

DOI: 10.13973/j.cnki.robot.2014.0737

3-RPS 并联机构弹性动力学建模方法

落海伟¹, 张俊², 王辉¹, 黄田¹

(1. 天津大学机构理论与装备设计教育部重点实验室, 天津 300072; 2. 安徽工业大学机械工程学院, 安徽 马鞍山 243032)

摘要: 运用子结构综合和模态缩聚技术, 提出了一种全柔性 3 自由度并联动力头 (3-RPS) 的弹性动力学建模方法. 在建模过程中, 将机构划分为动平台子结构和 3 条 RPS 伸缩支链子结构. 模型中考虑了所有铰链和支链柔度对整机动态特性的影响. 将球铰和转动副处理为具有等效刚度的虚拟弹簧; 通过有限元软件和模态缩聚技术对伸缩支链进行处理, 进而建立支链的弹性动力学方程; 通过引入变形协调条件, 对系统整体刚度矩阵进行组装, 建立了 3-RPS 并联动力头的整体动力学方程. 研究表明, 整机的各阶固有频率随着机构位姿的变化而变化, 并且呈三对称形式分布. 通过模态实验验证了该方法所得的固有频率和振型.

关键词: 有限元法; 并联机构; 子结构综合; 模态缩聚; 弹性动力学

中图分类号: TH113.1

文献标识码: A

文章编号: 1002-0446(2014)-06-0737-07

An Elastodynamic Modeling Method for a 3-RPS Parallel Kinematic Machine

LUO Haiwei¹, ZHANG Jun², WANG Hui¹, HUANG Tian¹

(1. Key Laboratory of Mechanism Theory and Equipment Design of Ministry of Education of China, Tianjin University, Tianjin 300072, China;

2. School of Mechanical Engineering, Anhui University of Technology, Ma'anshan 243032, China)

Abstract: An elastodynamic model for a fully flexible 3-RPS parallel kinematic machine (PKM) is proposed based on the component mode synthesis (CMS) and modal reduction technology. In the modeling process, the whole system is divided into moving platform subsystem and three retractable RPS limb subsystems, in which all joint and limb compliances are included. In the elastodynamic model, the sphere joint and the revolute joint are treated as lumped virtual springs with equal stiffness, and the elastodynamic equations of RPS limbs are developed by the modal reduction techniques with the aid of the finite element software. By introducing the compatibility conditions, a global dynamic equation of the system is then proposed. The conclusion reveals that the natural frequencies of different orders vary with the changes of the configuration, and are three-symmetrically distributed. The natural frequencies and vibration modes obtained by the proposed method are further validated by the modal experimental results.

Keywords: finite element method; parallel mechanism; component mode synthesis; modal reduction; elastodynamic

1 引言 (Introduction)

并联机构具有刚性高、质量轻的特点, 因此集成 2 自由度到 6 自由度并联机构的高速加工中心成为机床行业发展的热点, 这类型机床可以用于大型航空、航天复杂铝合金结构件的高速加工. 目前, 已成功应用于航空领域高速切削的该类型机床有 Tricept^[1-2] 系列和 Z3 头^[3] 等. 受此启发, 天津大学发明了一种 3-RPS 并联动力头并命名为 A3 头^[4], 该机构具有一平两转 (1T2R) 共 3 个自由度, 配以 X-Y 两个平动自由度和高速电主轴, 可形成五坐标混联高速加工单元.

目前, 大多数学者对并联机构的研究主要集中

于运动学、刚体动力学和静刚度等领域^[4-6], 在弹性动力学方面研究相对较少. 动态特性是并联机构在早期设计、优化和控制等领域的重要性能指标, 尤其是集成并联机构的高速加工机床, 其时变的动态特性直接影响机床的切削稳定性和动态切削精度^[7-8], 所以并联机构的动态特性快速预估方法已日渐成为研究该类型机床的热点.

商用有限元软件是目前研究并联机构的主要分析工具, 已广泛被学者们使用. 然而, 对于复杂的并联机构模型, 在动力学建模过程中需要划分数百万个单元节点, 尤其是对于这种在工作空间中动态特性随位姿变化的并联机构, 求解全工作空间下的

基金项目: 国家自然科学基金重点项目 (51135008); 教育部高校博士点基金资助项目 (20110032130006); 国家 863 计划资助项目 (2012AA040702).

通信作者: 王辉, wanghui@tju.edu.cn 收稿/录用/修回: 2014-02-11/2014-03-21/2014-04-09

动力学特性需要耗费大量的计算机资源. Piras^[9] 通过将支链简化为空间梁单元, 建立了平面并联机构 3-PRR 的简化弹性动力学模型, 分析了第 1 阶固有频率在机构不同位姿下的变化规律. Zhang^[10] 等人在假设支链弹性变形相对于支链长度形变较小的前提下, 利用欧拉梁单元, 建立了 3-PRR 的动力学模型, 并通过模态测试对该理论模型进行了验证. Zhao^[11] 等人结合了有限元方法和子结构综合的优点, 建立了 8-PSS 冗余机器人的运动-弹性动力学模型, 并对低阶固有频率的灵敏度进行了分析. Mukherjee^[12] 等人利用牛顿-欧拉法建立了 6 自由度并联机构 Stewart 的动力学方程, 并对该机构的切削稳定性进行了分析. Pedrammehr^[13] 等人在全雅可比矩阵的基础上, 利用虚功原理和牛顿第二定律建立了 Stewart 平台的弹性动力学模型, 并分析了不同位姿下 Stewart 平台频响函数和切削稳定性的变化规律. 从前述文献中可以看出, 多数学者在动力学建模过程中, 将伸缩支链简化为简单的空间梁单元, 而且忽略了铰链刚度的影响.

本文在考虑铰链刚度的基础上, 运用模态缩聚技术对 RPS 伸缩支链进行自由度凝聚, 并利用子结构综合法建立了 3-RPS 并联动头的弹性动力学模型. 对整个系统低阶固有频率随位姿的变化规律进行了分析, 最后借助振动模态测试系统 LMS (Leuven Measurement & System) 对初始位型下前 2 阶固有频率和振型进行了验证.

