航迹同时达到指定位置; 二是航迹控制, 即保持速度基本不变, 每架无人机根据应用场景重新规划各自航迹, 实现同时到达. 在战场中低速飞行

容易增加无人机被识别和拦截的风险, 飞行过程应同时满足最大速度和最小速度约束, 从而实际应用中速度的可调节范围有限. 此外, 文 [5] 指出, 由于飞行约束的限制, 速度控制容易造成控制饱和, 无法完成交会过程.

无人机到达指定位置的时间可以定义为预计到达时间(ETA)<sup>[6]</sup>. 以两架无人机为例, 称交会过程中航迹较短的无人机为近程无人机, 同理, 航迹较长的无人机称为远程无人机. 在该问题研究的初期, 文 [7-8] 提出重新规划近程无人机的整条航迹使其产生—定的迂回, 以等待远程无人机同时到达指定位置, 实现 ETA 的一致. 但真实应用中包

含诸多不确定因素,如远程无人机由于被摧毁或分配到其他任务而无法抵达,则上述实现方式会造成近程无人机的迂回航迹无效,必须重新规划.近年来,很多研究方法<sup>[9-10]</sup>对此过程提出了改进,主要使近程无人机到达会合区域附近再执行迂回或盘旋航迹,等待其他无人机完成交会,增加了应用中的灵活性.如文[9]中,在执行搜索任务时近程无人机生成以目标位置为中心和 standoff 安全距离为半径的盘旋航迹.但执行攻击任务,如对敌防空压制(SEAD)<sup>[11]</sup>时,被攻击目标一般具有较强的侦察能力,无人机盘旋绕飞的时间越长,被发现的概率也越大.为此,可取代绕目标飞行的盘旋航迹,使近程无人机在目标可攻击范围外等待机动,待远程无人机到达后,再调整航迹使两者 ETA 一致,完成协同攻击.

本文针对 SEAD 任务,提出一种以恒定高速飞行的无人机交会协同航迹规划方法,生成目标可攻击范围外的等待机动航迹与该范围内的攻击航迹.为实现 ETA 的一致,各无人机规划后的航迹长度应相等.首先近程无人机在初始航迹末段到达可攻击范围前规划等待机动航迹,补偿两架无人机的航程差;由于初始航迹可能存在估计误差,待远程无人机抵达后,再精确调整航迹实现两架无人机 ETA 的一致;最后在可攻击范围内,为了实现最小打击时间,攻击航迹采用包含无人机最小转弯半径约束的 Dubins 路径<sup>[12]</sup>规划实现.

## 2 交会协同过程数学模型 (Mathematical model of rendezvous)

为简化问题形式,对研究内容做如下假设<sup>[13]</sup>:

- 1) 忽略空气运动的影响,只考虑无人机质心运动方程;
- 2) 无人机保持匀速飞行,控制量只影响其飞行方向;
- 3) 无人机具有相同的物理特性和飞行速度;
- 4) 理想的通信环境,不考虑通信延迟和通信数据量等因素;
- 5) 可攻击范围近似为以任务目标为中心的圆形区域;
- 6) 执行的目标为远程任务,交会过程在航迹末端,障碍规避在交会前完成;
- 7) 目标周围有足够的空间使无人机执行机动航迹.

### 2.1 问题描述及协同航迹规划方法

为描述问题的方便,对后续研究内容中常用的

名词采用如下定义:

