

面向铣削任务的工业机器人刚度位姿优化

陈钦韬^{1,2}, 殷 参^{1,2}, 张加波^{1,2}, 乐 毅^{1,2}, 周莹皓^{1,2}, 文 科^{1,2},
杨继之^{1,2}, 白效鹏^{1,2}

(1. 中国空间技术研究院, 北京 100094; 2. 北京卫星制造厂有限公司, 北京 100094)

摘要: 为提高机器人刚度性能, 减小铣削加工误差, 对搭载铣削执行器的 6 自由度机器人进行刚度优化。首先, 运用虚功原理建立机器人刚度映射模型; 其次, 设计辨识实验获取关节刚度; 再次, 以铣削力椭圆平面的各向同性度为优化指标, 运用遗传算法对机器人优化位姿进行求解; 最后, 对比分析机器人位姿优化前后的整体刚度, 并进行机器人铣削试验验证位姿优化的有效性, 铣削平面度可提升 45%。该优化方法可指导串联型工业机器人对大型航天器舱体的铣削加工任务, 提高加工质量。

关键词: 铣削机器人; 刚度分析; 柔度椭球; 位姿优化; 遗传算法

中图分类号: TP242.2

文献标识码: A

文章编号: 1002-0446(2021)-01-0090-11

Pose Optimization of Industrial Robots Based on Stiffness for Milling Tasks

CHEN Qintao^{1,2}, YIN Shen^{1,2}, ZHANG Jiabo^{1,2}, YUE Yi^{1,2}, ZHOU Yinghao^{1,2}, WEN Ke^{1,2},
YANG Jizhi^{1,2}, BAI Xiaopeng^{1,2}

(1. China Academy of Space Technology, Beijing 100094, China; 2. Beijing Spacecraft, Beijing 100094, China)

Abstract: In order to improve the stiffness performance of the robot and reduce the milling processing errors, the stiffness of a 6 DoF (degree of freedom) robot equipped with a milling actuator is optimized. Firstly, a robot stiffness mapping model is established using the virtual work principle. Secondly, the joint stiffness is obtained by the designed identification experiments. Then, the optimized pose of the robot is solved using the genetic algorithm, taking the isotropy of the milling force elliptic plane as the optimization index. Finally, the overall stiffness of the robot before and after the pose optimization are compared and analyzed. And a robot milling test is performed to verify the effectiveness of the pose optimization. Consequently, the milling flatness can be improved by 45%. The optimization method can guide the milling processing tasks of the serial industrial robot on the large spacecraft cabin, and improve the processing quality.

Keywords: milling robot; stiffness analysis; compliance ellipsoid; pose optimization; genetic algorithm

1 引言 (Introduction)

在航空航天领域, 目前机身舱体等构件的加工大多依赖于数控机床设备。然而随着零部件尺寸的增大、结构的愈发复杂, 大型数控设备显露出环境适应差、加工周期长等劣势^[1]。采用工业机器人加工的模式为大型装备的整体加工提供了新思路^[2]。

工业机器人具备工作效率高、重复性好等特点, 据统计约有 72.7% 的工业机器人应用于包括焊接、喷涂、搬运、码垛等场合。然而由于机器人刚性差, 在实际应用过程中将发生颤振、结构变形导致的定位精度下降等现象^[3]。串联机器人的绝对定位精度、加工精度低, 主要原因是串联机器人为转

动关节连接的连杆结构, 自身机械刚度低, 铣削执行器和连杆自重以及加工产生的切削载荷将引起末端刀尖位置的偏移。以上加工误差均来自机器人较弱的刚度特性。因此机器人刚度是影响机器人加工精度的重要因素。

为提高机器人加工精度, Guo^[4]提出了机器人末端的受力与机器人末端执行器的线位移之间的映射关系, 并提出了一种基于刚度椭球的优化指标, 最后通过库卡机器人 KR360-2 的钻孔过程进行了验证。Chen^[5]分析了机器人的刚度特性, 提出了法向刚度性能指标 (NSPI), 并优化了机器人的加工位姿和进刀方向。Shen^[6]通过调整末端执行器的安装角度来优化刚度, 分析了切削力与机器人绝对定位

误差之间的映射关系, 进一步补偿了钻孔精度, 孔位置误差减小了 84.45%。Celikag^[7] 分析机器人冗余自由度与柔度矩阵的关系, 并通过优化笛卡儿空间下柔度指标来改善沿笛卡儿坐标系单轴方向的机器人刚度。但以上均以机器人本体刚度特性为研究目标, 尚未考虑机器人的加工对象, 具有一定的局限性。吴石^[8] 对数控加工中心的综合刚度场进行建模分析, 提出一种面向复杂曲面的刚度评价指标。Jiao 与 Tian^[9] 提出一种轴向刚度识别方法并优化机器人刀具轴线方向的刚度性能, 提升机器人钻孔系统的加工质量及稳定性。

北京卫星制造厂有限公司自主研发了一套可移动的铣削机器人加工系统, 机器人本体选用库卡 KR500 机器人, 末端装有铣削执行器, 选用西门子 840Dsl 控制系统, 整体搭载于全向移动平台上^[10]。在使用整套系统进行钻孔及铣削加工时发现, 在使用相同切削参数的条件下, 机器人不同的加工位姿获得的加工精度(以加工面平面度为评判指标)有所不同^[11]。本文首先运用虚功原理建立机器人刚度与位姿映射模型; 其次, 提出面向机器人铣削任务的刚度评价指标; 再次, 进行机器人关节刚度辨识实验, 求解关节刚度值; 然后, 以机器人刚度评价指标为优化目标, 建立优化函数, 对最优加工位姿进行求解; 最终, 进行铣削加工试验, 通过对铣削面的平面度测量验证优化的有效性。

2 机器人静刚度建模 (Modeling of the robot static stiffness)

首先运用 D-H (Denavit-Hartenberg) 法进行机器人运动学建模, 给出速度雅可比矩阵求解方法, 并定义灵巧性指标, 求解出灵巧工作空间; 其次, 运用虚功原理建立机器人静刚度模型。

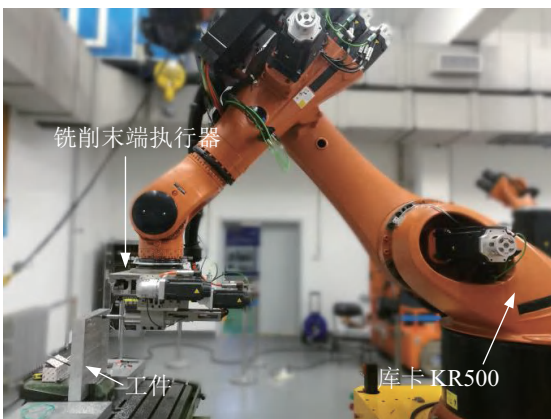


图 1 铣削机器人加工系统
Fig.1 Processing system of the milling robot

2.1 机器人运动学建模

本文研究对象库卡 KR500 为 6R 串联机器人, 末端安装有铣削执行器, 机器人底座安装在全向移动平台。在铣削加工过程中全向移动平台固定不动, 只考虑机器人本体的运动。图 1 为铣削机器人加工系统。