2 A3 头运动学模型 (Kinematic model of the A3 head)

2.1 A3 头结构简介

图 1 为 A3 动力头 CAD 模型, 该机构由动平台、静平台以及 3 条结构相同的 RPS (R 表示转动副, P 表示移动副, S 表示球铰) 支链构成, 其中, 每条支链采用伺服电机通过丝杠螺母进行驱动, 实现沿 z 向的平动和绕 x、y 轴转动 3 个自由度 (1T2R). 将该机构配以 x、y 滑台和高速电主轴, 可实现铝合金结构件的高速加工功能.

动力头的 3 条 RPS 支链呈三对称分布, 每条支链由转动副、滚珠丝杠、伺服电机、支链体、导轨滑块和球铰等关键部件组成.

2.2 A3 头运动学分析

图 2 为 A3 头的结构简图. 其中, A_i 、 B_i 、 C_i ($i = 1, 2, 3$) 分别为第 i 条支链中球铰中心、转动副中心和支链电机. 动平台 $\Delta A_1 A_2 A_3$ 与静平台 $\Delta B_1 B_2 B_3$ 为正三角形, 点 A 与 B 分别为其几何中心.

在 B 点建立静平台连体坐标系 $B-x_B y_B z_B$, 各轴方向如图 2 所示; 在 A 点建立动平台连体坐标系 $A-uvw$, 初始状态下各轴方向与 $B-x_B y_B z_B$ 平行; A_t 为刀尖点, 相对于坐标系 $A-uvw$ 为 w_t ; 在 B_i ($i = 1, 2, 3$) 点建立支链参考坐标系 $B_i-x_i y_i z_i$, 其中, x_i 轴与转动副轴线重合, 方向如图 2 所示; z_i 轴与 z_B 轴同向, y_i 轴方向满足右手定则. s_{1i} ($i = 1, 2, 3$) 为 A3 头第 i 支链中转动副的单位方向矢量; s_{2i} ($i = 1, 2, 3$) 为 A3 头第 i 支链中移动副的单位方向矢量; q_i ($i = 1, 2, 3$) 为第 i 条支链球铰与转动副之间的长度.

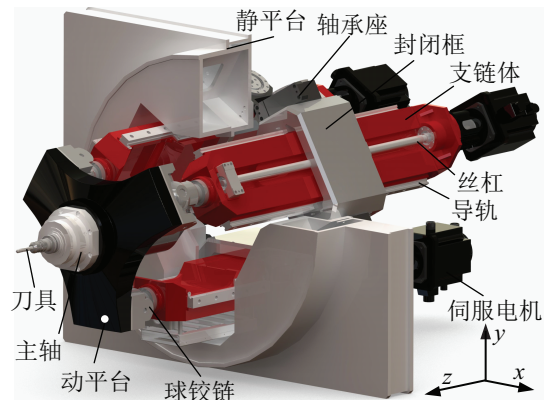


图 1 A3 头模型结构图

Fig.1 Structure of the A3 head model

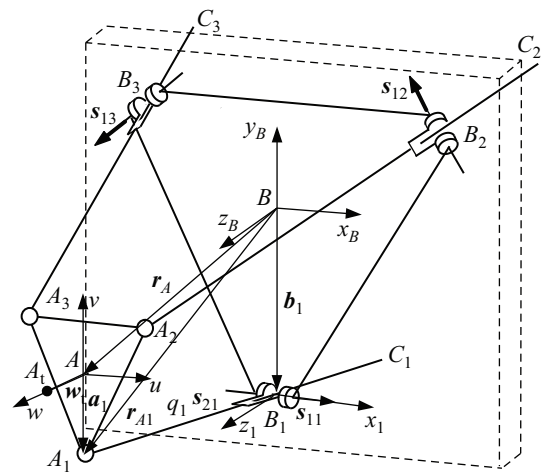


图 2 A3 头结构简图

Fig.2 Schematic diagram of the A3 head

动平台连体坐标系 $A-uvw$ 相对于固定参考坐标系 $B-x_B y_B z_B$ 的姿态矩阵利用 $z-x-z$ 欧拉角表示为

$$R = \text{Rot}(z, \psi)\text{Rot}(x, \theta)\text{Rot}(z, \phi) \quad (1)$$

式中, ψ 、 θ 、 ϕ 分别为进动角、章动角和自旋角.

支链参考坐标系 $B_i-x_i y_i z_i$ 相对于参考坐标系 $B-x_B y_B z_B$ 的姿态矩阵可表示为

$$R_i = \text{Rot}(z, \phi_i), \quad i = 1, 2, 3 \quad (2)$$

式中, $\phi_1 = 0, \phi_2 = 2\pi/3, \phi_3 = 4\pi/3$.

通过构造矢量封闭方程, 可得支链逆解为

$$\begin{cases} q_i = |\mathbf{r}_A + \mathbf{a}_i - \mathbf{b}_i| \\ \mathbf{s}_{2i} = (\mathbf{r} + \mathbf{a}_i - \mathbf{b}_i)/q_i \end{cases}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (3)$$

具体推导过程可参考文 [4].

3 A3 头子结构动力学模型 (Substructure dynamic model of the A3 head)

在动力学建模过程中, 将 A3 动力头划分为动平台、静平台和 3 条 RPS 支链子结构. 为便于建模, 作如下处理:

(1) 将 A3 动力头的动平台看作刚体, 简化为空间 6 自由度的集中质量块;

(2) 3 条 RPS 支链为弹性体, 将支链 CAD 模型导入有限元软件后进行前处理, 输出的系统矩阵通过模态缩聚, 建立支链弹性动力学方程;

(3) 考虑各运动副的柔性, 将球铰和转动副处理为具有等效刚度的虚拟弹簧, 其等效刚度按照装配条件, 通过手册和有限元软件来确定;

(4) 忽略机构刚体运动带来的弹性变形, 把机构实际位形视为一系列瞬态结构;

(5) 建模过程中, 忽略阻尼对整机动态特性的影响, 建立无阻尼动力学方程;

(6) 忽略铰链间隙对整机动态性能的影响.

