

基于螺旋理论的四面体可展机构运动特性与动力学分析

韩 博^{1,2}, 韩媛媛³, 许允斗^{1,2}, 郑 东^{1,2}, 姚建涛^{1,2}, 赵永生^{1,2}

(1. 燕山大学河北省并联机器人与机电系统实验室, 河北 秦皇岛 066004;
2. 燕山大学先进锻压成形技术与科学教育部重点实验室, 河北 秦皇岛 066004;
3. 衡水学院数学与计算机科学系, 河北 衡水 053000)

摘 要: 为了解决星载四面体构架式可展开天线运动学和动力学建模分析困难的问题, 建立了一种基于螺旋理论的运动学和动力学特性分析方法. 首先分析了 3RR-3RRR 四面体可展机构的构型机理及几何特征, 基于螺旋理论绘制了旋量约束拓扑图, 计算了机构的自由度, 结果表明其只有 1 个自由度. 然后对其进行了运动学分析, 通过运动旋量的组合运算分析了各个构件的速度, 并推导得到了机构的雅可比矩阵, 采用旋量导数表示构件的 6 维加速度, 推导得到了各个花盘和杆件的角加速度与质心线加速度. 最后基于牛顿-欧拉方程和虚功原理建立了动力学方程, 并进行了数值计算与仿真验证, 数值计算结果与仿真结果完全一致, 验证了基于螺旋理论的运动学和动力学特性分析方法的正确性. 本文的研究方法在分析过程中各参数物理意义明确, 分析过程较为程式化, 易于编程, 适合应用于此类空间可展开机构的分析中.

关键词: 螺旋理论; 四面体可展机构; 自由度; 运动学; 动力学

中图分类号: TH112

文献标识码: A

文章编号: 1002-0446(2020)-01-0021-08

Kinematic Characteristics and Dynamics Analysis of the Tetrahedral Deployable Mechanism Based on the Screw Theory

HAN Bo^{1,2}, HAN Yuanyuan³, XU Yundou^{1,2}, ZHENG Dong^{1,2}

YAO Jiantao^{1,2}, ZHAO Yongsheng^{1,2}

(1. Parallel Robot and Mechatronic System Laboratory of Hebei Province, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China;
2. Key Laboratory of Advanced Forging & Stamping Technology and Science of Ministry of Education, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China;
3. Department of Mathematics and Computer Science, Hengshui University, Hengshui 053000, China)

Abstract: In order to solve the modeling and analysis problems of the kinematics and dynamics of the spaceborne tetrahedral space deployable antenna, a kinematics and dynamics characteristics analysis method based on screw theory is established. Firstly, configuration and geometric characteristics of the 3RR-3RRR tetrahedral deployable mechanism are analyzed, its screw constrained topology diagram is obtained based on screw theory, and its degree of freedom (DOF) is calculated to be only one. Then, the kinematics analysis of the mechanism is conducted, the velocities of the components are obtained through the combinatorial operation of kinematic twists, and the Jacobian matrix of this mechanism is also obtained. The 6-dimensional acceleration of each component is expressed by the screw derivative, and the angular accelerations and centroid linear accelerations of the node disks and rods are deduced. Finally, the dynamic equation is established based on the Newton-Euler equation and the principle of virtual work, and the numerical calculation and simulation verification are carried out. The simulation results are completely consistent with the numerical results, which verifies the correctness of the kinematics and dynamics characteristics analysis method based on screw theory. Every parameter has clear physical meanings in the analysis based on the proposed method, and the analysis process is easy to program due to its stylization and is suitable for the analysis of such spatial deployable mechanisms.

Keywords: screw theory; tetrahedral deployable mechanism; degree of freedom; kinematics; dynamics

1 引言 (Introduction)

随着地球卫星、载人飞船以及空间站等航天工程的不断发展, 空间天线已经成为各类航天系统不

可或缺的重要组成部分^[1], 它可以使航天器与地面基站之间进行通讯和数据传输, 让各类航天器得以充分发挥其功能^[2]. 随着科学技术的不断发展, 各类航天器对空间天线的增益提出了越来越高的要

求, 而提高天线增益的一个简单有效的技术手段就是直接增大天线的口径, 但由于运载发射器的有效容舱体积有限, 目前大口径空间天线多采用可展开的形式来实现功能, 它可以在运输时收拢, 在轨工作时完全展开^[3-6].

大口径空间可展开天线由桁架式支撑背架与网状反射面连接组合而成, 具有口径大、收拢率高、质量轻的特点, 目前在轨运行的空间可展开天线主要有环形周边桁架式可展开天线、四面体构架式可展开天线、环-柱形可展开天线以及径向肋式可展开天线等^[7-10]. 构架式可展开天线整个网面靠桁架支撑, 不仅刚度高且易于保证形面精度, 而且该类天线由若干个相似折展单元组成, 折叠比大, 已在国内外得到了较好的在轨应用, 如俄罗斯“联盟号”飞船上的可展开天线^[11]、日本 ETS-VIII 卫星天线^[12], 以及中国的 HJ-1-C 卫星天线^[13] 等, 已逐渐成为航天领域的研究热点之一.

随着四面体构架式可展机构的广泛应用, 一些学者针对这类机构的构型设计、自由度、运动学与动力学特性等相关问题进行了研究.

在构型及结构设计方面, Xu 等^[14] 基于对称型和非对称型四面体可展机构构造了一种抛物面式大型可展开天线, 并制作了原理样机. 刘文兰等^[15] 提出了一种带有复合铰链的四面体可展机构, 并利用其构造了大型构架式可展天线机构. 文 [16] 给出了带弹簧节点的四面体可展开天线的详细结构设计. 陈务军等^[17] 通过推导两端带扭簧的杆件宏单元的缩减线弹性刚度矩阵和一致质量矩阵分析了扭簧刚度对四面体可展机构展开过程的影响. Jin 等^[18] 应用多柔体动力学仿真软件对一种四面体构架式可展天线的展开过程进行了分析. 黄志荣等^[19-20] 对偏馈式四面体可展天线机构进行了系统的构型设计和展开协调性研究, 并基于驱动部件的失效模式开展了面向可靠性的四面体构架式可展天线的结构优化设计.