运用 D-H 法^[12] 定义机器人各连杆坐标系, 建立运动学模型如图 2 所示, 确定各连杆 D-H 参数如表 1 所示。

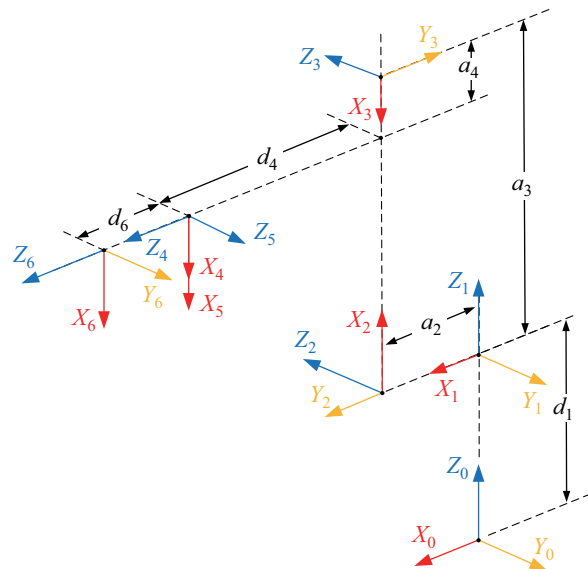


图 2 库卡 KR500 机器人运动学模型
Fig.2 Kinematics model of the Kuka KR500 robot

表 1 库卡 KR500 机器人连杆参数
Tab.1 Link parameters of the Kuka KR500 robot

序号 i	a_i / mm	$\alpha_i / (^\circ)$	d_i / mm	$\theta_i / (^\circ)$
1	0	0	675	θ_1
2	350	90	0	θ_2
3	1150	0	0	θ_3
4	41	-90	1200	θ_4
5	0	-90	0	θ_5
6	0	90	215	θ_6

机器人雅可比矩阵是关节转动速度与笛卡儿空间速度的传动比, 可运用矢量积法进行求解。最终雅可比矩阵可表示为

$$J(\theta) = [J_1 \ J_2 \ J_3 \ J_4 \ J_5 \ J_6] \quad (1)$$

式中, θ 为机器人关节转角,

$$J_i = \begin{bmatrix} Z_i \times_n^0 P_i \\ Z_i \end{bmatrix} \quad (2)$$

${}^0_n\mathbf{P}_i$ 为以基坐标系 $\{0\}$ 为参考. 末端坐标系原点在坐标系 $\{i\}$ 中的位置矢量, \mathbf{Z}_i 为坐标系 $\{i\}$ 的 Z 轴在基坐标系 $\{0\}$ 下的单位向量.

为衡量机器人灵巧性及正反解的精度, 定义运动学灵巧性指标 D , 并绘制笛卡儿空间灵巧性指标等高线图. 后续研究所选用的位姿应在图 3 的黄色区域内.

$$D = 6 / \sqrt{\text{tr}(\mathbf{J}^T \times \mathbf{J}) \times \text{tr}((\mathbf{J}^T \times \mathbf{J})^{-1})} \quad (3)$$

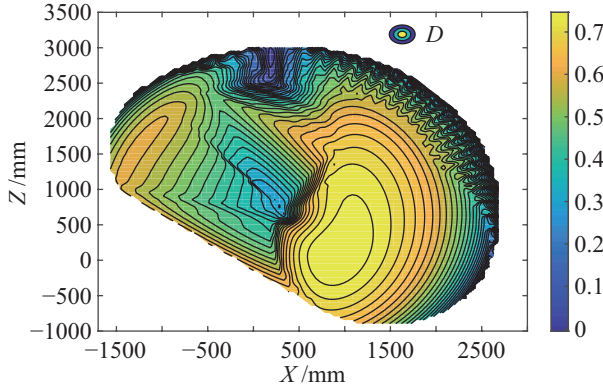


图3 笛卡儿空间灵巧性指标等高线图

Fig.3 Contour map of the dexterity index in Cartesian space

2.2 机器人静刚度建模

有研究表明, 相比于臂杆的柔度, 机器人关节的柔性是造成系统谐振的主要因素, 对机器人性能的影响更显著^[13], 因此可假定机器人连杆为刚体, 并忽略连杆变形. 根据虚功原理: 对于静平衡系统, 在连杆重力 \mathbf{G} 、末端受力 \mathbf{F} 及关节驱动力 $\boldsymbol{\tau}$ 的作用下, 经过虚线位移 $\zeta\mathbf{P}$ 、虚角位移 $\zeta\boldsymbol{\theta}$ 所做的虚功总和等于 0, 即:

$$\sum_{i=1}^6 \mathbf{G}_i (\zeta\mathbf{P}_i + \zeta\boldsymbol{\theta}_i) + \mathbf{F} (\zeta\mathbf{P} + \zeta\boldsymbol{\theta}) = \boldsymbol{\tau}^T \zeta\boldsymbol{\theta} \quad (4)$$

在机器人零部件制造安装状态良好的情况下, 关节处不会出现明显的线位移, 即 $\zeta\mathbf{P}_i = 0$; 且在刚度辨识实验中, 末端受力引起的变形量较小, 连杆重力矩变化影响可忽略, 因此经简化得:

$$\mathbf{J}^T \mathbf{F} = \boldsymbol{\tau} \quad (5)$$

根据机器人准静态假设, 认为机器人在进行加工受到外载时发生的微小变形足够小, 以至于机器人在该姿态下的雅可比矩阵不变, 且机器人在进行加工时, 认为末端所受外力为静载荷. 则在笛卡儿空间, 末端受力与变形量存在线性关系, 即线性胡克定律:

$$\mathbf{F} = \mathbf{K}\mathbf{X} \quad (6)$$

式中 \mathbf{K} 为 6×6 笛卡儿空间刚度矩阵, \mathbf{F} 为机器人末端所受 6 维力矢量, \mathbf{X} 为 6 维变形矢量.

在机器人转角空间, 关节受力与关节角变形量也存在线性关系:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{K}_\theta \boldsymbol{\theta} \quad (7)$$

式中 $\boldsymbol{\tau}$ 为关节受力矢量, \mathbf{K}_θ 为关节转角刚度, $\boldsymbol{\theta}$ 为关节转角变形.

根据复合函数微分法则, 对式 (5) 两边同时求导, 并将式 (6)(7) 代入, 忽略末端力影响, 可得笛卡儿空间刚度与关节刚度的映射模型^[14]:

$$\mathbf{K} = (\mathbf{J}^{-1})^T \mathbf{K}_\theta \mathbf{J}^{-1} \quad (8)$$

由式 (8) 可得出笛卡儿刚度矩阵取决于机器人各关节转角刚度以及机器人雅可比矩阵. 而雅可比矩阵随机器人位姿改变而变化, 因此机器人刚度与位姿有密切关系.

3 关节刚度辨识 (Joint stiffness identification)

关节刚度作为机器人重要参数, 对机器人位姿优化以及仿真分析有重要作用, 可基于刚度映射模型通过辨识实验求得.

3.1 关节刚度辨识实验

关节刚度辨识实验环境如图 4 所示. 实验采用滑轮组添加砝码盘的方式施加机器人末端外载; ATI Omega191 六维力传感器通过螺栓与机器人末端法兰直连, 用于测量施加在机器人末端上的作用力; API Radian 激光跟踪仪置于距机器人 2 m 侧方, 用于测量末端变形量.