**定义 1 机动航迹:**为实现 ETA 的一致,无人机根据航程差生成的等待航迹;

**定义 2 机动距离:**无人机开始执行机动航迹时与目标的最小直线距离;

**定义 3 可攻击范围:**无人机抵达该范围时,任务目标进入无人机的射程,对应真实应用中的攻击武器投放区等;

**定义 4 参考航迹:**从开始机动点至目标可攻击范围边界预先规划的 Dubins 路径,通过修改该路径生成机动航迹;

**定义 5 机动方式:**包括航迹长度变化范围较大的盘旋机动和变化范围较小的迂回机动.

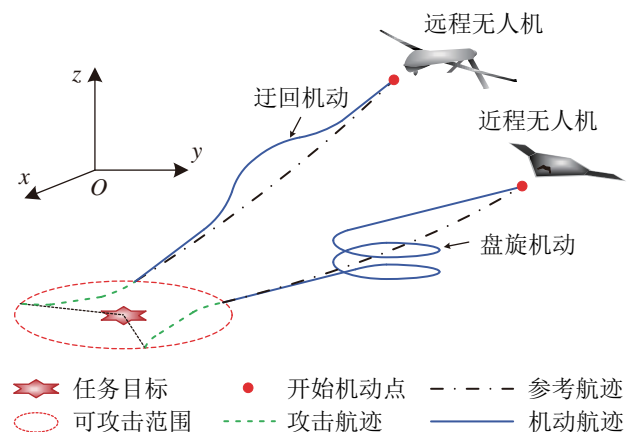


图 1 无人机交会过程示意

Fig.1 Illustration of rendezvous of UAVs

Dubins 路径被证明是两点间满足曲率约束的最短路径,近年来被应用到无人机的航迹规划中<sup>[5,12]</sup>.协同交会过程如图 1 所示,无人机飞行过程中实时判断与目标距离,到达开始机动点后,首先规划出一条 Dubins 路径作为参考航迹.而由于 Dubins 路径的弧线段曲率半径采用无人机最小转弯半径,一般较短,所以在其直线段基础上修改规划机动航迹,更容易实现.直线段的长度需使无人机能够生成满足任意航程差的机动航迹.该过程的关键决策因素包括:

1) 机动方式的选择,即采用盘旋机动还是迂回机动.迂回机动能够补偿的航程差最小值为 0,盘旋机动补偿的最小值为无人机最小转弯半径圆的周长.无人机间不同的航程差由不同的机动方式来实现.

2) 机动距离的确定,即开始执行机动航迹时无人机距目标的距离,需使无人机与目标间有足够的空间来规划机动航迹,且可补偿任意长度的航程差.

## 2.2 无人机质心运动方程

设任务场景中包含  $N$  架无人机,  $I = \{1, \dots, N\}$  为索引集合, 则无人机  $n$  的 3 维笛卡尔坐标系下的质心运动方程为<sup>[14]</sup>

$$\begin{cases} \dot{x}_n = V \cos \theta_n \cos \psi_n \\ \dot{y}_n = V \cos \theta_n \sin \psi_n \\ \dot{z}_n = V \sin \theta_n \\ \dot{\theta}_n = u_{\theta n} \\ \dot{\psi}_n = u_{\psi n} \end{cases}, \quad n \in I \quad (1)$$

式中  $\mathbf{S}_n = [x_n, y_n, z_n, \theta_n, \psi_n]^T$  ( $n \in I$ ) 为无人机  $n$  的状态向量,  $\mathbf{U}_n = [u_{\theta n}, u_{\psi n}]^T$  为控制量;  $(x_n, y_n, z_n)$  为无人机  $n$  的坐标;  $V$  表示飞行速度;  $\theta_n$  和  $\psi_n$  分别为航迹倾角和航向角, 其定义如图 2 所示, 对应的控制量分别为  $u_{\theta n}$  和  $u_{\psi n}$ .

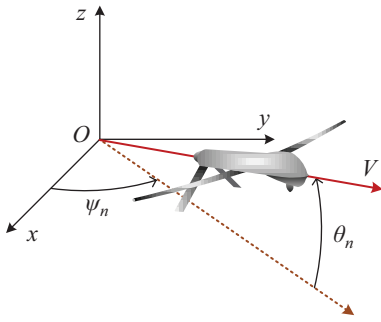


图 2 无人机航迹倾角与航向角定义

Fig.2 The definition of flight path angle and heading angle of a UAV

## 2.3 约束条件

### 1) 边界条件约束

在交会任务中, 无人机的初始位置和目标位置已知, 初始时刻记为  $t_0$ , 则无人机对应的初始状态向量为

$$\mathbf{S}_n(t_0) = [x_{n0}, y_{n0}, z_{n0}, \theta_{n0}, \psi_{n0}]^T, \quad n \in I \quad (2)$$

在控制量  $\mathbf{U}_n$  ( $n \in I$ ) 的作用下, 协同无人机终端约束为目标的攻击范围, 表示为

$$\begin{cases} \|x_n - X_t, y_n - Y_t\| \leq R_{\text{exe}} \\ z_n = Z_t \end{cases}, \quad n \in I \quad (3)$$