3.1 A3 头支链子结构动力学模型

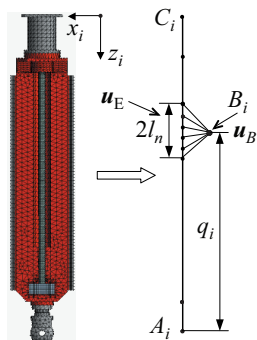


图 3 支链自由度缩聚
Fig.3 Limb freedom reduction

为同时满足计算效率和求解精度方面的要求, 采用模态缩聚法对支链节点进行缩聚, 图 3 左侧为借助有限元软件 ANSYS 对支链进行网格划分. 通过对子结构矩阵进行收敛性验证后, 将其导入 Matlab 环境中进行模态缩聚. 节点 A_i 和 C_i 为缩聚后的支链端点, 分别代表球铰链和电机. 节点 B_i 为虚拟凝聚点 [14], 通过多点差值约束方程与支链在封闭框范围内的节点自由度 \mathbf{u}_E 连接.

根据有限元方法可写出支链的 n 自由度动力学方程如下:

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{k}\mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (4)$$

式中, \mathbf{m} 、 \mathbf{k} 分别为质量矩阵和刚度矩阵, \mathbf{u} 、 \mathbf{f} 分别为支链的广义坐标列阵和外载荷列阵. 将结构系统节点坐标划分为保留坐标 \mathbf{u}_a 和缩聚掉的坐标 \mathbf{u}_b , 则分块后的系统特征方程为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{k}_{aa} & \mathbf{k}_{ab} \\ \mathbf{k}_{ba} & \mathbf{k}_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_a \\ \Phi_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{aa} & \mathbf{m}_{ab} \\ \mathbf{m}_{ba} & \mathbf{m}_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_a \\ \Phi_b \end{bmatrix} \quad (5)$$

根据模态坐标的性质, 可得

$$\mathbf{u}_b = \mathbf{T}_r \mathbf{u}_a \quad (6)$$

式中, $\mathbf{T}_r = \Phi_a \Phi_b^{-1}$, 根据结构系统缩聚前后动能与势能相等的原则, 可得缩聚后的质量矩阵、刚度矩阵为

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_r &= \mathbf{m}_{aa} + \mathbf{m}_{ab} \mathbf{T}_r + \mathbf{T}_r^T \mathbf{m}_{ba} + \mathbf{T}_r^T \mathbf{m}_{bb} \mathbf{T}_r \\ \mathbf{k}_r &= \mathbf{k}_{aa} + \mathbf{k}_{ab} \mathbf{T}_r + \mathbf{T}_r^T \mathbf{k}_{ba} + \mathbf{T}_r^T \mathbf{k}_{bb} \mathbf{T}_r \end{aligned} \quad (7)$$

式中, \mathbf{m}_r 和 \mathbf{k}_r 分别为经模态缩聚后获得的质量矩阵和刚度矩阵.

图 3 中, 因支链长度 q_i 随机构位姿变化, 在子结构综合时, 随 q_i 变化的对接节点无法满足相容条件 [8,15]. 为实现不相容条件下的子结构综合, 在对接界面中心建立虚拟凝聚点 B_i , 图 3 中 \mathbf{u}_B 为虚拟凝聚节点自由度, \mathbf{u}_E 为 \mathbf{u}_a 中的界面对接自由度, 则

$$\mathbf{u}_B = \mathbf{T}_C \mathbf{u}_E, \quad \mathbf{u}_E = \mathbf{N}_E \mathbf{u}_a \quad (8)$$

式中, 矩阵 \mathbf{T}_C 为界面节点自由度与凝聚节点自由度之间的传递矩阵, 通过下述多点约束方程来获取, $\mathbf{u}_B = [\boldsymbol{\varepsilon}_B^T \quad \boldsymbol{\xi}_B^T]^T$, \mathbf{N}_E 为界面自由度相对于支链广义坐标列阵的变换矩阵.

根据文 [14] 可建立多点差值约束方程, 则

$$\boldsymbol{\varepsilon}_B = \frac{\sum_{k=1}^p w_k \mathbf{u}_{Ek}}{\sum_{k=1}^p w_k}, \quad \boldsymbol{\xi}_B = \frac{\sum_{k=1}^p w_k \mathbf{r}_{Ck} \times \mathbf{u}_{Ek}}{\sum_{k=1}^p w_k |\mathbf{r}_{Ck}|^2} \quad (9)$$

式中 $\boldsymbol{\varepsilon}_B$ 和 $\boldsymbol{\xi}_B$ 分别为凝聚节点的 3 个平动自由度和 3 个转动自由度. w_k 为权重系数, 与对应界面节点所代表的接触区域成正比, 具体选取过程参考文 [15], \mathbf{r}_{Ck} 为虚拟节点到相应第 k 个界面节点的位置矢量, 传递矩阵 \mathbf{T}_C 通过约束方程式 (6) 确定.

根据支链的受力情况, 整条支链可以看成是由两组弹簧支撑的空间梁结构, 其节点受力如图 4 所示, 图中下标 s 和 r 分别代表球铰和转动副.

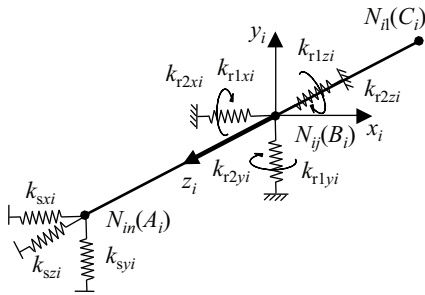


图4 支链受力图

Fig.4 Force-diagram of limb

根据式(4),可以得到第*i*条支链在支链坐标系 $B_i-x_iy_iz_i$ 下的静力学方程,为便于推导,各矩阵变量引入支链编号*i* (1,2,3),忽略其它下标,则

$$m_i \ddot{u}_i + k_i u_i = f_i \quad (10)$$

式中, m_i 和 k_i 分别为经模态缩聚后第*i*条支链的质量矩阵和刚度矩阵, u_i 、 f_i 分别为第*i*条支链的广义坐标列阵和外载荷列阵,且可将其表示为

$$\begin{aligned} u_i &= [\epsilon_{in}^T \ \xi_{in}^T \ \cdots \ \epsilon_{ij}^T \ \xi_{ij}^T \ \cdots \ \epsilon_{il}^T \ \xi_{il}^T]^T \\ f_i &= [f_{in}^T \ \tau_{in}^T \ \cdots \ f_{ij}^T \ \tau_{ij}^T \ \cdots \ f_{il}^T \ \tau_{il}^T]^T \end{aligned} \quad (11)$$