在机构的运动学和动力学特性分析方面, 由于可展机构属于复杂的空间多闭环耦合机构, 机构中的构件数量较多, 因此采用传统的分析方法分析运算时方程极为复杂, 而且随着机构单元数量的增多, 方程的复杂程度会成倍的增加. 螺旋理论采用对偶数来表示空间刚体的广义运动和受力, 具有表达形式简单、物理含义清晰的特点, 适合用于复杂开、闭环机构的运动学和动力学的研究, 目前已逐渐被应用于可展机构的分析中. 许允斗等^[21] 基于螺旋理论针对大型四面体构架式空间可展开天线机

构提出了一种拆杆等效的自由度分析方法, 该方法针对空间多闭环耦合机构具有较高的通用性. Zhao 等^[22] 和李端玲等^[23] 利用螺旋理论, 分别分析了平面型和球面型剪叉机构的运动特性问题. 徐瀚等^[24] 基于螺旋理论对一种水下机器人机构进行了运动学建模分析. Wei 等^[25] 基于螺旋理论和图论分析了魔术花球机构的自由度问题. Cai 等^[26] 基于螺旋理论研究了含有剪叉机构的霍伯曼球的运动学特性问题. 文 [27-28] 基于螺旋理论分别分析了剪叉机构组合单元的自由度、运动学以及动力学等问题.

上述文献针对四面体可展机构及其他不同种类的可展机构进行了分析. 可以发现, 关于四面体构架式可展机构的分析主要集中在构型设计以及结构优化方面, 但针对其运动特性与动力学方面的分析较少. 四面体构架式可展开天线的节点花盘及杆件较多, 其运动学与动力学是分析的难点, 如分析不清楚会导致天线展开时运动协调性难以保证, 致使其出现展开不完全的现象. 本文基于螺旋理论^[29], 利用旋量及其导数运算, 分析了四面体可展开机构的运动特性及其动力学问题.

2 四面体可展机构的构型及几何特征分析 (Configuration and geometric characteristics analysis of the tetrahedral deployable mechanism)

星载构架式空间可展开天线中的 3RR-3RRR 四面体可展机构单元包括 4 个花盘、3 根腹杆和 6 根同步杆, 如图 1 所示, 3 根腹杆长度相同, 6 根同步杆长度相同, 顶花盘所含的 3 个转动副均布在其周边各个侧面上, 底部 3 个花盘完全相同, 结构与顶花盘略有不同, 整体机构为空间对称型机构, 所含运动副均为转动副.

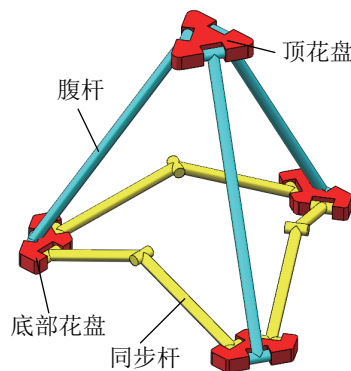


图 1 3RR-3RRR 四面体可展机构

Fig.1 3RR-3RRR tetrahedral deployable mechanism

3RR-3RRR 四面体可展机构中, 3 个腹杆与顶花盘连接的 3 个转动副轴线所在平面、3 个腹杆与

底面花盘连接的 3 个转动副轴线所在平面均与底面平行, 同一腹杆两端的转动副轴线相互平行, 同一个同步杆中的 3 个转动副轴线相互平行, 且所有同步杆中的转动副轴线与同步杆两端节点的连线垂直, 同步杆中的转动副的轴线与底面不平行. 3RR-3RRR 四面体可展机构的机构简图及其坐标系如图 2 所示, 在顶花盘 P 的中心建立参考坐标系 $O-XYZ$, Z 轴垂直于顶花盘 P 端面铅垂向上, X 轴沿底面花盘 A 、 B 中心连线且由 A 指向 B , Y 轴按右手定则确定.

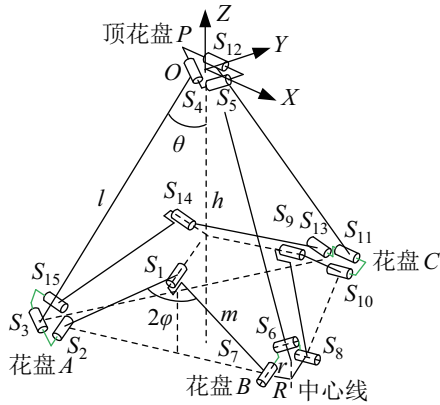


图 2 3RR-3RRR 四面体可展机构简图及坐标系

Fig.2 Diagram of the 3RR-3RRR tetrahedral deployable mechanism and the coordinate system

如图 2 所示, S_i 为各个关节转动副轴线方向, 取各花盘中心为花盘与所有同步杆连接的转动副轴线确定的内接圆圆心, 记内接圆半径为 R , 同步杆每段长 m , 伸直总长 $2m$, 同步铰链在同步杆中点, 同步杆折角 2φ ; 上层 3 个腹杆销轴所在平面与四面体底面 3 个花盘中心确定的平面距离为 h , 腹杆销轴到花盘中心轴线的距离为 r , 腹杆长 l ; 3 个腹杆与四面体中轴线夹角 θ 相等. 同步杆等长, 即 $AB = BC = AC$, 又由于 $PA = PB = PC$, 与同一个花盘相连的两根同步杆在 XOY 平面内的投影夹角为 60° , 相邻的腹杆在 XOY 平面内的投影夹角为 120° . 则角度 φ 与 θ 满足几何约束:

$$m \sin \varphi + R = \sqrt{3}r + \frac{\sqrt{3}}{2}l \sin \theta \quad (1)$$

3 四面体可展机构自由度分析 (DOF analysis of the tetrahedral deployable mechanism)

图 2 中 S_i 为各个转动副轴线方向, 亦即各个转动副的运动旋量的轴线方向, 为进行后续自由度及运动学和动力学分析, 基于图论理论和螺旋理论, 用圆圈表示相应的杆件, 线条表示相应的运动副,

D_i 表示各个同步杆, E_i 表示各个腹杆, $\$$ 表示相应转动副的单位运动旋量, 下标表示相应的运动副, 则可以得出 3RR-3RRR 四面体可展开机构单元的旋量约束拓扑图, 如图 3 所示.