式中  $\|\cdot\|$  表示两点之间距离;  $(X_t, Y_t)$  为目标地理位置,  $Z_t$  为攻击武器投放高度,  $R_{\text{exe}}$  为可攻击范围半径。

### 2) 机动性能约束

无人机航迹倾角和航向角及对应的控制量应满足约束条件为

$$\begin{cases} \theta_{\min} \leq \theta_n \leq \theta_{\max} \\ \psi_{\min} \leq \psi_n \leq \psi_{\max} \\ |u_{\theta n}| \leq u_{\theta \max} \\ |u_{\psi n}| \leq u_{\psi \max} \end{cases}, \quad n \in I \quad (4)$$

式中  $u_{\theta \max}$  为最大航迹倾角控制量,  $u_{\psi \max}$  为最大航向角控制量, 对应的最小转弯半径为<sup>[13]</sup>

$$r_{\min} = \frac{V \cos \theta_n}{u_{\psi \max}}, \quad n \in I \quad (5)$$

### 3) 协同攻击约束

协同攻击约束包括同时到达目标可攻击范围, 即  $|\text{ETA}_n - \text{ETA}_m| \leq \varepsilon$ ,  $\forall n \neq m$ , 其中  $\varepsilon$  为交会时间允许误差。为分散所攻击目标的防御力, 协同无人机的飞入方向间夹角和飞出方向间夹角应满足的攻击角度约束:

$$\begin{cases} |\psi_n^{\text{in}} - \psi_m^{\text{in}}| \geq \psi_{\min} \\ |\psi_n^{\text{out}} - \psi_m^{\text{out}}| \geq \psi_{\min} \end{cases}, \quad \forall n \neq m \quad (6)$$

式中  $\psi_n^{\text{in}}$  和  $\psi_n^{\text{out}}$  为无人机  $n$  在可攻击范围的飞入和飞出方向, 同理  $\psi_m^{\text{in}}$  和  $\psi_m^{\text{out}}$  为无人机  $m$  的飞入和飞出方向,  $\psi_{\min}$  表示最小航向角间隔。

### 4) 碰撞规避约束

为防止飞行过程中发生碰撞, 无人机间需保证一定的安全距离。换言之, 避免规划出的航迹使任意两架无人机在同一时刻出现在同一位置, 即无人机的航迹出现交叉且同时到达交叉点。则在任意时刻, 无人机间需满足碰撞规避约束:

$$\|x_n - x_m, y_n - y_m, z_n - z_m\| \geq R_s, \quad \forall n \neq m \quad (7)$$

式中  $R_s$  为最小安全距离。

## 3 基于 Dubins 路径的交会协同航迹规划 (Cooperative path planning for rendezvous based on Dubins path)

### 3.1 Dubins 路径

Dubins 路径<sup>[15]</sup> 定义为 2 维欧氏平面内给定无人机初始和终止状态满足曲率约束的最短路径, 为最小转弯半径圆弧与直线段的组合路径。图 3(a) 与 (b) 所示分别为最小转弯半径圆外切路径与内切路径, 为本文所使用的“CSC” Dubins 路径, 其中“C”表示圆弧, “S”为直线段。以图 3(a) 为例,  $A_n$  与  $A_t$  分别为无人机初始与终止状态点,  $B_n$  与  $B_t$  分

别为初始和终止圆弧与直线段的切点,  $\alpha_n$  与  $\alpha_t$  分别为初始段与终止段圆弧转角, 则 Dubins 路径长度为

$$L_{\text{Dubins}} = \alpha_n r_{\min} + \|\vec{B_n B_t}\| + \alpha_t r_{\min} \quad (8)$$