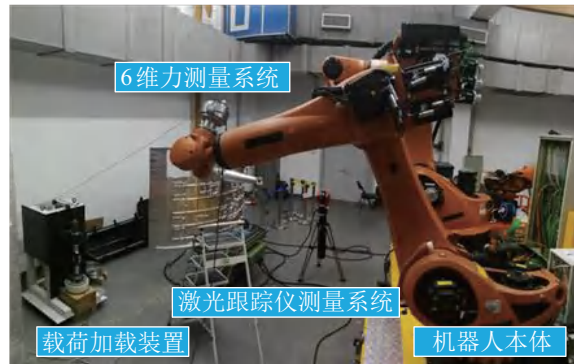


图4 机器人关节刚度辨识实验

Fig.4 Robot joint stiffness identification experiment

进行辨识实验时, 首先将全向移动平台移至合适位置, 基于机器人灵巧性指标等高线图以及现场环境选取辨识实验的 6 组位姿, 如表 2 所示. 滑轮

组绳索与力传感器相连, 先后施加 5 组载荷, 载荷大小如表 3 所示. 每次加载后分别使用力传感器和激光跟踪仪测量机器人末端受力和变形.

表 2 辨识实验中的 6 组机器人位姿
Tab.2 Six robot poses for identification experiments

序号	关节转角 / (°)					
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6
1	0	-68.844	85.789	-34.262	-106.945	61.237
2	-12.242	-69.876	90.090	-34.696	103.227	66.995
3	-15.601	-74.773	86.168	-82.851	-96.728	82.051
4	8.250	-110.623	121.625	46.524	44.622	99.971
5	29.126	-98.598	135.896	-17.061	-61.474	29.061
6	-8.860	-83.924	73.785	-81.996	-115.880	98.603

表 3 5 组载荷力
Tab.3 Five load forces

序号	负载大小
负载 1	无负载
负载 2	砝码托盘 39.2 N + 砝码盘 99.8 N × 1 = 139 N
负载 3	砝码托盘 39.2 N + 砝码盘 99.8 N × 3 = 338.6 N
负载 4	砝码托盘 39.2 N + 砝码盘 99.8 N × 5 = 538.2 N
负载 5	砝码托盘 39.2 N + 砝码盘 99.8 N × 7 = 737.8 N

3.2 关节刚度求解

将笛卡儿刚度与关节刚度映射模型式 (8) 代入末端受力与变形量关系式 (6) 中, 可得辨识实验模型:

$$\mathbf{X} = \mathbf{J}\mathbf{K}_\theta^{-1}\mathbf{J}^T\mathbf{F} \quad (9)$$

为简化计算避免求逆, 令 $\mathbf{C}_\theta = \mathbf{K}_\theta^{-1}$, 为机器人关节柔度矩阵, 并剥离需辨识量 \mathbf{C}_θ , 式 (9) 写成矩阵形式为^[15]

$$\mathbf{X} = \mathbf{L}\mathbf{C}_\theta \quad (10)$$

式中

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} J_{11} \sum_{j=1}^6 J_{j1} f_j & J_{12} \sum_{j=1}^6 J_{j2} f_j & \cdots & J_{16} \sum_{j=1}^6 J_{j6} f_j \\ J_{21} \sum_{j=1}^6 J_{j1} f_j & J_{22} \sum_{j=1}^6 J_{j2} f_j & \cdots & J_{26} \sum_{j=1}^6 J_{j6} f_j \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ J_{61} \sum_{j=1}^6 J_{j1} f_j & J_{62} \sum_{j=1}^6 J_{j2} f_j & \cdots & J_{66} \sum_{j=1}^6 J_{j6} f_j \end{bmatrix} \quad (11)$$

J_{ij} 为雅可比矩阵第 i 行 j 列元素, f_j 为 \mathbf{F} 第 j 个元素.

此辨识实验共采用 6 组机器人位姿, 分别加载 4 种载荷, 共 24 组. 此时辨识方程个数为 24×6 , 为超定方程组, 无精确解, 故不能通过矩阵求逆获取关节刚度. 将所测得机器人末端变形和受力代入辨识方程, 寻求一个最接近精确解的解 $\tilde{\mathbf{C}}_\theta$, 使得误差 e 最小:

$$\min e(\tilde{\mathbf{C}}_\theta) = \frac{1}{2} \|\mathbf{L}\mathbf{C}_\theta - \mathbf{X}\|_2^2 \quad (12)$$

式中 $\|\cdot\|_2$ 为求二范数.

引入矩阵广义逆, 求得 $\tilde{\mathbf{C}}_\theta$ 为机器人关节刚度辨识方程的最小二乘解:

$$\tilde{\mathbf{C}}_\theta = (\mathbf{L}^T\mathbf{L})^{-1}\mathbf{L}^T\mathbf{X} \quad (13)$$

根据式 (13) 求得机器人关节刚度矩阵 \mathbf{K}_θ 为 (单位: N·mm/rad)

$$\mathbf{K}_\theta = [8.9e9, 6.78e9, 1.13e10, 2.01e9, 1.65e9, 1.35e9]^T \quad (14)$$

4 刚度评价指标 (Evaluation index of stiffness)

笛卡儿刚度矩阵是机器人刚度特性的张量判定依据, 并不能直观表示机器人在特定位姿下的刚度大小. 现提出一种机器人刚度特性的标量判据, 直观描述面向铣削加工任务的机器人位姿刚度特性.

4.1 刚度指标的选取

机器人笛卡儿柔度矩阵 \mathbf{C} 为 6×6 阶矩阵, 各元素量纲各不相同, 为简化分析计算, 将笛卡儿刚度矩阵 \mathbf{C} 分为 4 个对称部分, 式 (10) 可写成:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{d} \\ \boldsymbol{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}_{fd} & \mathbf{c}_{f\delta} \\ \mathbf{c}_{md} & \mathbf{c}_{m\delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \mathbf{m} \end{bmatrix} \quad (15)$$

式中 \mathbf{c}_{fd} 为力—线位移柔度矩阵, $\mathbf{c}_{f\delta}$ 为力—角位移柔度矩阵, \mathbf{c}_{md} 为力矩—线位移柔度矩阵, $\mathbf{c}_{m\delta}$ 为力矩—角位移柔度矩阵, \mathbf{f} 为末端力矢量, \mathbf{m} 为末端力矩矢量, \mathbf{d} 为末端线位移变形, $\boldsymbol{\delta}$ 为末端角位移变形.