图 3 中花盘 P 为固定构件, 根据参考坐标系及其几何参数设置, 可以得到 3RR-3RRR 四面体可展机构中的各个转动副的位置坐标和轴线方向, 通过运算可以得到各个转动副的单位运动旋量为

$$\left\{ \begin{aligned} \$1 &= [0 \quad 1 \quad 0 \quad 2h + l \cos \theta - m \cos \varphi \quad 0 \quad 0]^T \\ \$2 &= [0 \quad 1 \quad 0 \quad 2h + l \cos \theta \quad 0 \quad R - \sqrt{3}r - l \sin \theta]^T \\ \$3 &= \left[-\frac{1}{2} \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \quad 0 \quad \frac{\sqrt{3}}{2}h + \frac{\sqrt{3}}{2}l \cos \theta \quad 0 \right. \\ &\quad \left. -r - l \sin \theta \right]^T \\ \$4 &= \left[-\frac{1}{2} \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \quad 0 \quad \frac{\sqrt{3}}{2}h \quad \frac{1}{2}h \quad -r \right]^T \\ \$5 &= \left[\frac{1}{2} \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \quad 0 \quad \frac{\sqrt{3}}{2}h \quad -\frac{1}{2}h \quad -r \right]^T \\ \$6 &= \left[\frac{1}{2} \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \quad 0 \quad \frac{\sqrt{3}}{2}h + \frac{\sqrt{3}}{2}l \cos \theta \quad 0 \right. \\ &\quad \left. r + l \sin \theta \right]^T \\ \$7 &= [0 \quad 1 \quad 0 \quad 2h + l \cos \theta \quad 0 \quad \sqrt{3}r + l \sin \theta - R]^T \\ \$8 &= \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \frac{1}{2} \quad 0 \quad h + l \cos \theta \quad \sqrt{3}h - l \cos \theta \quad 0 \right]^T \\ \$9 &= \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \frac{1}{2} \quad 0 \quad h + l \cos \theta - m \cos \varphi \right. \\ &\quad \left. \sqrt{3}h - l \cos \theta \quad 0 \right]^T \\ \$10 &= \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \frac{1}{2} \quad 0 \quad h + \frac{l}{2} \cos \theta \right. \\ &\quad \left. -\sqrt{3}h - \frac{\sqrt{3}}{2}l \cos \theta \quad 0 \right]^T \\ \$11 &= [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -h - l \sin \theta \quad -l \sin \theta - r]^T \\ \$12 &= [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -h \quad -r]^T \\ \$13 &= \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \quad -\frac{1}{2} \quad 0 \quad h + \frac{l}{2} \cos \theta \quad -\frac{\sqrt{3}}{2}R \right. \\ &\quad \left. \frac{R}{2} - \frac{\sqrt{3}l}{2} \sin \theta \right]^T \\ \$14 &= \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \quad -\frac{1}{2} \quad 0 \quad -\frac{m}{2} \cos \varphi - h \quad \frac{\sqrt{3}}{2}r \right. \\ &\quad \left. \frac{\sqrt{3}}{2}r + \frac{l}{2} \sin \theta \right]^T \\ \$15 &= \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \quad -\frac{1}{2} \quad 0 \quad -h - \frac{l}{2} \cos \theta \right. \\ &\quad \left. \frac{\sqrt{3}}{2}l \sin \theta + \frac{R}{2} \quad \frac{\sqrt{3}}{2}r \right]^T \end{aligned} \right. \quad (2)$$

在图 3 所示的四面体可展机构的旋量约束拓扑图中, 环 I、II、III 为 3 个闭环机构, 整个四面体可展机构中所含运动副均为转动副, 用 ω_i 表示各个转动副的角速度大小, 则在环路 I 中, 闭环旋量约

束方程可以表示为

$$\begin{aligned} & -\omega_5 \$5 - \omega_6 \$6 - \omega_8 \$8 - \omega_9 \$9 + \omega_{10} \$10 + \\ & \omega_{11} \$11 + \omega_{12} \$12 = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (3)$$

式中, $\mathbf{0}$ 是 6 维零向量.

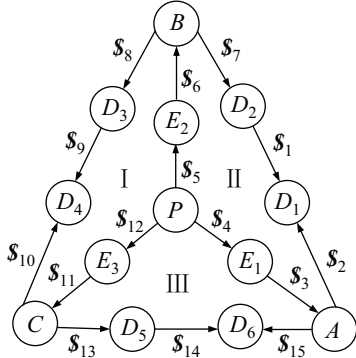


图 3 旋量约束拓扑图

Fig.3 Schematic of the screw constraint topology

同理得到, 在回路 II 中闭环旋量约束方程可以表示为

$$\begin{aligned} & \omega_1 \$1 - \omega_2 \$2 - \omega_3 \$3 - \omega_4 \$4 + \\ & \omega_5 \$5 + \omega_6 \$6 + \omega_7 \$7 = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (4)$$

在回路 III 中, 闭环旋量约束方程可以表示为

$$\begin{aligned} & \omega_3 \$3 + \omega_4 \$4 - \omega_{11} \$11 - \omega_{12} \$12 - \\ & \omega_{13} \$13 - \omega_{14} \$14 + \omega_{15} \$15 = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (5)$$

联立式 (3)~(5), 可以得到整个四面体可展机构的旋量约束方程组:

$$\begin{cases} -\omega_5 \$5 - \omega_6 \$6 - \omega_8 \$8 - \omega_9 \$9 + \\ \quad \omega_{10} \$10 + \omega_{11} \$11 + \omega_{12} \$12 = \mathbf{0} \\ \omega_1 \$1 - \omega_2 \$2 - \omega_3 \$3 - \omega_4 \$4 + \\ \quad \omega_5 \$5 + \omega_6 \$6 + \omega_7 \$7 = \mathbf{0} \\ \omega_3 \$3 + \omega_4 \$4 - \omega_{11} \$11 - \omega_{12} \$12 - \\ \quad \omega_{13} \$13 - \omega_{14} \$14 + \omega_{15} \$15 = \mathbf{0} \end{cases} \quad (6)$$

式中, $\mathbf{0}$ 是 6 维零向量.

将式 (6) 中的旋量约束方程组写成矩阵形式:

$$MN = \mathbf{0} \quad (7)$$

式中,

$$N = [\omega_1 \quad \omega_2 \quad \omega_3 \quad \cdots \quad \omega_{13} \quad \omega_{14} \quad \omega_{15}]^T \quad (8)$$

$$M = \begin{bmatrix} M_2 & M_3 & M_4 \\ M_5 & M_6 & M_1 \\ M_7 & M_1 & M_8 \end{bmatrix} \quad (9)$$

在式 (9) 中, 各个符号的表达式如下:

$$\begin{cases} M_1 = (\mathbf{0} \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{0}) \\ M_2 = (\mathbf{0} \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{0} \quad -\$5) \\ M_3 = (-\$6 \quad \mathbf{0} \quad -\$8 \quad -\$9 \quad \$10) \\ M_4 = (\$11 \quad \$12 \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{0}) \\ M_5 = (\$1 \quad -\$2 \quad -\$3 \quad -\$4 \quad \$5) \\ M_6 = (\$6 \quad \$7 \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{0}) \\ M_7 = (\mathbf{0} \quad \mathbf{0} \quad \$3 \quad \$4 \quad \mathbf{0}) \\ M_8 = (-\$11 \quad -\$12 \quad -\$13 \quad -\$14 \quad \$15) \end{cases} \quad (10)$$

式中, $\mathbf{0}$ 是 6 维零向量.