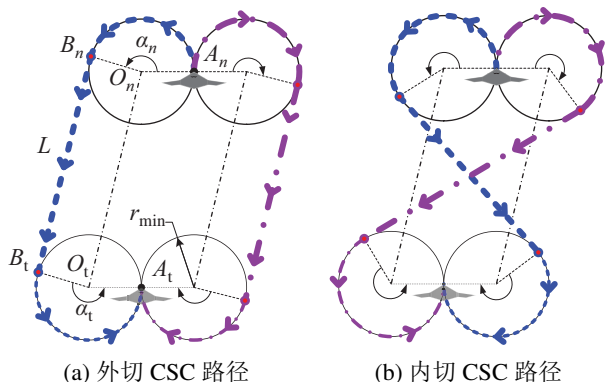


图3 Dubins 路径  
Fig.3 Dubins path

### 3.2 交会机动方式

设迂回机动航迹长度取值范围为  $[L, d_{1\max}]$ , 其中  $L$  为参考航迹 Dubins 路径的直线段长度; 则迂回机动航程差补偿范围为  $[0, d_{1\max} - L]$ . 同理, 设盘旋机动航迹取值范围为  $[d_{2\min}, +\infty)$ , 当航迹半径等于无人机最小转弯半径时, 航迹长度取最小值  $d_{2\min}$ ; 则盘旋机动航程差补偿范围为  $[d_{2\min} - L, +\infty)$ . 故当两种机动方式航程差补偿范围的并集为  $[0, +\infty)$ , 即  $d_{1\max} \geq d_{2\min}$  时, 两种机动方式结合可实现航程互补. 即无人机到达机动距离后, 通过选择合适的机动方式, 可补偿任意长度的航程差.

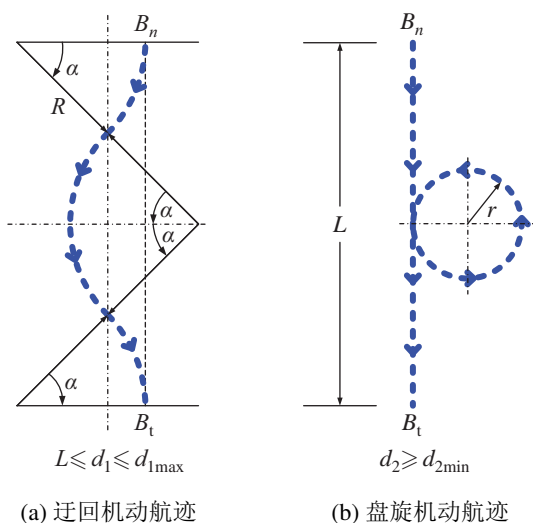


图4 无人机机动方式  
Fig.4 Maneuver methods of UAVs

设  $B_n$  与  $B_t$  分别为机动航迹的初始点与结束点. 图 4(a) 为迂回机动航迹, 为使控制量连续均匀变

化, 将该段航迹设计成由 4 段长度相同的圆弧航迹组成, 其中  $R$  为对应的曲率半径,  $\alpha$  为每段圆弧航迹对应的圆心角. 图 4(b) 为盘旋机动航迹, 由直线航迹及圆周航迹组成,  $r$  为对应的机动半径.

迂回机动航迹长度  $d_1$  为

$$d_1 = 4\alpha R, \quad R \geq r_{\min} \quad (9)$$

式中  $d_1 \in D_1 = [L, d_{1\max}]$ ,  $d_{1\max} = 4\alpha_c r_{\min}$ ;  $\alpha_c$  为最大值  $d_{1\max}$  对应的圆心角.

盘旋机动航迹长度  $d_2$  为

$$d_2 = L + 2k\pi r, \quad r_{\min} \leq r \leq 2r_{\min}, \quad k \geq 1 \quad (10)$$

式中  $d_2 \in D_2 = [d_{2\min}, +\infty)$ ,  $d_{2\min} = L + 2\pi r_{\min}$ ;  $k$  为盘旋机动航迹中圆周航迹的执行次数.

为了满足无人机之间的任意航程差, 两种机动航迹的长度应该满足:  $D \supset [L, +\infty)$ ,  $D = D_1 \cup D_2$ . 则应有  $d_{1\max} \geq d_{2\min}$ , 由图 4(a) 可知  $L = 4R \sin \alpha = 4r_{\min} \sin \alpha_c$ , 根据该条件  $L$  的求解过程可转换为如下非线性规划问题:

$$\begin{aligned} \min L &= 4r_{\min} \sin \alpha_c \\ \text{s.t.} &\begin{cases} d_{1\max} = 4\alpha_c r_{\min} \\ d_{2\min} = 4r_{\min} \sin \alpha_c + 2\pi r_{\min} \\ d_{1\max} \geq d_{2\min} \end{cases} \end{aligned} \quad (11)$$

求解该问题得:

$$\min L \approx 2.96r_{\min} \quad (12)$$

即当  $L \geq 2.96r_{\min}$  时, 通过选择合适的机动方式, 规划的机动航迹可满足两交会无人机的任意长度航程差.