在铣削过程中, 影响加工质量的主要因素是切削刀具的线位移变形^[16]. 施加在末端的力矩矢量 \mathbf{m} 引起的末端角位移变形 $\boldsymbol{\delta}$ 很小, 可以忽略不计; 同时有研究表明力—角位移柔度矩阵 \mathbf{c}_{fd} 对机器人末端线位移变形 \mathbf{d} 的影响很小, 引起的末端刀尖点位置精度误差均小于 0.1 mm, 因此可忽略不计^[17]. 式 (14) 可写成:

$$\mathbf{d} = \mathbf{c}_{fd}\mathbf{f} \quad (16)$$

不妨令末端受力线位移变形量 \mathbf{d} 为单位力向量:

$$\|\mathbf{d}\|_2^2 = \mathbf{d}^T \mathbf{d} = \mathbf{f}^T \mathbf{c}_{fd}^T \mathbf{c}_{fd} \mathbf{f} = 1 \quad (17)$$

式 (16) 在 3 维欧几里得空间的表达为椭球面. 作用在机器人末端法兰中心所有方向的单位外载荷 $\mathbf{f} = [f_x \ f_y \ f_z]^T$ 构成单位力球体, 经过柔度矩阵 \mathbf{c}_{fd} 映射变换为椭球体, 称为机器人柔度椭球, 如图 5 所示. 该椭球球心位于末端法兰中心, 会随机器人位姿变换而变化, 其半长轴长度为矩阵 $\mathbf{c}_{fd}^T \mathbf{c}_{fd}$ 的特征值的平方根 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, 方向为矩阵 $\mathbf{c}_{fd}^T \mathbf{c}_{fd}$ 的特征向量方向 μ_1, μ_2, μ_3 . 柔度椭球在末端法兰坐标系下可表达成:

$$\frac{x^2}{\lambda_1^2} + \frac{y^2}{\lambda_2^2} + \frac{z^2}{\lambda_3^2} = 1 \quad (18)$$

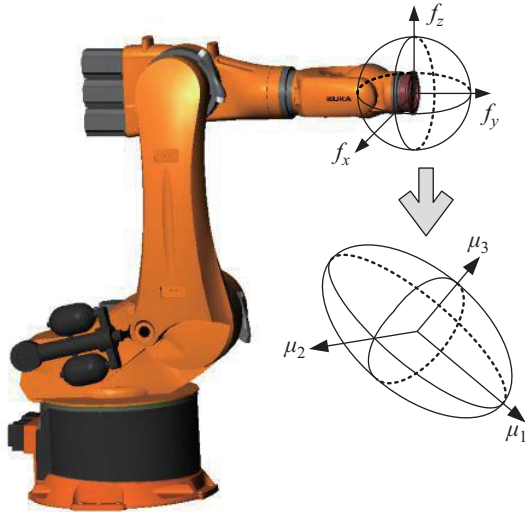


图 5 机器人柔度椭球几何含义

Fig.5 The geometric meaning of robot compliance ellipsoid

面向钻孔加工任务, 机器人只沿刀具方向作进给运动, 需考虑在钻孔法向的刚度性能. 柔度椭球半长轴长度 $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3$, 最小半长轴 λ_3 反映了机器人在 μ_3 方向上刚度性能最优. 该指标值越小, 机器人钻孔综合刚度性能越优, 受力变形越小, 从而提升加工精度.

面向铣削加工任务, 需考虑机器人位姿构型在铣削平面内的刚度性能优劣. 如图 6 所示, 在待加工工件切向沿刀具轨迹做一系列铣削平面, 该平面过柔度椭球球心, 并与柔度椭球相交呈椭圆. 结合机器人柔度椭球表达式 (17), 可得出切平面椭圆解析式:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{\lambda_1^2} + \frac{y^2}{\lambda_2^2} + \frac{z^2}{\lambda_3^2} = 1 \\ x \cos \alpha_\tau + y \cos \beta_\tau + z \cos \gamma_\tau = 0 \end{cases} \quad (19)$$

式中 $\cos \alpha_\tau, \cos \beta_\tau, \cos \gamma_\tau$ 为切平面单位法向量的方向余弦. 由切平面椭圆解析式 (18) 可求得该椭圆半长轴为 $\lambda_{\tau 1}$, 半短轴为 $\lambda_{\tau 2}$.

过机器人柔度椭球球心的切平面法线可表示为

$$\frac{x}{\cos \alpha_\tau} = \frac{y}{\cos \beta_\tau} = \frac{z}{\cos \gamma_\tau} \quad (20)$$

由式 (17) 和 (19) 可求得沿铣削平面法向的椭球半长轴为 λ_n 为

$$\lambda_n = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}{\sqrt{\lambda_2^2 \lambda_3^2 \cos^2 \alpha_\tau + \lambda_1^2 \lambda_3^2 \cos^2 \beta_\tau + \lambda_1^2 \lambda_2^2 \cos^2 \gamma_\tau}} \quad (21)$$

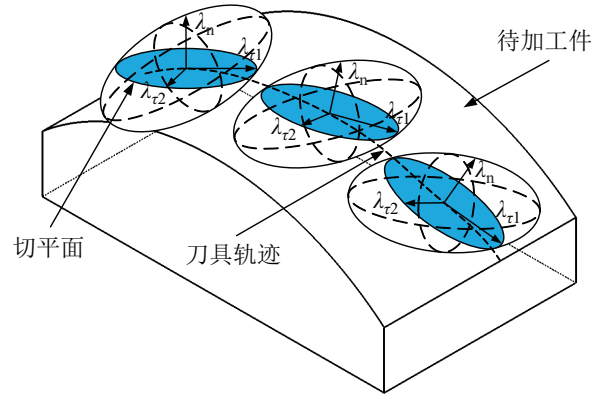


图 6 面向铣削任务的柔度椭球

Fig.6 Compliance ellipsoid for milling tasks

为评价铣削平面内的刚度性能, 提出各向同性度 $\mu = \lambda_{\tau 2} / \lambda_{\tau 1}$ 以及相交椭圆短半轴长度 $\lambda_{\tau 2}$. 各向同性度越大或短半轴长度越小, 表明铣削平面内刚度性能越优, 可适度提升铣削进给速度. 提出铣削平面法向评价指标 λ_n , 该值越小, 说明机器人在铣削平面法向刚度越优, 可减小加工误差.

4.2 刚度指标的验证

上文提出了面向铣削任务的机器人刚度性能指标, 包括各向同性度 μ (或交椭圆短半轴长度 $\lambda_{\tau 2}$) 与法向评价指标 λ_n . 为验证各向同性度 μ , 进行不同位姿铣削试验; 为验证法向指标 λ_n , 进行受载后机器人末端执行器线位移变形量的测量.

4.2.1 各向同性度验证

各向同性度 μ 以及加工面椭圆短半轴 $\lambda_{\tau 2}$ 主要影响铣削面内的加工精度. 选取 2 组不同机器人位姿, 如图 7 所示, 对 5A06 铝镁合金进行 $8 \text{ mm} \times 8 \text{ mm}$ 平面铣削试验, 分别测量铣削后平面粗糙度和平面度. 选取相同铣削工艺参数: 电主轴转速 $n = 4000 \text{ r/min}$, 进给速度 $f = 60 \text{ mm/min}$. 两种姿态下铣削结果如表 4 所示.

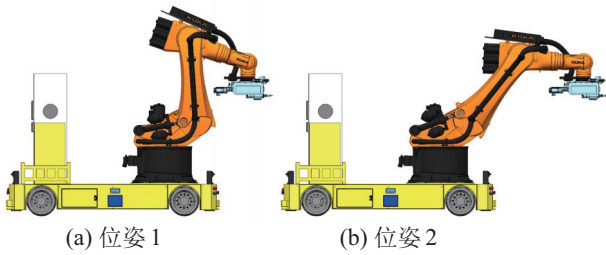


图 7 机器人铣削起始位置的 2 种姿态

Fig.7 Two poses of the robot in the start position of milling

表 4 2 种位姿下铣削结果对比
Tab.4 Comparison of milling results in the two poses

指标	位姿 1	位姿 2
转角 θ	[0.11, -93.76, 112.43, 0, 71.33, 0]	[-0.35, -51.49, 54.3, 0, 87.46, 0]
同性度 μ	0.9985	0.9928
短半轴 λ_{r2}	2.37e-4	5.67e-4
粗糙度 R_a	≈ 1.6	≥ 3.2
平面度 f	0.21 mm	0.34 mm

从对比结果可知, 平面同性度 μ 数值大、加工椭圆面短半轴 λ_{r2} 数值小的机器人位姿 1, 经铣削加工所得平面的粗糙度及平面度皆优于位姿 2.