旋量约束矩阵 M 为一个 18×15 维矩阵, 机构的自由度数对应于约束矩阵的零空间维数, 代入相应的参数数值并通过 Matlab 软件计算可得:

$$R(M) = 14 \quad (11)$$

式中 R 为求矩阵的秩.

矩阵零空间的维数为列数减去矩阵的秩, 矩阵的列数为 15, 因此可以得到该四面体可展机构的自由度数为 1, 整体只有 1 个运动自由度.

4 四面体可展机构的速度与加速度分析 (Velocity and acceleration analysis of the tetrahedral deployable mechanism)

4.1 四面体可展机构速度分析

由第 3 节分析可知, 四面体可展机构整体只有 1 个运动自由度, 因此, 当给定其中一个输入, 对机构添加一个驱动, 比如 ω_1 , 通过式 (6) 中的旋量约束方程组可以解得方程组中的各个角速度未知量, 进而可以基于四面体可展机构的构型几何关系及其旋量约束拓扑图通过旋量运算得到图 2 中四面体可展机构单元各个花盘和杆件的 6 维旋量速度. 各个构件的 6 维旋量速度如下:

$$\begin{cases} \omega_4 \$4 = V_{E_1}, \quad \omega_5 \$5 = V_{E_2} \\ \omega_{12} \$12 = V_{E_3} \\ \omega_4 \$4 + \omega_3 \$3 = V_A \\ \omega_5 \$5 + \omega_6 \$6 = V_B \\ \omega_{12} \$12 + \omega_{11} \$11 = V_C \\ \omega_4 \$4 + \omega_3 \$3 + \omega_2 \$2 = V_{D_1} \\ \omega_5 \$5 + \omega_6 \$6 + \omega_7 \$7 = V_{D_2} \\ \omega_5 \$5 + \omega_6 \$6 + \omega_8 \$8 = V_{D_3} \\ \omega_{12} \$12 + \omega_{11} \$11 + \omega_{10} \$10 = V_{D_4} \\ \omega_{12} \$12 + \omega_{11} \$11 + \omega_{13} \$13 = V_{D_5} \\ \omega_4 \$4 + \omega_3 \$3 + \omega_{15} \$15 = V_{D_6} \end{cases} \quad (12)$$

式中, $\mathbf{V}_i$ 表示构件 i 的 6 维旋量速度.

当给定其中一个输入, 比如 ω_1 , 通过式 (6) 中的旋量约束方程组解得方程组中的各个角速度未知量后, 通过求解式 (12) 中各式就可以得到四面体可展机构中各个构件的旋量速度, 根据速度旋量的性质, 各个构件的角速度坐标量可以表示为

$$\omega_i = \omega(\mathbf{V}_i) \quad (13)$$

式中, $\omega(\cdot)$ 表示提取速度旋量的原部, 即前 3 项.

速度旋量中包括构件的角速度和线速度, 其原部为构件的角速度, 对偶部为构件上原点重合点的线速度, 所以构件质心的线速度可以表示为

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{v}(\mathbf{V}_i) + \omega(\mathbf{V}_i) \times \mathbf{r}_i \quad (14)$$

式中, $\mathbf{v}(\cdot)$ 表示提取速度旋量的对偶部, 即后 3 项, $\mathbf{r}_i$ 表示坐标原点到构件质心位置的坐标矢量.

通过以上分析计算, 就可以完成整个四面体可展机构中各个花盘和杆件的角速度和质心处线速度的求解.

4.2 雅可比矩阵

在求出各个构件的角速度和质心线速度之后, 将其组合便可以得到构件的 6 维速度矢量, 由于四面体可展机构为单自由度机构, 只需要 1 个驱动装置便可使其运动, 因此在各个构件的 6 维速度矢量中通过符号运算提取出输入角速度便可以得到该构件的雅可比矩阵:

$$\mathbf{V}'_i = \begin{bmatrix} \omega_i \\ \mathbf{v}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega(\mathbf{V}_i) \\ \mathbf{v}(\mathbf{V}_i) + \omega(\mathbf{V}_i) \times \mathbf{r}_i \end{bmatrix} = \mathbf{J}_i(\gamma) \dot{\gamma} \quad (15)$$

式中, $\mathbf{V}'_i$ 为构件 i 的 6 维速度矢量, $\mathbf{J}_i(\gamma)$ 即为构件 i 的速度雅可比矩阵, γ 为整体机构的驱动输入, 即驱动角函数.

4.3 四面体可展机构加速度分析

采用旋量导数来表示各个构件的加速度, 旋量加速度^[30]公式为

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_i \\ \mathbf{a} - \omega \times \mathbf{v} \end{bmatrix} \quad (16)$$

式中 $\mathbf{A}_i$ 表示机构中构件 i 的旋量加速度, 其表示的是构件上参考坐标系原点重合点的 6 维加速度量, $\boldsymbol{\varepsilon}_i$ 表示的是构件上参考坐标系原点重合点的角加速度量, $\mathbf{a}$ 为构件质心处的线加速度. 由式 (16) 可以看出, 6 维的旋量加速度中, 前 3 项为构件的角速度, 后 3 项为构件的线加速度减去其向心加速度量.

多刚体系统旋量加速度合成法则为

$${}^0\mathbf{A}_{0n} = \sum_{i=0}^{n-1} {}^0\mathbf{A}_{i(i+1)} + \sum_{i=0}^{n-2} \sum_{j=i+1}^{n-1} \text{Lie} [{}^0\mathbf{V}_{i(i+1)}, {}^0\mathbf{V}_{j(j+1)}] \quad (17)$$

式中, $\text{Lie}[\cdot]$ 为李括号运算, 其运算结果为 6 维矢量.