### 3.3 交会机动距离的确定

$L$  值确定后, 可计算出不同状态对应的机动距离, 作为无人机飞行中的实时参考. 图 5 给出无人机与目标间的一种相对位置关系, 以其为例说明航迹生成方式, 其他情况与之类似. 如图 5(a) 所示, 近程无人机  $n$  与远程无人机  $m$  执行协同攻击. 到达机动距离后, 无人机首先规划出至目标的 Dubins 路径作为参考航迹, 其初始状态为开始机动点无人机的位置  $A_n$  和速度  $V$ , 终止状态为任务目标可攻击范围边界点  $B_t$ , 对应的无人机航向指向目标位置, 为真实应用中的攻击武器投放点.  $O_n$  为最小转弯半径圆的圆心,  $B_n$  为 Dubins 路径圆弧航迹与直线段航迹交点,  $O_t$  为目标位置.

图 5(b) 给出了机动距离的求解过程, 并定义机动距离向量  $a$ , 最小转弯半径向量  $a_1$  及圆心距离向

量  $\mathbf{a}_2$  为

$$\begin{cases} \mathbf{a} = \overrightarrow{A_n O_t} \\ \mathbf{a}_1 = \overrightarrow{A_n O_n} \\ \mathbf{a}_2 = \overrightarrow{O_n O_t} \end{cases} \quad (13)$$

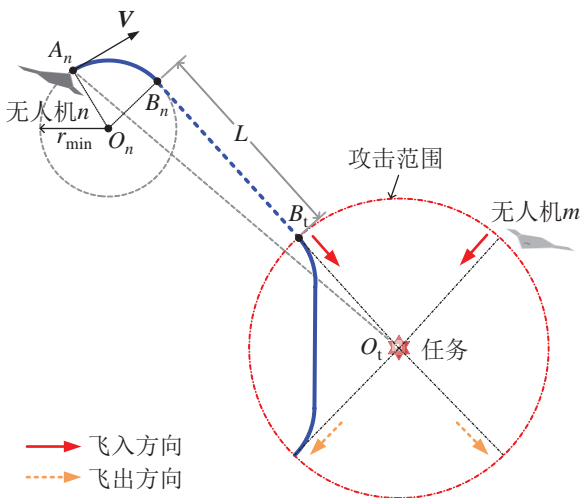
设目标的可攻击范围半径为  $R_{exe}$ , 则机动距离向量  $\mathbf{a}$  可由  $L$  最小值根据如下方程组确定:

$$\begin{cases} \mathbf{a}_1 = \mathbf{V} \mathbf{M}_r(\omega) / \|\mathbf{V}\| \\ \mathbf{a} = \mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2 \\ \|\mathbf{a}_2\|^2 = (L + R_{exe})^2 + r_{min}^2 \end{cases} \quad (14)$$

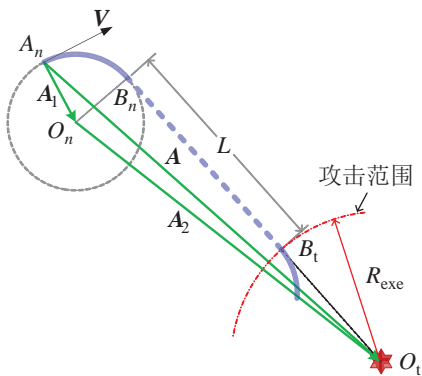
其中旋转矩阵  $\mathbf{M}_r(\omega)$  为

$$\mathbf{M}_r(\omega) = \begin{pmatrix} \cos \omega & \sin \omega \\ -\sin \omega & \cos \omega \end{pmatrix} \quad (15)$$

$$\omega = \begin{cases} -\pi/2, & \psi_n \geq 0 \\ \pi/2, & \psi_n < 0 \end{cases} \quad (16)$$