4.2.2 法向指标验证

法向评价指标 λ_n 主要影响机器人在受载后的变形. 选取机器人 3 组位姿, 使用辨识实验的硬件设备, 分别对末端进行加载, 并使用激光跟踪仪测量末端线位移变形量, 实验结果如图 8 所示.

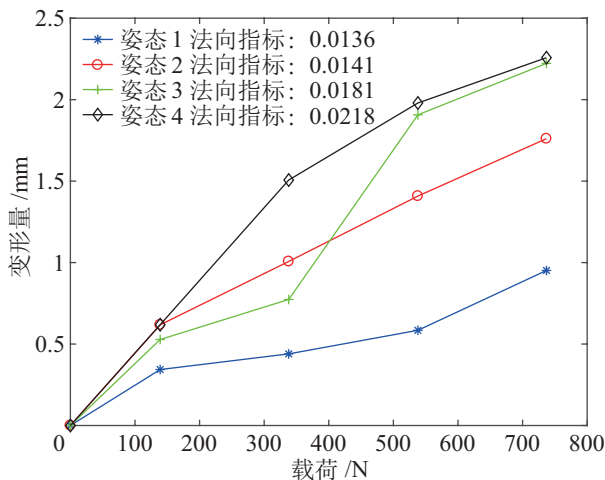


图 8 末端线位移变形与法向评价指标关系

Fig.8 Relationship between the deformation of end linear displacement and the normal evaluation index

从对比结果可知, 对于法向评价指标 λ_n 数值小的位姿 4, 机器人末端在受力情况下线位移变形量最小.

综上, 对于不同位姿, 各向同性度 μ 越大 (或加工椭圆面短半轴 λ_{r2} 越小) 且法向评价指标 λ_n 越小时, 该位姿的刚度性能越优, 可获得更优的加工精度. 同时也可证明上述两种机器人刚度性能评价是合理可行的.

5 基于遗传算法的刚度性能优化 (Optimization of the stiffness performance based on genetic algorithm)

对于一般空间运动轨迹, 5 个自由度即可满足机器人加工位姿要求^[18]. 而本文采用的库卡 KR500 机器人拥有 6 个旋转关节, 冗余自由度的出现使得机器人在面向同一加工对象时允许存在多种不同位姿, 如图 9 所示.

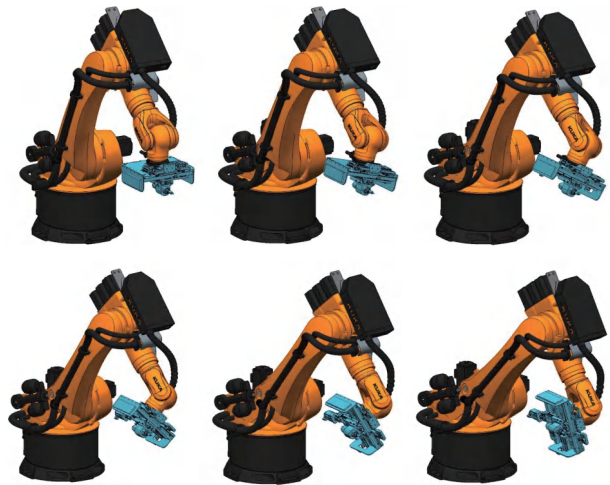


图 9 面向同一加工对象的不同位姿

Fig.9 Different poses when processing the same object

在连杆刚性假设前提下, 由式 (8) 可知, 机器人在笛卡儿空间内整体刚度与关节刚度以及各关节转角有关. 因此在上述多种不同位姿中存在一组位姿, 使得机器人刚度性能最优. 整个优化流程如图 10 所示.

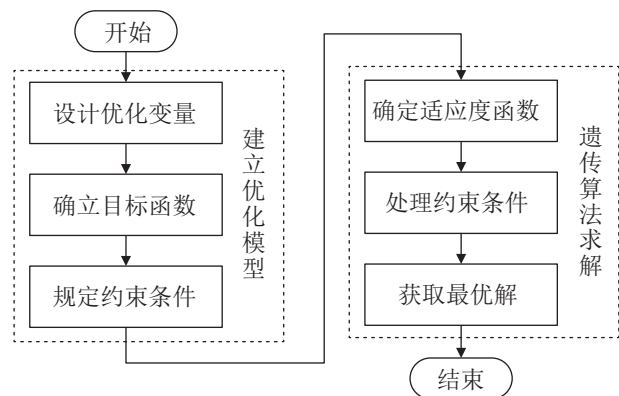


图 10 基于刚度的位姿优化流程

Fig.10 Stiffness-based pose optimization process

5.1 优化模型的建立

5.1.1 设计优化变量

本次优化问题的目标为获取一组面向某一待铣削加工位置的关节转角, 该组转角需满足所有约束条件, 且使机器人在该位姿下刚度性能最优. 机器人自身6个关节转角均为待确定的优化变量, 写成向量形式为

$$\boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ \theta_4 \ \theta_5 \ \theta_6] \quad (22)$$

式中 $\theta_1 \sim \theta_6$ 为机器人关节转角.

5.1.2 确立目标函数

笛卡儿刚度矩阵 \mathbf{K} 是描述机器人整体刚度性能的最直接表征. 然而 \mathbf{K} 为张量表述, 不能直观描述刚度性能优劣, 因此需引入标量判据.

对于机器人铣削加工任务, 需考虑机器人在加工面内的刚度性能以及在电主轴方向的刚度性能, 因此, 引入面向铣削任务的机器人柔度椭球, 如图11所示, 并选取各向同性度 $\mu = \lambda_{r1}/\lambda_{r2}$ (或加工面椭球短半轴 λ_{r2}) 以及法向评价指标 λ_n 为评价指标.

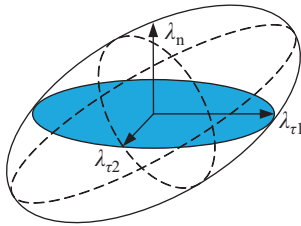


图11 柔度椭球与目标函数

Fig.11 The compliance ellipsoid and the objective function

为简化计算, 选取加工面椭圆短半轴 λ_{r2} 以及法向评价指标 λ_n , 二者均为优化变量 $\boldsymbol{\theta}$ 的多元函数, 因此该优化问题为多变量多目标优化问题, 运用权重系数变换法给出优化目标函数:

$$f(\boldsymbol{\theta}) = w_1 \cdot \lambda_{r2}(\boldsymbol{\theta}) + w_2 \cdot \lambda_n(\boldsymbol{\theta}) \quad (23)$$

式中 w_1 、 w_2 为各个优化目标的权重.

5.1.3 规定约束条件

优化问题的约束条件可分为界限约束和性态约束. 界限约束一般是对优化变量阈值的限值, 性态约束是对系统功能及在外界因素作用下系统产生响应的限值.

(1) 界限约束

基于刚度性能位姿优化的界限约束为各轴转角 $\boldsymbol{\theta}$ 的范围, 需考虑机器人自身关节转角及末端执行器导轨的行程限制; 此外还需保证机器人运动过程

中避免连杆干涉. 因此, 现规定优化变量 $\boldsymbol{\theta}$ 的行程范围, 如表5所示.