若有 2 个旋量:

$$\begin{cases} \mathbf{\$}_1 = (\mathbf{s}_1; \mathbf{s}_{01}) \\ \mathbf{\$}_2 = (\mathbf{s}_2; \mathbf{s}_{02}) \end{cases} \quad (18)$$

则 2 个旋量的李括号运算法则为

$$\text{Lie}[\mathbf{\$}_1, \mathbf{\$}_2] = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1 \times \mathbf{s}_2 \\ \mathbf{s}_1 \times \mathbf{s}_{02} - \mathbf{s}_2 \times \mathbf{s}_{01} \end{bmatrix} \quad (19)$$

通过多刚体系统旋量加速度合成法则, 可以得到四面体可展机构中各个构件的旋量加速度, 针对图 3 中的闭环 I 可得:

$$\begin{cases} \varepsilon_{12}\mathbf{\$}_{12} + \varepsilon_{11}\mathbf{\$}_{11} + \varepsilon_{10}\mathbf{\$}_{10} + \mathbf{\$}_{\text{Lie}}^1 = \mathbf{p}\boldsymbol{\varepsilon}_{D_4} \\ \varepsilon_5\mathbf{\$}_5 + \varepsilon_6\mathbf{\$}_6 + \varepsilon_8\mathbf{\$}_8 + \varepsilon_9\mathbf{\$}_9 + \mathbf{\$}_{\text{Lie}}^2 = \mathbf{p}\boldsymbol{\varepsilon}_{D_4} \end{cases} \quad (20)$$

式中,

$$\begin{cases} \mathbf{\$}_{\text{Lie}}^1 = \text{Lie}[\omega_{12}\mathbf{\$}_{12}, \omega_{11}\mathbf{\$}_{11}] + \\ \quad \text{Lie}[\omega_{12}\mathbf{\$}_{12}, \omega_{10}\mathbf{\$}_{10}] + \\ \quad \text{Lie}[\omega_{11}\mathbf{\$}_{11}, \omega_{10}\mathbf{\$}_{10}] \\ \mathbf{\$}_{\text{Lie}}^2 = \text{Lie}[\omega_5\mathbf{\$}_5, \omega_6\mathbf{\$}_6] + \text{Lie}[\omega_5\mathbf{\$}_5, \omega_8\mathbf{\$}_8] + \\ \quad \text{Lie}[\omega_5\mathbf{\$}_5, \omega_9\mathbf{\$}_9] + \text{Lie}[\omega_6\mathbf{\$}_6, \omega_8\mathbf{\$}_8] + \\ \quad \text{Lie}[\omega_6\mathbf{\$}_6, \omega_9\mathbf{\$}_9] + \text{Lie}[\omega_8\mathbf{\$}_8, \omega_9\mathbf{\$}_9] \end{cases} \quad (21)$$

因此有:

$$\varepsilon_{10}\mathbf{\$}_{10} + \varepsilon_{11}\mathbf{\$}_{11} + \varepsilon_{12}\mathbf{\$}_{12} + \mathbf{\$}_{\text{Lie}}^1 - \varepsilon_5\mathbf{\$}_5 - \varepsilon_6\mathbf{\$}_6 - \varepsilon_8\mathbf{\$}_8 - \varepsilon_9\mathbf{\$}_9 - \mathbf{\$}_{\text{Lie}}^2 = \mathbf{0} \quad (22)$$

式中, $\mathbf{0}$ 是 6 维零向量.

同理, 在图 3 的闭环 II、III 中也可以得到相应的旋量约束方程:

$$\varepsilon_5\mathbf{\$}_5 + \varepsilon_6\mathbf{\$}_6 + \varepsilon_7\mathbf{\$}_7 + \varepsilon_1\mathbf{\$}_1 + \mathbf{\$}_{\text{Lie}}^3 - \varepsilon_4\mathbf{\$}_4 - \varepsilon_3\mathbf{\$}_3 - \varepsilon_2\mathbf{\$}_2 - \mathbf{\$}_{\text{Lie}}^4 = \mathbf{0} \quad (23)$$

$$\varepsilon_4\mathbf{\$}_4 + \varepsilon_3\mathbf{\$}_3 + \varepsilon_{15}\mathbf{\$}_{15} + \mathbf{\$}_{\text{Lie}}^5 - \varepsilon_{12}\mathbf{\$}_{12} - \varepsilon_{11}\mathbf{\$}_{11} - \varepsilon_{13}\mathbf{\$}_{13} - \varepsilon_{14}\mathbf{\$}_{14} - \mathbf{\$}_{\text{Lie}}^6 = \mathbf{0} \quad (24)$$

式中, $\mathbf{0}$ 是 6 维零向量.

在已知输入的角加速度 (如 ε_1) 的情况下, 通过联立式 (22)~(24) 便可以求解出其他转动副的角加速度量.

在求出各个角加速度量后,即可得到各个关节相应的旋量加速度,提取其原部可以得到各个角加速度量为

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i = \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{\varepsilon}_i \boldsymbol{\$}_i) \quad (25)$$

式中, $\boldsymbol{\varepsilon}(\cdot)$ 表示提取旋量加速度的原部,即前 3 项.

求解出各个构件的角加速度之后即可对构件质心处的线加速度进行求解,各个构件的加速度为

$$\boldsymbol{a}_i = [\boldsymbol{a}(\boldsymbol{\varepsilon}_i \boldsymbol{\$}_i) + \boldsymbol{\omega}_i \times \boldsymbol{v}_i] + [\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{\varepsilon}_i \boldsymbol{\$}_i) \times \boldsymbol{r}_i] + [\boldsymbol{\omega}_i \times (\boldsymbol{\omega}_i \times \boldsymbol{r}_i)] \quad (26)$$

式中, $\boldsymbol{a}(\cdot)$ 表示提取旋量加速度的对偶部,即后 3 项.

至此,完成了四面体可展机构中各个构件的速度与加速度的建模与推导.

5 四面体可展机构动力学建模与仿真分析 (Dynamic modeling and simulation analysis of the tetrahedral deployable mechanism)

5.1 动力学建模

根据牛顿-欧拉公式,刚体所受的外力和力矩与其加速度和角加速度的关系为

$$\begin{cases} \boldsymbol{f} = \boldsymbol{m}\boldsymbol{a} \\ \boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{I}\boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{I}\boldsymbol{\omega} \end{cases} \quad (27)$$

式中, $\boldsymbol{f}$ 为构件所受外力, $\boldsymbol{\tau}$ 为构件所受力矩, $\boldsymbol{I}$ 为构件的惯性张量.