$i = 1, 2, 3, \quad j = 2, 3, \cdots, n-1$

令 $\epsilon_{in} = \epsilon_{Ai}$, $\xi_{in} = \xi_{Ai}$, $\epsilon_{ij} = \epsilon_{Bi}$, $\xi_{ij} = \xi_{Bi}$, $\epsilon_{il} = \epsilon_{Ci}$, $\xi_{il} = \xi_{Ci}$, $f_{in} = f_{PLi}$, $f_{ij} = f_{BLi}$, $\tau_{ij} = \tau_{BLi}$. 其中, ϵ_{Ai} 、 ξ_{Ai} 、 ϵ_{Bi} 、 ξ_{Bi} 、 ϵ_{Ci} 、 ξ_{Ci} 分别为 A_i 、 B_i 、 C_i 在支链坐标系 $B_i-x_iy_iz_i$ 下的线位移和角位移; f_{PLi} 、 f_{BLi} 、 τ_{BLi} 分别为 A_i 、 B_i 在支链坐标系 $B_i-x_iy_iz_i$ 下所受的外载荷. 其中节点坐标与坐标 u_i 的变换关系如下:

$$\begin{aligned} \epsilon_{Ai} &= N_{ci}^{A1} u_i, & \epsilon_{Bi} &= N_{ci}^{B1} u_i, & \epsilon_{Ci} &= N_{ci}^{C1} u_i \\ \xi_{Ai} &= N_{ci}^{A2} u_i, & \xi_{Bi} &= N_{ci}^{B2} u_i, & \xi_{Ci} &= N_{ci}^{C2} u_i \end{aligned} \quad (12)$$

式中, N_{ci}^{A1} 、 N_{ci}^{A2} 、 N_{ci}^{B1} 、 N_{ci}^{B2} 、 N_{ci}^{C1} 和 N_{ci}^{C2} 分别为节点 A_i 、 B_i 和 C_i 的节点坐标相对 $B_i-x_iy_iz_i$ 坐标系下 u_i 的变换矩阵,可由运动学关系推知. 式中,因 B_i 为等效虚拟节点,其坐标变换矩阵为

$$N_{ci}^{B1} = T_{B1} T_C N_E, \quad N_{ci}^{B2} = T_{B2} T_C N_E \quad (13)$$

$$\text{式中, } T_{B1} = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad T_{B2} = \begin{bmatrix} 0 \\ I_{3 \times 3} \end{bmatrix}.$$

支链动力学方程进一步变换成系统坐标系下的动力学方程,其表达形式如下:

$$M_i \ddot{U}_i + K_i \tilde{U}_i = \tilde{F}_i \quad (14)$$

式中 $\tilde{F}_i = e^{i\omega t} F_i$, $\tilde{U}_i = e^{i\omega t} U_i$, $M_i = T_i m_i T_i^T$, $K_i = T_i k_i T_i^T$, $U_i = T_i u_i$, $F_i = T_i f_i$, T_i 为支链坐标系 $B_i-x_iy_iz_i$ 到系统坐标系 $B-x_By_Bz_B$ 的变换矩阵.

考虑伺服电机、转动副和球铰集中质量对支链质量矩阵的影响,则质量矩阵为

$$M_i = T_i (m_i + (N_{ci}^A)^T m_{si} N_{ci}^A + (N_{ci}^B)^T m_{ri} N_{ci}^B + (N_{ci}^C)^T m_{mi} N_{ci}^C) T_i^T \quad (15)$$

式中, m_{si} 、 m_{ri} 、 m_{mi} 分别为球铰链、转动副和电机的质量矩阵.

3.2 动平台子结构

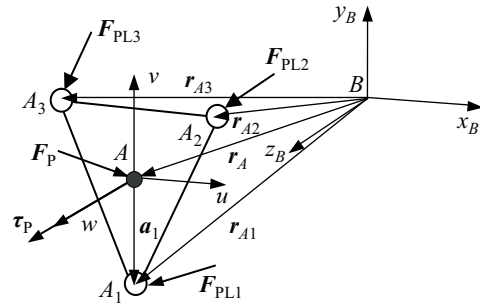


图5 动平台受力图

Fig.5 Force diagram of the moving platform

动平台的受力如图5所示,结合图示受力情况可写出动平台的动力学方程:

$$\begin{aligned} m_P \ddot{\epsilon}_P &= - \sum_{i=1}^3 F_{PLi} + F_P \\ I_P \ddot{\xi}_P &= - \sum_{i=1}^3 r_{Ai} \times F_{PLi} + \tau_P \end{aligned} \quad (16)$$

式中, m_P 、 I_P 为动平台在系统坐标系 $B-x_By_Bz_B$ 下的质量矩阵和惯量矩阵; ϵ_P 和 ξ_P 为动平台的线位移和角位移; F_{PLi} 为动平台与第*i*条支链间的作用力; r_{Ai} 为动平台球铰链中心向量, F_P 、 τ_P 为动平台所受到的外部力和力矩. 且有

$$m_P = R m_{P0} R^T, \quad I_P = R I_{P0} R^T, \quad F_{PLi} = R_i f_{PLi} \quad (17)$$

4 A3头子结构综合 (Substructure synthesis of the A3 head)

4.1 变形协调条件

动平台和支链间的位移关系如图6所示,图中, A_{iM} 、 A_{iL} 分别表示连接界面上动平台和支链上的点; ∇A_i 、 ϵ_{Ai} 分别为 A_{iM} 、 A_{iL} 在支链坐标系 $B_i-x_iy_iz_i$ 下的位移.