表5 机器人各关节转角行程范围

Tab.5 Rotational range of each joint of the robot

$\theta_1 /(^{\circ})$	$\theta_2 /(^{\circ})$	$\theta_3 /(^{\circ})$	$\theta_4 /(^{\circ})$	$\theta_5 /(^{\circ})$	$\theta_6 /(^{\circ})$
-45 ~ 45	-140 ~ -30	38 ~ 120	-350 ~ 350	-118 ~ 106	-350 ~ 350

则可确定优化变量的界限约束:

$$\theta_i \in [\theta_{i\min}, \theta_{i\max}] \quad (24)$$

(2) 性态约束

基于刚度性能位姿优化的性态约束为机器人需满足的相应加工位姿要求. 面向铣削加工任务, 全向移动平台将铣削机器人加工系统移至适当位置, 通过机器人各关节以及末端执行器的2个自由度的进给运动使机器人末端刀尖点与待加工点的位置满足极小误差要求, 且铣削刀轴方向与待加工面法向方向的方向偏差角也在极小误差内.

定义机器人刀尖点的位姿偏差为

$$\mathbf{E} = [\Delta x \ \Delta y \ \Delta z \ \Delta a \ \Delta b \ \Delta c] \quad (25)$$

式中 Δx 、 Δy 、 Δz 为末端刀尖点的位置偏差, Δa 、 Δb 、 Δc 为末端刀尖点的姿态角度偏差. 位置及姿态角偏差需满足上述一定精度, 即:

$$\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2} \leq e, \quad \max\{\Delta a, \Delta b, \Delta c\} \leq \varepsilon \quad (26)$$

式中 e 、 ε 为正极小数. 为满足实际铣削作业需求, $e = 0.1 \text{ mm}$, $\varepsilon = 0.1^{\circ}$.

机器人位姿偏差均为各优化变量 $\boldsymbol{\theta}$ 的函数, 因此优化变量的性态约束可写为

$$E(\boldsymbol{\theta}) = \{e(\boldsymbol{\theta}), \varepsilon(\boldsymbol{\theta})\} \quad (27)$$

5.1.4 确定优化模型

综合上述对优化变量、目标函数及约束条件的阐述, 可得出基于刚度性能的位姿优化模型, 其中关节转角 $\boldsymbol{\theta}$ 为约束条件.

$$\min f(\boldsymbol{\theta}), \quad \text{s.t.} \begin{cases} \theta_i \in [\theta_{i\min}, \theta_{i\max}] \\ E(\boldsymbol{\theta}) = 0 \end{cases} \quad (28)$$

该模型为多优化变量、多优化目标同时拥有等式与不等式约束条件的优化问题.

5.2 遗传算法求解

5.2.1 遗传算法简介

最优化问题目前可运用梯度下降法、消元法、拉格朗日法以及 KKT 法 (基于 Karush-Kuhn-Tucker 最优化条件的优化算法). 这些经典优化算法的求解结果过度依赖初值且仅能求出优化问题的局部最优解.

遗传算法是一种模拟生物进化自然选择过程的非确定性搜索方法, 源于达尔文的进化论和孟德尔的遗传定律^[19], 本质上是一种高效、并行、全局搜索的方法, 可求出全局最优解且具有较强鲁棒性. 它能通过分析待求解问题, 设计适应度函数对种群中的个体进行评估, 筛选出适应性更强的个体, 经过多次遗传迭代, 将适应度最优的个体作为待求解问题的最优解.

遗传算法求解流程如图 12 所示.

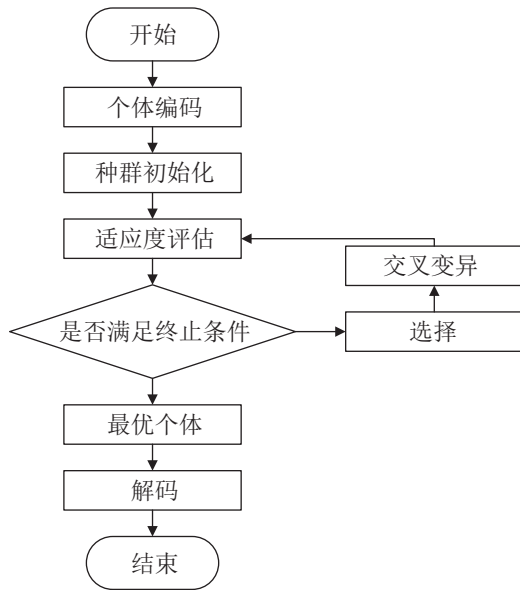


图 12 遗传算法流程图

Fig.12 Flowchart of the genetic algorithm

5.2.2 适应度函数的确立

遗传算法使用适应度概念度量各个个体在优化算法中可能或有助于达到最优解的程度, 是算法自然选择的唯一依据. 适应度高的个体将具有较大概率遗传到下一代, 适应度低的个体概率会小一些. 度量遗传个体适应度大小的函数就称为适应度函数.

适应度函数的选取直接影响到算法的收敛速度以及是否能寻找到全局最优解. 适应度函数代表个体遗传到下一代的概率, 一般具有单值、非负等性质^[20]. 适应度函数可看作为目标函数的函数, 因此可通过对目标函数进行相应变换获得适应度函数.

由于本次位姿优化为目标函数最小值问题, 故构造适应度函数 $g(\theta)$ 如下:

$$g(\theta) = \begin{cases} c_{\max} - f(\theta), & f(\theta) \leq c_{\max} \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad (29)$$

式中 c_{\max} 为目标函数 $f(\theta)$ 的最大估计值.

5.2.3 处理约束条件

对于遗传算法约束条件, 现阶段并没有固定的处理方法, 需针对具体约束条件进行具体分析. 一般地, 对于优化变量的界限约束, 将有约束优化问题转化为无约束优化问题; 对于性态约束, 可采用搜索空间限定法、可行解变换法以及罚函数法等.

(1) 界限约束条件的处理

界限约束条件的处理方法是将优化问题无约束化, 即将优化变量的可行域拓展转化到区间 $(-\infty, +\infty)$.

对于优化变量 θ 上下限约束: $\theta_i \in [\theta_{i\min}, \theta_{i\max}]$, 可通过变量代换的方法将变量 θ 无约束化, 引入反正切函数 $\theta = \arctan \psi$, 当 θ 在 $[-\pi/2, \pi/2]$ 内变化时, ψ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内分布. 因此对 θ 代换计算:

$$\begin{cases} \psi_1 = \tan(2\theta_1) \\ \psi_2 = \tan\left(\frac{18\theta_2}{11} + \frac{17\pi}{22}\right) \\ \psi_3 = \tan\left(\frac{90\theta_3}{41} + \frac{79\pi}{82}\right) \\ \psi_4 = \tan\frac{9\theta_4}{35} \\ \psi_5 = \tan\left(\frac{45\theta_5}{56} + \frac{3\pi}{112}\right) \\ \psi_6 = \tan\frac{9\theta_6}{35} \end{cases} \quad (30)$$