各构件的惯性力为

$$\boldsymbol{f}_i = -\boldsymbol{m}_i \boldsymbol{a}_i \quad (28)$$

各构件的惯性力矩为

$$\boldsymbol{\tau}_i = -[\boldsymbol{R}_i \boldsymbol{I}_i \boldsymbol{R}_i^T \boldsymbol{\varepsilon}_i + \boldsymbol{\omega}_i \times (\boldsymbol{R}_i \boldsymbol{I}_i \boldsymbol{R}_i^T \boldsymbol{\omega}_i)] \quad (29)$$

式中, $\boldsymbol{R}_i$ 为构件 i 的旋转变换矩阵.

由于可展开天线服役环境为在轨空间环境,因此不考虑重力的影响,将各个构件的惯性力和惯性力矩写成 6 维力矢量的形式:

$$\boldsymbol{F}_i = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_i \\ \boldsymbol{f}_i \end{bmatrix} \quad (30)$$

由虚功原理,可以得到四面体可展机构的整体动力学方程为

$$\boldsymbol{T} + \sum \boldsymbol{J}_i^T \boldsymbol{F}_i = \mathbf{0} \quad (31)$$

式中, $\boldsymbol{T}$ 为输入转矩, $\boldsymbol{J}_i$ 为构件 i 的雅可比矩阵.

5.2 数值仿真

为验证前述理论分析的正确性,建立了四面体可展机构的 3 维仿真模型,采用动力学仿真软件 ADAMS 和 Matlab 数值计算软件进行数值计算与仿真模拟验证,3RR-3RRR 四面体可展机构仿真模型如图 4 所示.

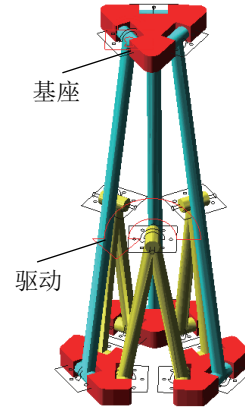


图 4 四面体可展机构仿真模型

Fig.4 Simulation model of the tetrahedral deployable mechanism

四面体可展机构结构及物理参数见表 1.

表 1 结构及物理参数

Tab.1 Structural and physical parameters

结构参数	数值
同步杆长度 m /mm	350
腹杆长度 l /mm	800
销轴到花盘距离 r /mm	54.67
花盘质量 m_i /kg	4.22
同步杆质量 m_j /kg	2.42
腹杆质量 m_k /kg	4.87
花盘惯量矩阵 $\boldsymbol{I}_i$ /(kg·cm ²)	diag(4,357,358)
同步杆惯量矩阵 $\boldsymbol{I}_j$ /(kg·cm ²)	diag(40,163,192)
腹杆惯量矩阵 $\boldsymbol{I}_k$ /(kg·cm ²)	diag(7,3156,3157)
同步杆初始折角 φ /(°)	10
驱动输入函数	$5t^2$
运动时间 t /s	5.6

运用前面分析推导得到的理论模型和表 1 中所给的机构参数,在 ADAMS 中进行模拟仿真.设定模拟环境为无重力环境,忽略摩擦及间隙等关节效应.全局坐标系设定于顶花盘质心位置处,坐标系轴线方向设置同图 2.设定角度函数,驱动同步杆连接关节进行动力仿真,驱动位置如图 4 所示.同时在 Matlab 中进行理论计算求解,四面体可展机构中各个构件的角速度、质心线速度、角加速度、质

心线加速度以及整体机构输入驱动力矩的仿真结果和理论计算结果如图 5~图 9 所示。

通过图 5~图 9 可以得出前述理论分析的正确性, 同时可以看出图中均只有 3 类曲线, 分别对应于花盘、腹杆和同步杆, 即四面体可展机构中所有底部花盘的运动特性相同, 所有腹杆的运动特性相同以及所有同步杆的运动特性相同, 这与四面体可展机构为空间对称型机构相对应。