动平台的位移 $U_P = (\epsilon_P, \xi_P)^T$ 与支链上球铰链中心 A_i 的位移之间存在如下关系

$$\nabla A_i = \mathbf{R}_i^T \mathbf{D}^{r_{Ai}} \mathbf{U}_P$$

$$\mathbf{D}^{r_{Ai}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & r_{Azi} & -r_{Ayi} \\ 0 & 1 & 0 & -r_{Azi} & 0 & r_{Axi} \\ 0 & 0 & 1 & r_{Ayi} & -r_{Axi} & 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

式中, r_{Axi} 、 r_{Ayi} 和 r_{Azi} 分别为 A_i 点在坐标系 $B-x_B y_B z_B$ 下向量 \mathbf{r}_{Ai} 的坐标。

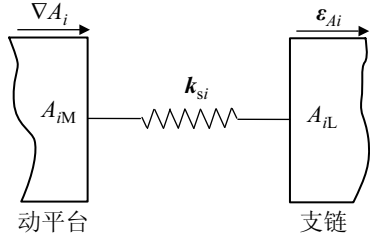


图 6 铰链连接示意图

Fig.6 Connection diagram of the joint

于是, 动平台和支链之间的作用力可表示成

$$\mathbf{f}_{PLi} = -\mathbf{k}_{si}(\boldsymbol{\varepsilon}_{Ai} - \mathbf{R}_i^T \mathbf{D}^{r_{Ai}} \mathbf{U}_P) \quad (19)$$

其中, $\mathbf{k}_{si} = \text{diag}(k_{sxi}, k_{syi}, k_{szi})$ 为球铰链在支链坐标系 $B_i-x_i y_i z_i$ 下相应方向上的刚度矩阵, 详细推导过程可参考文 [4]. 将式 (12) 代入式 (19) 可得

$$\mathbf{f}_{PLi} = -\mathbf{k}_{si}(\mathbf{N}_{ci}^{A1} \mathbf{u}_i - \mathbf{R}_i^T \mathbf{D}^{r_{Ai}} \mathbf{U}_P) \quad (20)$$

将在坐标系 $B_i-x_i y_i z_i$ 下度量的位移 \mathbf{u}_i 转换到系统坐标系 $B-x_B y_B z_B$ 下, 可得

$$\mathbf{f}_{PLi} = -\mathbf{k}_{si}(\mathbf{N}_{ci}^{A1} \mathbf{T}_i^T \mathbf{U}_i - \mathbf{R}_i^T \mathbf{D}^{r_{Ai}} \mathbf{U}_P) \quad (21)$$

同理, 根据位移相容条件和力平衡条件, 第 i 条支链上的转动副连接界面上的作用力可表示成

$$\mathbf{f}_{BLi} = -\mathbf{k}_{r1} \mathbf{N}_{ci}^{B1} \mathbf{T}_i^T \mathbf{U}_i, \quad \boldsymbol{\tau}_{BLi} = -\mathbf{k}_{r2} \mathbf{N}_{ci}^{B2} \mathbf{T}_i^T \boldsymbol{\xi}_i \quad (22)$$

式中, \mathbf{k}_{r1} 和 \mathbf{k}_{r2} 分别为转动副的线刚度和角刚度。

转动副的各向刚度主要由转动副轴承组件、封闭框、导轨滑块组件和丝杠组件(丝杠螺母、滚珠丝杠、丝杠后轴承)组成。封闭框刚度矩阵通过商用有限元软件对实际 3 维模型进行仿真确定, 轴承^[16]、导轨和丝杠组件^[17]刚度矩阵通过手册和实际装配条件折算确定。具体转动副组件受力分析可参考文 [4].

4.2 系统刚度矩阵

将弹性变形协调方程式 (21)、(22) 代入各子系统动力学方程式 (16), 经组装并整理后可得系统的动力学方程

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{U}} \mathbf{K} \tilde{\mathbf{U}} = \tilde{\mathbf{F}} \quad (23)$$

式中 $\tilde{\mathbf{F}} = \mathbf{e}^{i\omega t} \mathbf{F}$, $\tilde{\mathbf{U}} = \mathbf{e}^{i\omega t} \mathbf{U}$, \mathbf{M} 、 \mathbf{K} 为系统的整体质量矩阵和整体刚度矩阵, \mathbf{U} 和 \mathbf{F} 分别为系统的广义位移列阵和广义力列阵, 分别为

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1 \\ \mathbf{U}_2 \\ \mathbf{U}_3 \\ \mathbf{U}_4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{U}_4 = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_P \\ \boldsymbol{\xi}_P \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_1 \\ \mathbf{F}_2 \\ \mathbf{F}_3 \\ \mathbf{F}_4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_4 = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_P \\ \boldsymbol{\tau}_P \end{bmatrix}$$

式中

$$\mathbf{M} = \text{diag}(\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2, \mathbf{M}_3, \mathbf{M}_4), \quad \mathbf{M}_4 = \text{diag}(m_P, \mathbf{I}_P)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{1,1} & & & \mathbf{K}_{1,4} \\ & \mathbf{K}_{2,2} & & \mathbf{K}_{2,4} \\ & & \mathbf{K}_{3,3} & \mathbf{K}_{3,4} \\ \mathbf{K}_{4,1} & \mathbf{K}_{4,2} & \mathbf{K}_{4,3} & \mathbf{K}_{4,4} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{i,i} = (\mathbf{N}_{ci}^{A1})^T \mathbf{R}_i \mathbf{k}_{si} \mathbf{R}_i^T \mathbf{N}_{ci}^{A1} + (\mathbf{N}_{ci}^{B1})^T \mathbf{R}_i \mathbf{k}_{r1} \mathbf{R}_i^T \mathbf{N}_{ci}^{B1} + (\mathbf{N}_{ci}^{B2})^T \mathbf{R}_i \mathbf{k}_{r2} \mathbf{R}_i^T \mathbf{N}_{ci}^{B2} + \mathbf{K}_i$$

$$\mathbf{K}_{4,4} = \begin{bmatrix} \sum_{i=3}^3 \mathbf{R}_i \mathbf{k}_{si} \mathbf{R}_i^T \mathbf{D}^{r_{Ai}} \\ \sum_{i=3}^3 \mathbf{r}_{Ai} \times (\mathbf{R}_i \mathbf{k}_{si} \mathbf{R}_i^T \mathbf{D}^{r_{Ai}}) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{i,4} = -(\mathbf{N}_{ci}^{A1})^T \mathbf{R}_i \mathbf{k}_{si} \mathbf{R}_i^T \mathbf{D}^{r_{Ai}}$$

$$\mathbf{K}_{4,i} = \begin{bmatrix} -\mathbf{R}_i \mathbf{k}_{si} \mathbf{R}_i^T \mathbf{N}_{ci}^{A1} \\ -\mathbf{r}_{Ai} \times \mathbf{R}_i \mathbf{k}_{si} \mathbf{R}_i^T \mathbf{N}_{ci}^{A1} \end{bmatrix}$$