(a) 参考航迹生成



(b) 机动距离的确定  
图 5 参考航迹生成

Fig.5 Generation of reference path

### 3.4 交会协同航迹

由于 SEAD 任务中, 目标具有侦察和攻击能力, 为了降低无人机被击落的风险, 以最小化攻击时间为攻击航迹<sup>[6,16]</sup>的性能指标函数. 如图 6 所示, 采取 Dubins 路径作为攻击航迹, 为防止无人机间发生碰撞, 规划无人机在对目标可攻击范围边界的飞入方向夹角  $\varphi_{in}$  和飞出方向夹角  $\varphi_{out}$ , 使其满足式 (6) 的协同攻击约束, 即:

$$\begin{cases} \varphi_{in} \geq \psi_{min} \\ \varphi_{out} \geq \psi_{min} \end{cases} \quad (17)$$

最小攻击航迹为采用无人机最小转弯半径的圆弧航迹, 结合式 (17) 可规划出合理的攻击航迹.

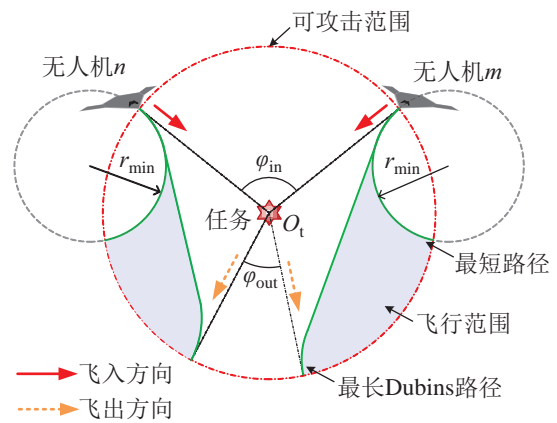


图 6 无人机攻击航迹

Fig.6 Attack path of UAVs

## 4 仿真实验及结果 (Numerical simulation and results)

### 4.1 仿真条件

仿真实验环境为 Dell PC, Core E5800 CPU (3.2GHz), 4G 内存. 表 1 给出实验中无人机相关参数.

表 1 无人机仿真参数

Tab.1 Simulation parameters of UAVs

参数	符号	值
飞行速度	$V$	$100 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
最小转弯半径	$r_{min}$	1.02 km
目标可攻击范围	$R_{exe}$	2 km
航迹倾角取值范围	$[\theta_{min}, \theta_{max}]$	$[-25^\circ, 25^\circ]$
航向角取值范围	$[\psi_{min}, \psi_{max}]$	$[-180^\circ, 180^\circ]$
航迹倾角控制量	$u_{\theta_{max}}$	$3^\circ \cdot \text{s}^{-1}$
航向角控制量	$u_{\psi_{max}}$	$6^\circ \cdot \text{s}^{-1}$

### 4.2 仿真结果

为验证算法性能,对包含迂回机动航迹与盘旋机动航迹的情况进行仿真验证,分别为实验1与实验2,初值如表2和表3所示.仿真中分别设置各无人机的下一目标位置,以确定相对当前目标攻击范围的飞出方向,生成对当前执行目标的完整航迹.

表2 实验1仿真初值

Tab.2 Initial values of experiment 1

参数/单位	无人机1	无人机2
位置/km	(1, 8, 3)	(18, 2, 4)
航迹倾角/ $^{\circ}$	0	0
航向角/ $^{\circ}$	45	135
当前目标位置/km	(15, 12, 0)	(15, 12, 0)
下一目标位置/km	(-75, 69, 0)	(70, 107, 0)

表3 实验2仿真初值

Tab.3 Initial values of experiment 2

参数/单位	无人机1	无人机2
位置/km	(0.5, 1, 3)	(18, 5, 4)
航迹倾角/ $^{\circ}$	0	0
航向角/ $^{\circ}$	45	135
当前目标位置/km	(15, 12, 0)	(15, 12, 0)
下一目标位置/km	(-75, 69, 0)	(70, 107, 0)