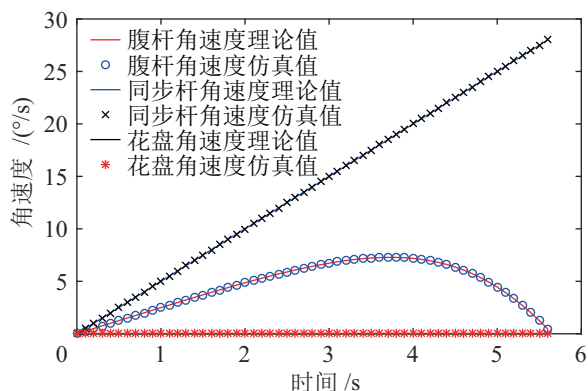


图 5 各构件的角速度

Fig.5 Angular velocities of the components

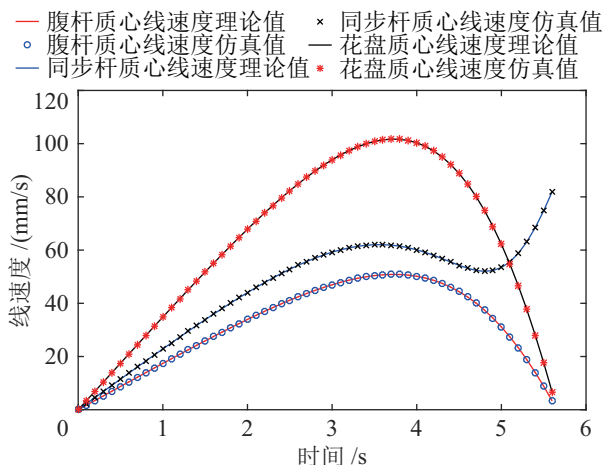


图 6 各构件的线速度

Fig.6 Linear velocities of the components

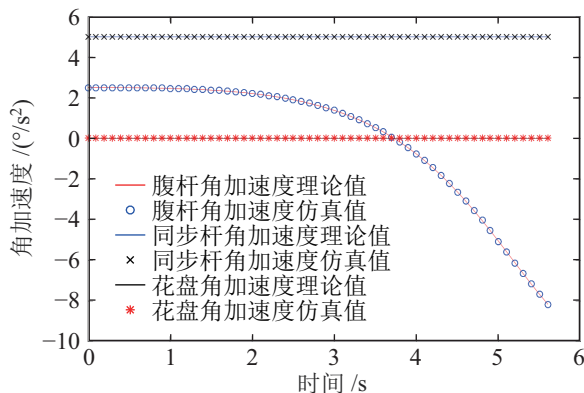


图 7 各构件的角加速度

Fig.7 Angular accelerations of the components

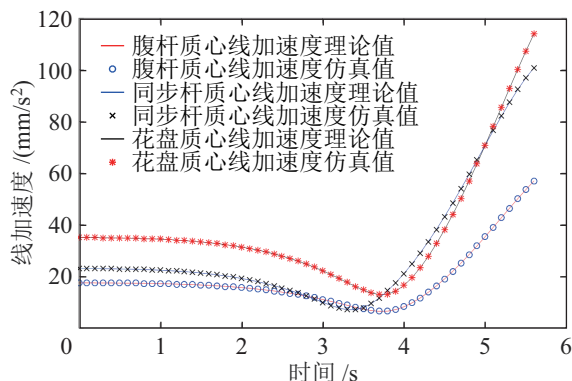


图 8 各构件的线加速度

Fig.8 Linear accelerations of the components

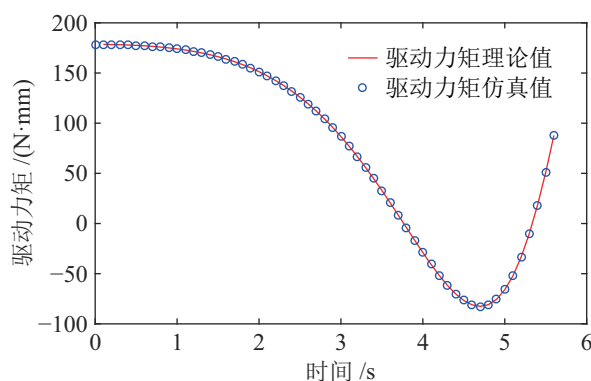


图 9 驱动力矩

Fig.9 Driving torque

从图 5 和图 7 可以看出, 在四面体可展机构运动过程中, 各个花盘的角速度和角加速度均为 0, 即在四面体可展机构运动过程中, 各个花盘只有移动并无转动, 这也与前述分析得到的 3RR-3RRR 四面体可展开机构单元只有 1 个运动自由度相对应。

6 结论 (Conclusion)

(1) 基于螺旋理论对 3RR-3RRR 四面体可展机构进行了分析, 首先分析了其构型及几何特征, 并通过旋量约束拓扑图分析了机构的自由度, 结果得到其只有 1 个运动自由度。

(2) 对 3RR-3RRR 四面体可展机构进行了速度和加速度特性分析, 通过速度旋量的组合运算, 得到了各个构件的速度, 并推导出了各个构件的速度雅可比矩阵; 利用旋量导数运算, 计算得到了各个构件的加速度。

(3) 对四面体可展机构进行了动力学分析, 基于牛顿-欧拉方程和虚功原理, 建立了矢量动力学方程, 通过数值仿真, 验证了理论模型的正确性。

(4) 本文以螺旋理论为基础, 对四面体可展机构单元的运动特性及动力学进行了分析, 此方法几何意义明确, 分析过程简单, 易于编程计算, 可较

好的应用于空间可展开机构的设计与分析中。

参考文献 (References)

- [1] 胡飞, 宋燕平, 郑士昆, 等. 空间构架式可展天线研究进展与展望 [J]. 宇航学报, 2018, 39(2): 111-120.
Hu F, Song Y P, Zheng S K, et al. Advances and trends in space truss deployable antennae[J]. Journal of Astronautics, 2018, 39(2): 111-120.
- [2] 贺云, 张飞龙, 杨明毅, 等. 卫星天线展开臂的随动吊挂重力补偿系统设计 [J]. 机器人, 2018, 40(3): 377-384.
He Y, Zhang F L, Yang M Y, et al. Design of tracking suspension gravity compensation system for satellite antenna deployable manipulator[J]. Robot, 2018, 40(3): 377-384.
- [3] 刘明治, 高桂芳. 空间可展开天线结构研究进展 [J]. 宇航学报, 2003, 24(1): 82-87.
Liu M Z, Gao G F. Advances in the study on structure for space deployable antenna[J]. Journal of Astronautics, 2003, 24(1): 82-87.
- [4] Santiago-Prowald J, Baier H. Advances in deployable structures and surfaces for large apertures in space[J]. CEAS Space Journal, 2013, 5(3-4): 89-115.
- [5] Dai L, Guan F L, Guest J K. Structural optimization and model fabrication of a double-ring deployable antenna truss[J]. Acta Astronautica, 2014, 94(2): 843-851.
- [6] Lu S N, Zlatanov D, Ding X L, et al. A new family of deployable mechanisms based on the Hoekens linkage[J]. Mechanism and Machine Theory, 2014, 73: 130-153.
- [7] 郑士昆, 宋燕平, 赵将, 等. 大型环形桁架天线进出地影期热致振动特性研究 [J]. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2017, 47(10): 104609. DOI: 10.1360/SSPMA2017-00092.
Zheng S K, Song Y P, Zhao J, et al. Research on thermally induced vibration of large hoop truss antenna moving through earth's shadow[J]. Scientia Sinica: Physica, Mechanica & Astronomica, 2017, 47(10): 104609. DOI: 10.1360/SSPMA2017-00092.
- [8] Meguro A, Tsujihata A, Hamamoto N, et al. Technology status of the 13 m aperture deployment antenna reflectors for engineering test satellite VIII[J]. Acta Astronautica, 2000, 47(2-9): 147-152.
- [9] 史创, 郭宏伟, 刘荣强, 等. 双层环形可展天线机构构型优选及结构设计 [J]. 宇航学报, 2016, 37(7): 869-878.
Shi C, Guo H W, Liu R Q, et al. Configuration optimization and structure design of the double-layer hoop deployable antenna mechanism[J]. Journal of Astronautics, 2016, 37(7): 869-878.
- [10] 韩博, 许允斗, 姚建涛, 等. 剪叉联动式双层环形桁架可展天线机构设计与分析 [J]. 载人航天, 2017, 23(3): 306-310.
Han B, Xu Y D, Yao J T, et al. Design and analysis of scissors linkage double ring truss deployable antenna mechanism [J]. Manned Spaceflight, 2017, 23(3): 306-310.
- [11] 刘荣强, 田大可, 邓宗全. 空间可展开天线结构的研究现状与展望 [J]. 机械设计, 2010, 27(9): 1-10.
Liu R Q, Tian D K, Deng Z Q. Research actuality and prospect of structure for space deployable antenna[J]. Journal of Machine Design, 2010, 27(9): 1-10.
- [12] Yamada K, Tsutsumi Y J, Yoshihara M, et al. Integration and testing of large deployable reflector on ETS-VIII[C]//21st International Communications Satellite Systems Conference and Exhibit. Reston, USA: AIAA, 2003. DOI: 10.2514/6.2003-2217.
- [13] 郑士昆, 冀有志, 崔兆云, 等. 环境一号 C 星 SAR 天线设计与分析 [J]. 雷达学报, 2014, 3(3): 266-273.
Zheng S K, Ji Y Z, Cui Z Y, et al. Design and analysis of HJ-1-C satellite SAR antenna[J]. Journal of Radars, 2014, 3(3): 266-273.
- [14] Xu Y, Guan F L. Structure-electronic synthesis design of deployable truss antenna[J]. Aerospace Science and Technology, 2013, 26(1): 259-267.
- [15] 刘玉兰, 许允斗, 姚建涛, 等. 3R-3URU 可展单元机构及其在构架式可展天线中的应用 [J]. 航空学报, 2017, 38(11): 313-323.
Liu W L, Xu Y D, Yao J T, et al. Deployable unit 3R-3URU and its application in deployable truss antenna [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2017, 38(11): 313-323.
- [16] 张京街, 关富玲, 胡其彪, 等. 带弹簧节点的大型构架式展开天线结构的设计和研究 [J]. 空间结构, 2000, 6(2): 30-37.
Zhang J J, Guan F L, Hu Q B, et al. Design and study of large deployable truss antenna with spring joints[J]. Spatial Structures, 2000, 6(2): 30-37.
- [17] 陈务军, 付功义, 董石麟, 等. 扭簧驱动构架式空间展开天线结构分析 [J]. 宇航学报, 2001, 22(1): 9-14.
Chen W J, Fu G Y, Dong S L, et al. Structural analysis for deployable space truss antenna with rotational springs activated[J]. Journal of Astronautics, 2001, 22(1): 9-14.
- [18] Jin M, Kazuhide A, Yumi S, et al. Deployment analysis of large space antenna using flexible multibody dynamics simulation[J]. Acta Astronautica, 2000, 47(1): 19-26.
- [19] 黄志荣, 郑士昆, 朱佳龙, 等. 环境一号 C 星构架反射器展开驱动部件优化设计 [J]. 雷达学报, 2014, 3(3): 282-287.
Huang Z R, Zheng S K, Zhu J L, et al. Design optimization of expansion driven components for the HJ-1-C satellite[J]. Journal of Radars, 2014, 3(3): 282-287.
- [20] 黄志荣, 宋燕平, 郑士昆, 等. 偏馈式构架反射器构型设计与展开协调性分析 [J]. 机械科学与技术, 2016, 35(11): 1791-1796.
Huang Z R, Song Y P, Zheng S K, et al. Analysis of configuration design and deployable coordination of offset-fed truss reflector[J]. Mechanical Science and Technology, 2016, 35(11): 1791-1796.
- [21] 许允斗, 刘玉兰, 陈亮亮, 等. 构架式可展天线机构自由度分析——拆杆等效法 [J]. 航空学报, 2017, 38(9): 316-327.
Xu Y D, Liu W L, Chen L L, et al. Mobility analysis of a deployable truss-antenna mechanism – Method based on link-demolishing and equivalent idea[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2017, 38(9): 316-327.
- [22] Zhao J S, Chu F L, Feng Z J. The mechanism theory and application of deployable structures based on SLE[J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(2): 324-335.
- [23] 李端玲, 张忠海, 于振. 球面剪叉可展机构的运动特性分析 [J]. 机械工程学报, 2013, 49(13): 1-7.
Li D L, Zhang Z H, Yu Z. Kinematic characteristic analysis of spherical scissors deployable mechanisms[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(13): 1-7.