5 算例及实验验证 (Case study and experiment validation)

工程样机结构参数如表 1 所示, 其中 $p_z = s + d$ 为动平台与静平台中心距离, $s = 0 \sim 200$ 为 3-RPS 全姿态 z 向行程, θ_{\max} 为动平台最大摆角。式 (23) 的特征方程为

$$|\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}| = 0 \quad (24)$$

表 1 A3 头尺度参数

Tab.1 The geometrical parameters of the A3 head (unit: mm)

a	b	s	d	l	$\theta_{\max} / (^\circ)$	d_{lead}
250	250	0 ~ 200	550	1150	± 40	23.5

求解式 (24), 可得系统的 n 阶固有频率和振型。图 7 所示为初始位置 ($d = 550\text{mm}$, $s = 10\text{mm}$) 下前 2 阶固有频率随姿态角变化的分布规律。从图 7(a) 和 (b) 可以看出, 整机的各阶固有频率随姿态角的变化呈三对称分布, 与 3 条支链的三对称分布方式一致。其中, 第 1 阶固有频率随着摆角的增大从 28.5 Hz 下降至 16 Hz, 第 2 阶固有频率从 28.6 Hz

升至 34.6 Hz, 当摆角为 0 时, 前 2 阶固有频率较为接近, 分别为 28.5 Hz 和 28.6 Hz, 随着摆角的增大, 第 1 阶固有频率逐渐降低, 第 2 阶固有频率逐渐升高。

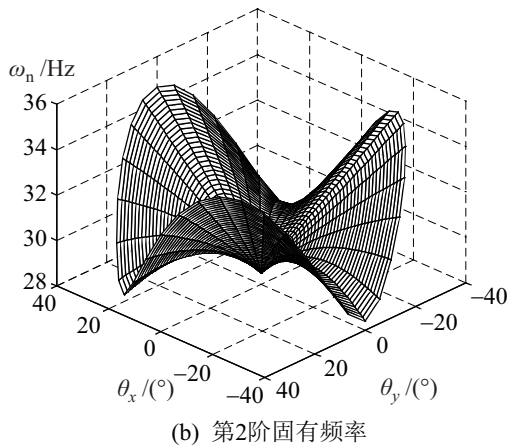
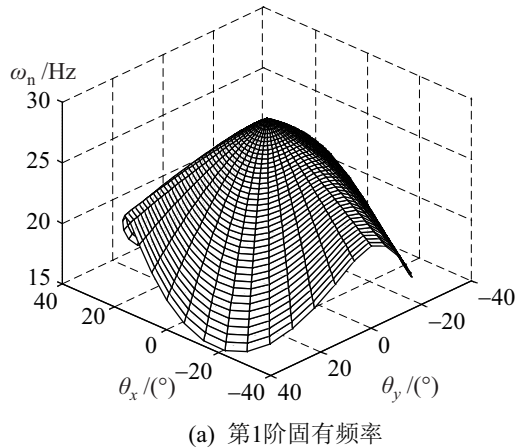


图7 固有频率随位姿变化分布图

Fig.7 Natural frequency distribution chart with respect to the different positions and orientations

图 8 所示为 3-RPS 零点位型下的模态测试图, 实验过程中涉及的数据采集、模态分析和参数辨识均采用 LMS 振动测试系统来完成。在测试过程中, 采用锤击点固定、移动加速度传感器的测试方法对原型机的固有频率和振型进行测试, 其中, 根据模态测试方法^[18], 为达到较好的测试效果, 锤击点选择动平台末端, 具体测试过程可参考文 [19]。

表 2 为零点位型下前 2 阶理论计算的固有频率和对应的实测固有频率及二者之间的误差, 从表中可以看出, 该 2 阶固有频率的理论计算值与实测值较为接近, 最大误差不超过 5%。实测前 2 阶固有频率分别为 29.2 Hz 和 30 Hz, 彼此较为接近, 与理论计算结果一致。图 9 为 A3 头前 2 阶理论计算振型和对应 LMS 实测振型示意图, 左边为前 2 阶理论计算的各阶固有频率和振型图, 右边为对应前 2 阶实测各阶固有频率和振型图。

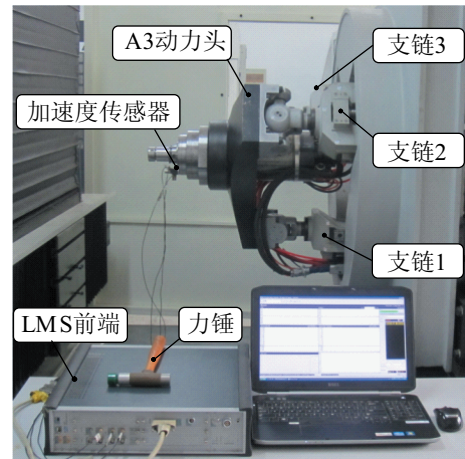


图 8 样机模态实验

Fig.8 Modal measurement setup of the prototype machine

表 2 A3 头固有频率

Tab.2 The natural frequencies of the A3 head (unit: Hz)

固有频率	1 阶	2 阶
理论值	28.5	28.6
实测值	29.2	30
error /%	2.3	4.6

从图 9(a) ~ (d) 的前 2 阶振型图可以看出, 第 1 阶模态振型为整机沿 y 方向上下振动, 支链 1 到支链 3 整体上下摆动。第 2 阶模态振型为整机沿 x 方向左右摆动, 支链 1 到支链 3 一起左右摆动。从这 2 阶模态振型中可以看出, 整机变形较大的环节主要在铰链的位置, 支链的变形量相对较小。