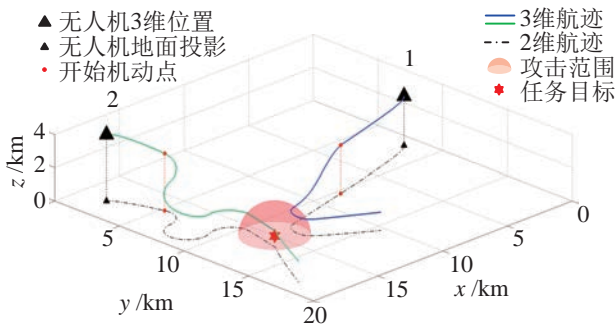


图7 实验1:迂回机动航迹仿真结果

Fig.7 Experiment 1: simulation result of wandering maneuver

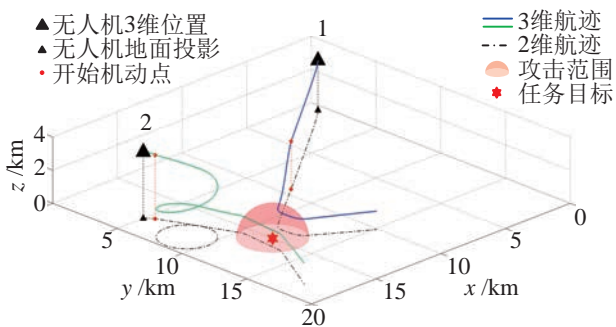


图8 实验2:盘旋机动航迹仿真结果

Fig.8 Experiment 2: simulation result of circle maneuver

图7与图8分别为实验1与实验2的仿真结果.可以看出,近程无人机2到达开始机动点后,可以生成平滑的机动航迹.同时,远程无人机1到达机动距离后,也对航迹进行了相应规划调整.从规划出的航迹来看,本文算法能够有效规划出无人机对目标可攻击范围外的机动航迹和该范围内的攻击航迹.

### 4.3 仿真结果分析

交会过程的实现包括两无人机到达对目标的可攻击范围边界,同时也应满足抵达该边界时ETA的一致.图9给出实验2仿真场景中无人机与任务目标距离随时间变化的曲线,从仿真结果可以看出,规划的交会协同航迹能够使无人机同时到达指定的可攻击范围边界.图10与图11分别为该场景中对应的无人机航向角和航迹倾角控制量,均满足表1给出的约束条件.同时从图10中也可以看出,任务开始后约30s时无人机2开始执行盘旋机动航迹,此时对应的航向角控制量也较大,在到达ETA之后,无人机1与无人机2执行攻击航迹,Dubins路径的弧线段航迹对应着最大控制量,从而实现最小攻击时间.

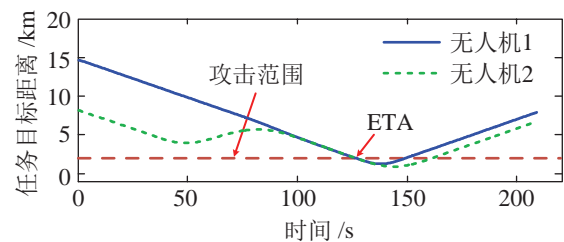


图9 实验2目标距离曲线

Fig.9 Distance to target of experiment 2

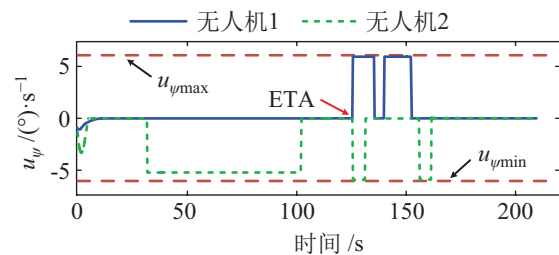


图10 实验2航向角控制量

Fig.10 Control variables of heading angle in experiment 2

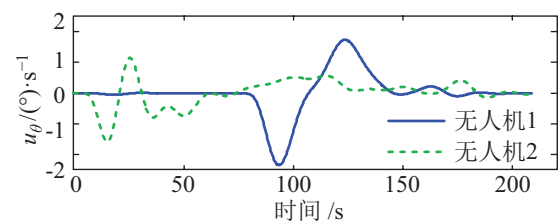


图11 实验2航迹倾角控制量

Fig.11 Control variables of flight path angle in experiment 2

## 5 总结 (Conclusion)

提出了一种无人机协同交会问题的航迹规划方法. 为补偿无人机航程差, 等待航迹包括两种机动方式, 即航迹较短的迂回机动和航迹较长的盘旋机动. 以开始机动点至目标的 Dubins 路径作为参考航迹, 修改生成所需的机动航迹, 以使多架无人机同时到达目标的可攻击范围. 为降低任务执行的风险, 无人机在可攻击范围内以 Dubins 路径作为飞行航迹, 最小化攻击时间. 仿真结果验证了算法的可行性和有效性.