由式 (25) 反求出 θ 为

$$\begin{cases} \theta_1 = \frac{1}{2} \arctan \psi_1 \\ \theta_2 = \frac{11}{18} \arctan \psi_2 - \frac{17}{36} \pi \\ \theta_3 = \frac{41}{90} \arctan \psi_3 - \frac{79}{180} \pi \\ \theta_4 = \frac{35}{9} \arctan \psi_4 \\ \theta_5 = \frac{56}{45} \arctan \psi_5 - \frac{1}{30} \pi \\ \theta_6 = \frac{35}{9} \arctan \psi_6 \end{cases} \quad (31)$$

(2) 性态约束条件的处理

基于刚度的位姿优化采用罚函数法处理此类约束。基本思想为,对于解空间的不满足约束条件的个体,引入一个惩罚函数,从而降低该个体的适应度,使该个体遗传到下一代群体的概率降低。修改后的适应度函数 $G(\theta)$ 为

$$G(\theta) = \begin{cases} g(\theta), & \text{满足性态约束} \\ g(\theta) - P(\theta), & \text{不满足性态约束} \end{cases} \quad (32)$$

式中 $P(\theta)$ 为罚函数。

为实现机器人铣削加工,需通过各关节角转动使末端刀尖点到达待加工位置且刀具姿态与待加工工件表面法向重合,即满足约束: $E(\theta) = 0$ 。因此,以下列形式构建罚函数:

$$P(\theta) = \mu \cdot p(\theta) = \mu \cdot \varphi(E(\theta)) \quad (33)$$

式中 μ 为惩罚因子,函数 $\varphi(x)$ 满足:

$$\begin{cases} \varphi(x) > 0, & x \neq 0 \\ \varphi(x) = 0, & x = 0 \end{cases} \quad (34)$$

相关研究表明,惩罚因子与问题特性及任务分配特点有关^[21]。函数 $\varphi(x)$ 经典取法为: $\varphi(x) = |x|^q$, 指数系数 q 取正整数,一般取 $q = 2$ 最常见,相应的罚函数称为二次罚函数。

因此基于刚度的位姿优化模型可写成:

$$\max g(\psi) - \mu p(\psi), \quad \text{s.t. } \psi_i \in \mathbf{R} \quad (35)$$

5.3 优化结果

在 Matlab 软件中可以通过图形用户界面使用遗传算法工具,它可以快速地定义问题、设置算法选项并对优化问题进行详细设计^[19]。

在 Optimization Tool 工具箱中设置各个选项参数,此工具箱是以适应度最小化为优化目标。如图 13 所示,随着算法不断迭代,优化种群的最佳适应度及平均适应度逐渐减小并趋于稳定。优化结果如表 6 所示。最优位姿所对应关节转角为

$$\theta = [-4.512, -63.932, 103.263, 18.839, 53.130, 16.206] \quad (36)$$

5.4 结果验证

5.4.1 变形量测量验证

为验证优化结果的正确性,选取机器人刀尖点位置与优化位姿相同的 4 组机器人不同的冗余位姿,使用砝码盘对末端进行加载,所加载砝码均为 737.8 N,并测量各组位姿下的末端变形量,如表 7 所示。

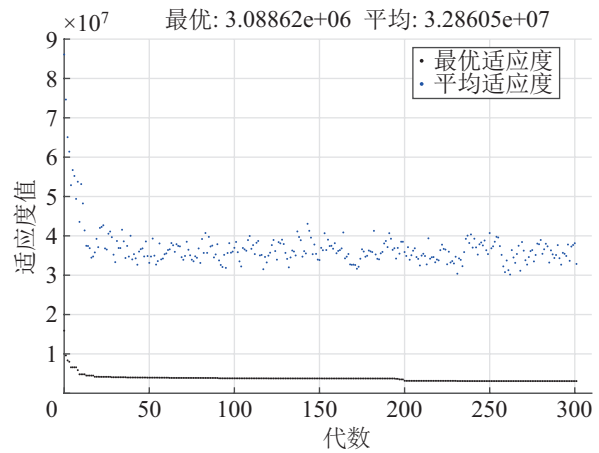


图 13 优化过程中的最佳适应度与平均适应度

Fig.13 The best fitness and the average fitness in the optimization process

表 6 机器人各关节转角行程范围

Tab.6 Rotational range of each joint of the robot

序号	关节转角 / (°)					
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6
1	-4.512	-63.932	103.263	18.839	53.130	16.206
2	-8.468	-61.606	103.741	35.867	57.796	30.678
3	-11.750	-57.984	104.228	49.943	65.186	42.549
4	-14.154	-53.296	104.597	61.066	74.504	51.833
5	-15.536	-47.718	104.628	69.806	85.137	59.040

由表 7 可知,经优化后的位姿 1,其刚度性能指标最大,受载后末端变形量最小,表明该优化能提升机器人刚度性能,可增强机器人抗变形能力。

表 7 不同冗余位姿下的变形量

Tab.7 Deformation in different redundant poses

位姿	变形量 / mm	适应度
1	0.836	3.08e+6
2	1.609	4.25e+6
3	1.831	4.84e+6
4	2.257	6.35e+6
5	2.796	7.18e+6

5.4.2 加工试验验证

对 5A06 铝合金进行 80 mm × 80 mm 平面的铣削试验,选取表 6 中机器人 2 组不同冗余位姿作为铣削加工进刀点初始位姿(位姿 1 为优化后机器人位姿,位姿 5 为末端刀尖点处于相同位置下的冗余位姿)。机器人铣削加工是以工件坐标系为工作坐标系,由于铣削平面较小,机器人在加工过程中的位姿是基于进刀点的初始位姿并保持刀具与加工平面法向一致的条件变化的。铣削工艺参数电主轴

转速为 7000 r/min, 进给速度为 80 mm/min, 铣削加工结果如图 14 所示。

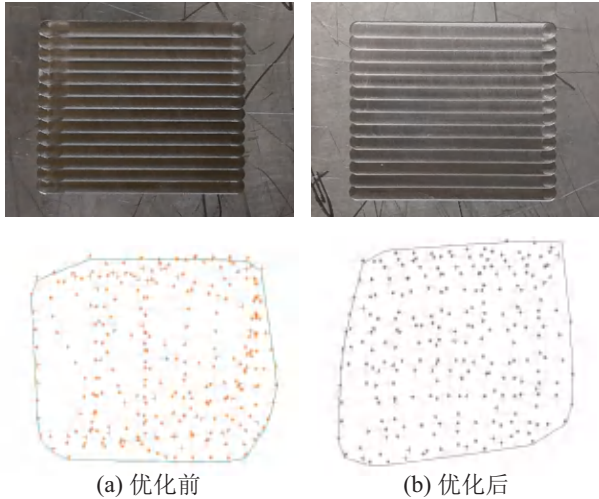


图 14 铣削结果与平面度拟合

Fig.14 Milling results and flatness fitting

使用激光跟踪仪在两铣削面上分别采集样点, 如图 15 所示, 在软件 SpatialAnalyzer 中采用最小二乘拟合法求出理想基准平面, 即实际平面上各点到该平面距离平方和最小的平面; 并计算平行于该基准面并包容实际被测点的两包容平面间的距离, 作为铣削面的平面度 f_{flatness} :

$$f_{\text{flatness}} = d_{\text{max}} - d_{\text{min}} \quad (37)$$

式中 d_{max} 、 d_{min} 分别为各测点相对于理想基准面的最大、最小偏差值。在 SpatialAnalyzer 计算机器人位姿优化前后加工面的平面度分别为 0.31 mm、0.17 mm, 在基于刚度的位姿优化后, 平面度提升 45%, 满足预期应用要求。由此也可证明优化的正确性。