从图中可以看出, 理论值与实测值前 2 阶振型整体振动方式一致, 但局部子构件振动方式和幅度存在一定的区别, 产生这种现象的主要原因在于, 理论计算时, 3 条支链所对应的铰链装配精度都一样, 轴承和导轨的预紧力一致, 所以对应的 3 组铰链等效刚度在理论仿真过程中均按照同样的方式等效而来, 但是在实际原型机中, 由于制造和安装原因, 各关键零部件的预紧力和装配误差均存在一定的差异, 进而导致理论计算结果与实测值存在一定的误差, 而且从后续的分析结果中发现, 这种预测误差在高阶模态中表现得更为明显。

6 结论 (Conclusion)

通过求解系统特征方程, 对 A3 头工作空间下的固有频率和振型进行了分析并利用实测结果进行了验证, 结果表明:

(1) 通过子结构综合方法和模态缩聚技术, 可以快速求解并联机构在整个工作空间下各阶固有频率, 仿真结果显示, 各阶固有频率在工作空间下随

姿态角的变化呈三对称分布;

(2) 本文弹性动力学建模方法计算所得前 2 阶固有频率和振型与原型样机实测结果较接近, 在初始位型下, 前 2 阶固有频率仿真误差在 5% 以内;

(3) 从固有频率分布规律和振型可以看出, 该机构的最大动柔度主要集中在低频段;

(4) 通过前 2 阶振型可以看出, 铰链的刚度是整机的薄弱环节, 在振动过程中铰链振动幅度相对较大, 在进一步改进过程中需要重点加强。

前述结果显示, 本文建模方法可以快速预估并联机构在整个工作空间下的动态特性, 为并联机床的动态特性设计和原型样机的改进提供理论基础。

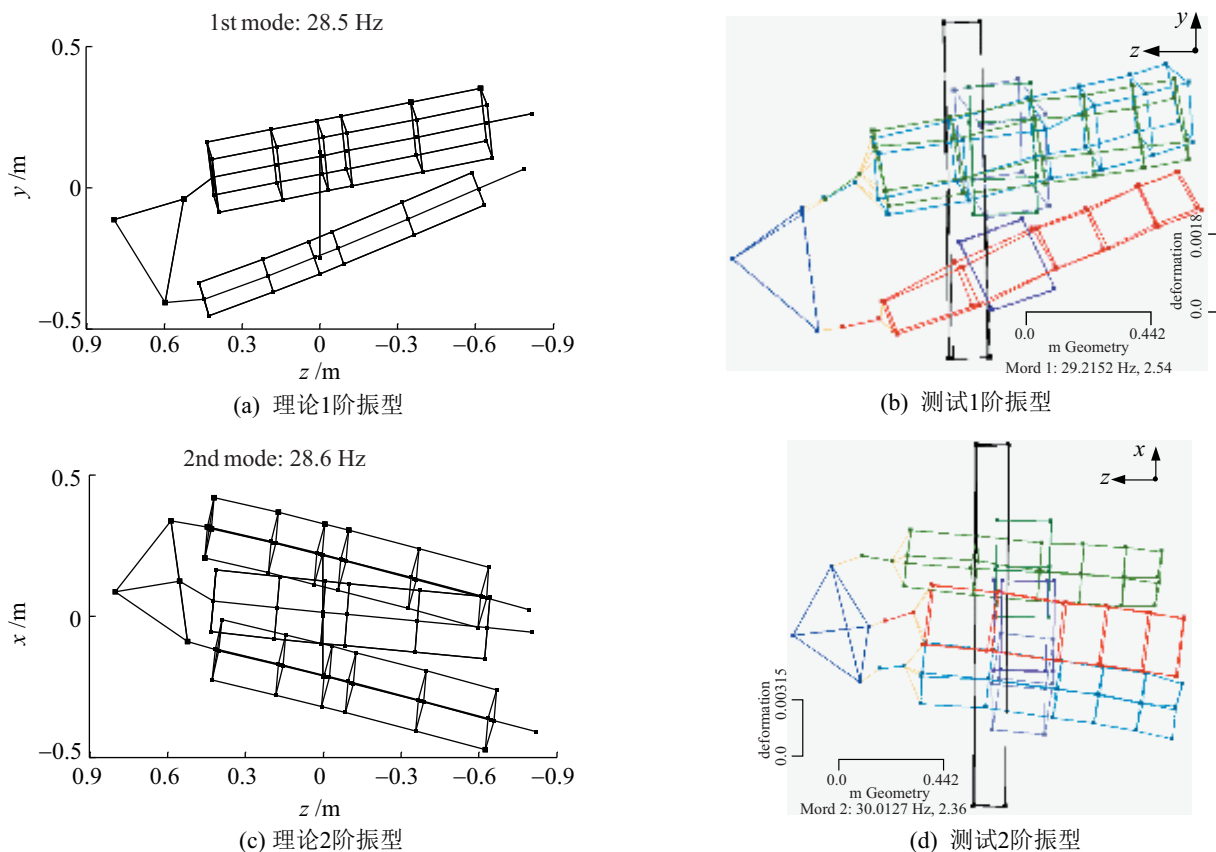


图 9 理论和实测固有频率和模态振型对比图

Fig.9 The theoretical and experimental natural frequencies and the corresponding mode shapes

参考文献 (References)

- [1] Neumann K E. Tricept application[C]//3rd Chemnitz Parallel Kinematics Seminar. Zwickau, Germany: 2002: 547-551.
- [2] Caccavale F, Siciliano B, Villani L. The Tricept robot: Dynamics and impedance control[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2003, 8(2): 263-268.
- [3] Hennes N, Staimer D. Application of PKM in aerospace manufacturing-high performance machining centers E-COSPEED, ECOSPEED-F and ECOLINER[C]//Proceedings of the 4th Chemnitz Parallel Kinematics Seminar. Chemnitz, Germany: 2004: 557-568.
- [4] Li Y G, Liu H T, Zhao X M, et al. Design of a 3-DOF PKM module for large structural component machining[J]. Mechanism and Machine Theory, 2010, 45(6): 941-954.
- [5] Huang T, Liu H T, Chetwynd D G. Generalized Jacobian analysis of lower mobility manipulators[J]. Mechanism and Machine Theory, 2011, 46(6): 831-844.
- [6] Liu H T, Huang T, Chetwynd D G. An approach for acceleration analysis of lower mobility parallel manipulators[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2011, 3(1).
- [7] Quintana G, Ciurana J. Chatter in machining processes: A review[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2011, 51(5): 363-376.
- [8] Law M, Ihlenfeldt S, Wabner M, et al. Position-dependent dynamics and stability of serial-parallel kinematic machines[J]. CIRP Annals - Manufacturing Technology, 2013, 62(1): 375-378.
- [9] Piras G, Cleghorn W L, Mills J K. Dynamic finite-element analysis of a planar high-speed, high-precision parallel manipulator with flexible links[J]. Mechanism and Machine Theory, 2005, 40(7): 849-862.
- [10] Zhang X P, Mills J K, Cleghorn W L. Dynamic modeling and experimental validation of a 3-PRR parallel manipulator with flexible intermediate links[J]. Journal of Intelligent and Robotic Systems, 2007, 50(4): 323-340.