### 参考文献 (References)

- [1] 王怿, 祝小平, 周洲, 等. 3 维动态环境下的无人机路径跟踪算法[J]. 机器人, 2014, 36(1): 83-91.  
Wang Y, Zhu X P, Zhou Z, et al. UAV path following in 3-D dynamic environment[J]. Robot, 2014, 36(1): 83-91.
- [2] Ergezer H, Leblebicioglu K. 3D path planning for multiple UAVs for maximum information collection[J]. Journal of Intelligent and Robotic Systems, 2014, 73(1-4): 737-762.
- [3] Ratnoo A. Variable deviated pursuit for rendezvous guidance[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2015, 38(4): 787-792.
- [4] Oh H, Kim S, Shin H S, et al. Rendezvous and standoff target tracking guidance using differential geometry[J]. Journal of Intelligent and Robotic Systems, 2013, 69(1-4): 389-405.
- [5] Manathara J G, Ghose D. Rendezvous of multiple UAVs with collision avoidance using consensus[J]. Journal of Aerospace Engineering, 2012, 25(4): 480-489.
- [6] McLain T W, Beard R W. Coordination variables, coordination functions, and cooperative timing missions[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2005, 28(1): 150-161.
- [7] Duan H B, Zhang X Y, Wu J, et al. Max-min adaptive ant colony optimization approach to multi-UAVs coordinated trajectory replanning in dynamic and uncertain environments[J]. Journal of Bionic Engineering, 2009, 6(2): 161-173.
- [8] McLain T W, Chandler P R, Pachter M. A decomposition strategy for optimal coordination of unmanned air vehicles[C] //American Control Conference. Piscataway, USA: IEEE, 2000: 369-373.
- [9] Lim S, Kim Y, Lee D, et al. Standoff target tracking using a vector field for multiple unmanned aircrafts[J]. Journal of Intelligent and Robotic Systems, 2013, 69(1-4): 347-360.
- [10] Kim S, Oh H, Tsourdos A. Nonlinear model predictive coordinated standoff tracking of a moving ground vehicle[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2013, 36(2): 557-566.
- [11] 王树磊, 魏瑞轩, 郭庆, 等. 面向协同 standoff 跟踪问题的无人机制导律[J]. 航空学报, 2014, 35(6): 1684-1693.  
Wang S L, Wei R X, Guo Q, et al. UAV guidance law for coordinated standoff target tracking[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2014, 35(6): 1684-1693.
- [12] Wang Y, Wang S, Tan M, et al. Real-time dynamic Dubins-helix method for 3-D trajectory smoothing[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2015, 23(2): 730-736.
- [13] 白瑞光, 孙鑫, 陈秋双, 等. 基于 Gauss 伪谱法的多 UAV 协同航迹规划[J]. 宇航学报, 2014, 35(9): 1022-1029.  
Bai R G, Sun X, Chen Q S, et al. Multiple UAV cooperative trajectory planning based on Gauss pseudospectral method[J]. Journal of Astronautics, 2014, 35(9): 1022-1029.
- [14] de Filippis L, Guglieri G, Quagliotti F B. A novel approach for trajectory tracking of UAVs[J]. Aircraft Engineering and Aerospace Technology, 2014, 86(3): 198-206.
- [15] Fossen T I, Pettersen K Y, Galeazzi R. Line-of-sight path following for Dubins paths with adaptive sideslip compensation of drift forces[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2015, 23(2): 820-827.
- [16] Shanmugavel M, Tsourdos A, White B A, et al. Differential geometric path planning of multiple UAVs[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, 2007, 129(5): 620-632.

### 作者简介:

孙小雷 (1985 -), 男, 博士生. 研究领域: 无人机任务规划, 任务分配和航迹规划.

孟宇麟 (1991 -), 男, 硕士生. 研究领域: 智能算法与控制.

齐乃明 (1962 -), 男, 博士, 教授, 博士生导师. 研究领域: 飞行器机电一体化.