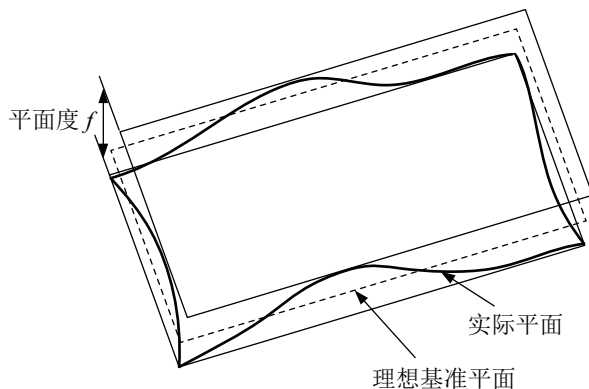


图 15 平面度计算原理

Fig.15 Calculation principle of the flatness

6 结论 (Conclusion)

为解决串联工业机器人因刚度性能弱而引起的加工精度难以保证的难题, 本文对库卡 KR500 机

器人进行静刚度建模分析, 并提出一种基于刚度性能的加工位姿优化方法。

(1) 运用虚功原理并开展多位姿刚度辨识实验, 获取机器人关节刚度, 建立机器人静刚度完备模型。

(2) 除适用于钻孔任务的法向评价指标外, 根据铣削加工特点并结合柔度椭球, 提出了各向同性度。所提出的指标适用于铣削加工面的机器人刚度性能评价, 可用来建立优化函数。

(3) 建立多约束、多目标的优化模型, 运用遗传算法求解最优加工位姿; 并通过开展铣削试验、测量优化前后加工面的平面度, 验证优化位姿的有效性; 试验表明, 平面度经位姿优化后可提升 45%。

(4) 工业机器人刚度性能是影响加工性能的重要因素。未来需对机器人因末端受力而产生的变形进行补偿, 进一步提升机器人加工精度及稳定性。这对机器人加工技术的应用及航天航空领域大型结构件的加工具有重要意义。

参考文献 (References)

- [1] Sendler U. Industrie 4.0[M]. Beijing: China Machine Press, 2014.
- [2] 周莹皓, 张加波, 乐毅, 等. 移动机器人技术在航天制造业中的应用[J]. 机械设计与制造工程, 2018, 47(2): 87-91.
Zhou Y H, Zhang J B, Le Y, et al. Application of mobile robot technology in the aerospace manufacturing industry[J]. Machine Design and Manufacturing Engineering, 2018, 47(2): 87-91.
- [3] 王浩. 工业机器人技术的发展与应用综述[J]. 中国新技术新产品, 2018(3): 109-110.
Wang H. Overview of the development and application of industrial robot technology[J]. New Technology & New Products of China, 2018(3): 109-110.
- [4] Guo Y J, Dong H Y, Ke Y L. Stiffness-oriented posture optimization in robotic machining applications[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2015, 35: 69-76.
- [5] Chen C, Peng F Y, Yan R, et al. Stiffness performance index based posture and feed orientation optimization in robotic milling process[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2019, 55: 29-40.
- [6] Shen N Y, Guo Z M, Li J, et al. A practical method of improving hole position accuracy in the robotic drilling process[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2018, 96: 2973-2987.
- [7] Celikag H, Sims N D, Ozturk E. Cartesian stiffness optimization for serial arm robots[J]. Procedia CIRP, 2018, 77: 566-569.
- [8] 吴石, 李荣义, 刘献礼, 等. 复杂曲面模具加工系统综合刚度场建模与分析[J]. 机械工程学报, 2016, 52(23): 189-198.
Wu S, Li R Y, Liu X L, et al. The modeling and analysis about comprehensive stiffness field of complex curved surface mould

- processing system[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2016, 52(23): 189-198.
- [9] Jiao J C, Tian W, Liao W H, et al. Processing configuration off-line optimization for functionally redundant robotic drilling tasks[J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2018, 110: 112-123.
- [10] Yue Y, Zheng L Y, Zhang Z L, et al. Research on numerical control of the mobile robotic machine tool[C]//IEEE 9th Annual International Conference on Cyber Technology in Automation, Control, and Intelligent Systems. Piscataway, USA: IEEE, 2019: 76-80.
- [11] Zhang J B, Wen K, Yue Y, et al. Research on key technologies for high-precision whole flexible machining of large-scale multi-supports cabin[C]//IEEE 10th International Conference on Mechanical and Aerospace Engineering. Piscataway, USA: IEEE. DOI: 10.1109/ICMAE.2019.8880959.
- [12] John J C. 机器人学导论[M]. 3版. 北京: 机械工业出版社, 2006.
- John J C. Introduction to robotics mechanics and control[J]. 3rd ed. Beijing: China Machine Press, 2006.
- [13] 谷勇霞, 张玉玲, 赵杰亮, 等. 柔性机械臂动力学建模理论与实验研究进展[J]. *中国机械工程*, 2016, 27(12): 1694-1703.
- Gu Y X, Zhang Y L, Zhao J L, et al. Advances on dynamics modeling and experimental studies for flexible manipulators[J]. *China Mechanical Engineering*, 2016, 27(12): 1694-1703.
- [14] Xiong G, Ding Y, Zhu L M. Stiffness-based pose optimization of an industrial robot for five-axis milling[J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2019, 55(A): 19-28.
- [15] Dumas C, Caro S, Garnier S, et al. Joint stiffness identification of six-revolute industrial serial robots[J]. *Robotics and Computer Integrated Manufacturing*, 2011, 27(4): 881-888.
- [16] Zargarbashi S H H, Khan W, Angeles J. Posture optimization in robot-assisted machining operations[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2012, 51: 74-86.
- [17] Bu Y, Liao W H, Tian W, et al. Stiffness analysis and optimization in robotic drilling application[J]. *Precision Engineering*, 2017, 49: 388-400.
- [18] 孙龙飞, 房立金, 梁风勇. 新型工业机器人结构设计及其全域刚度预估方法[J]. *机器人*, 2018, 40(5): 673-684.
- Sun L F, Fang L J, Liang F Y. Structure design and global stiffness prediction method of a novel industrial robot[J]. *Robot*, 2018, 40(5): 673-684.
- [19] 雷英杰, 张善文. 遗传算法工具箱及应用[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2014.
- Lei Y J, Zhang S W. Matlab genetic algorithm toolbox and application[M]. Xi'an: Xidian University Press, 2014.
- [20] 韩万林, 张幼蒂. 遗传算法的改进[J]. *中国矿业大学学报*, 2000, 29(1): 102-105.
- Han W L, Zhang Y D. Improvement of genetic algorithm[J]. *Journal of China University of Mining & Technology*, 2000, 29(1): 102-105.
- [21] Coello C A C. Theoretical and numerical constraint-handling techniques used with evolutionary algorithms: A survey of the state of the art[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2002, 191(11/12): 1245-1287.

作者简介:

陈钦韬 (1994 -), 男, 硕士, 助理工程师. 研究领域: 数字化加工, 智能机器人制造.

殷参 (1962 -), 男, 博士, 研究员. 研究领域: 航天器结构与机构.

张加波 (1981 -), 男, 博士, 研究员. 研究领域: 航空宇航制造工程, 航天器结构与机构.