(下转第 750 页)

的搅拌摩擦焊接机器人上进行了加工实验验证, 效果良好、稳定。接下来会进一步进行各种工况下的加工实验。

参考文献 (References)

- [1] Shepherd G E. The evaluation of friction stir welded joints on airbus aircraft wing structure[C]//4th International Friction Stir Welding Symposium. Cambridge, UK: TWI Ltd, 2003: 1-5.
- [2] 戴一帆. 复杂形状薄壁零件加工的综合质量控制[J]. 国防科技大学学报, 1996, 18(2): 59-62.
Dai Y F. The synthetical quality control for complicated shape parts processing under high-load in aircraft engine[J]. Journal of National University of Defence Technology, 1996, 18(2): 59-62.
- [3] 高向东, 赵传敏, 丁度坤, 等. 图像处理技术在焊缝跟踪中的应用研究[J]. 焊接技术, 2006, 35(2): 3-7.
Gao X D, Zhao C M, Ding D K, et al. Study on the application of image processing technique in seam tracking[J]. Welding Technology, 2006, 35(2): 3-7.
- [4] 贺红林, 雷修才, 龚焯飞, 等. 基于激光视觉监测的焊缝自动跟踪系统研究[J]. 控制工程, 2013, 20(5): 869-872.
He H L, Lei X C, Gong Y F, et al. Research on a seam tracking system based on laser vision sensor measuring[J]. Control Engineering of China, 2013, 20(5): 869-872.
- [5] 吕学勤, 张轲, 吴毅雄. 基于移动焊接机器人动力学的焊缝轨迹跟踪控制[J]. 焊接学报, 2013, 34(10): 13-16.
Lü X Q, Zhang K, Wu Y X. Seam tracking control for mobile welding robots based on dynamic model[J]. Transactions of the China Welding Institution, 2013, 34(10): 13-16.
- [6] 栾国红, 胡焯辉, 柴鹏. 搅拌摩擦焊——新型列车制造新技术[J]. 电力机车与城轨车辆, 2006, 29(3): 40-44.
Luan G H, Hu H H, Chai P. Friction stir welding – Innovative vehicle manufacturing process[J]. Electric Locomotives & Mass Transit Vehicles, 2006, 29(4): 40-44.
- [7] Fleming P A, Hendricks C E, Cook G E, et al. Seam-tracking for friction stir welded lap joints[J]. Journal of Materials Engineering and Performance, 2010, 19(8): 1128-1132.
- [8] 石灵丹, 华斌, 朱歆州, 等. 基于 OPC 技术的 PC 与西门子 PLC 的实时通讯[J]. 船电技术, 2011, 31(1): 9-12.
Shi L D, Hua B, Zhu X Z, et al. Real-time communication between PC and Siemens PLC based on OPC[J]. Marine Electric & Electronic Technology, 2011, 31(1): 9-12.
- [9] 施法中. 计算机辅助几何设计与非均匀有理 B 样条[M]. 北京: 高等教育出版社, 2001.
Shi F Z. Computer aided design and non-uniform rational B-spline[M]. Beijing: Higher Education Press, 2001.
- [10] 祁若龙, 周维佳, 刘金国, 等. VC 平台下机器人虚拟运动控制及 3D 运动仿真的有效实现方法[J]. 机器人, 2013, 35(5): 594-599.
Qi R L, Zhou W J, Liu J G, et al. An effective method for implementing virtual control and 3D simulation of robot motion in VC platform[J]. Robot, 2013, 35(5): 594-599.

作者简介:

祁若龙 (1983-), 男, 博士生, 助理研究员. 研究领域: 空间机器人轨迹规划, 遥操作与自主控制.

(上接第 743 页)

- [11] Zhao Y J, Gao F, Dong X J, et al. Dynamics analysis and characteristics of the 8-PSS flexible redundant parallel manipulator[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2011, 27(5): 918-928.
- [12] Mukherjee P, Dasgupta B, Mallik A K. Dynamic stability index and vibration analysis of a flexible Stewart platform[J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 307(3-5): 495-512.
- [13] Pedrammehr S, Mahboubkhah M, Khani N. A study on vibration of Stewart platform-based machine tool table[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2013, 66(5-8): 991-1017.
- [14] Heirman G H K, Desmet W. Interface reduction of flexible bodies for efficient modeling of body flexibility in multibody dynamics[J]. Multibody System Dynamics, 2010, 24(2): 219-234.
- [15] Law M, Phani A S, Altintas Y. Position-dependent multibody dynamic modeling of machine tools based on improved reduced order models[J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2013, 135(2): No.021008.
- [16] INA. <http://www.ina.de>.
- [17] THK Global. <http://www.thk.com>.
- [18] Ewins D J. Modal testing: Theory, practice and application[M]. 2nd ed. Baldock, UK: Research Studies Press, 2000.
- [19] Zhang J, Luo H W, Huang T. Experimental modal analysis for a 3-DOF PKM module[C]//Advances in Reconfigurable Mechanisms and Robots. Berlin, Germany: Springer, 2012: 371-377.

作者简介:

落海伟 (1985-), 男, 博士. 研究领域: 机械动力学.
张俊 (1981-), 男, 博士, 副教授. 研究领域: 齿轮动力学, 空间机构学, 机床动力学.
王辉 (1976-), 女, 博士, 副教授. 研究领域: 机械制造及其自动化, 机器人控制.