- [10] Je H W, Baek J Y, Min C L. Current based compliance control method for minimizing an impact force at collision of service robot arm[J]. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 2011, 12 (2): 251-258.
- [11] Yamada Y, Suita K, Imai K, et al. A failure-to-safety robot system for human-robot coexistence[J]. Robotics and Autonomous Systems, 1996, 18(1/2): 283-291.
- [12] Jung B J, Koo J C, Choi H R, et al. Human-robot collision detection under modeling uncertainty using frequency boundary of manipulator dynamics[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2014, 28(11): 4389-4395.
- [13] de Luca A, Albu-Schaffer A, Haddadin S, et al. Collision detection and safe reaction with the DLR-III lightweight manipulator arm[C]//IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, USA: IEEE, 2006: 1623-1630.
- [14] 钟琮玮, 项基, 韦巍, 等. 基于扰动观测器的机械手碰撞检测与安全响应 [J]. 浙江大学学报: 工学版, 2012, 46(6): 1115-1121.
Zhong C W, Xiang J, Wei W, et al. Collision detection and safe reaction of manipulator based on disturbance observer [J]. Journal of Zhejiang University: Engineering Science, 2012, 46(6): 1115-1121.
- [15] 吴海彬, 李实懿, 吴国魁. 基于动量偏差观测器的机器人碰撞检测算法 [J]. 电机与控制学报, 2015, 19(5): 97-104.
Wu H B, Li S Y, Wu G K. Collision detection algorithm for robot manipulator based on momentum deviation observer[J]. Electric Machines and Control, 2015, 19(5): 97-104.
- [16] Lee S D, Song J B. Sensorless collision based on friction model for a robot manipulator[J]. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 2016: 17(1): 11-17.
- [17] Makarov M, Caldas A, Grossard M, et al. Adaptive filtering for robust proprioceptive robot impact detection under model uncertainties[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2014, 19(6): 1917-1928.
- [18] Sotoudehnejad V, Kermani M R. Velocity-based variable thresholds for improving collision detection in manipulators[C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, USA: IEEE, 2014: 3364-3369.
- [19] Gaz C, de Luca A. Payload estimation based on identified coefficients of robot dynamics — With an application to collision detection[C]//IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, USA: IEEE, 2017: 3033-3040.

作者简介:

- 李智靖 (1988—), 男, 博士生. 研究领域: 人与机器人交互安全, 机器人力控制.
- 叶锦华 (1982—), 男, 博士, 讲师. 研究领域: 机器人控制技术.
- 吴海彬 (1973—), 男, 教授, 博士生导师. 研究领域: 机器人控制, 机器人皮肤, 机电系统自动化.

(上接第 28 页)

- [24] 徐瀚, 李静, 陈原, 等. 基于螺旋理论的水下机器人矢量推进球面并联机构的运动学建模 [J]. 机器人, 2016, 38(6): 738-745.
Xu H, Li J, Chen Y, et al. Kinematic modeling of spherical parallel manipulator with vectored thrust function for underwater robot based on screw theory[J]. Robot, 2016, 38(6): 738-745.
- [25] Wei G W, Ding X L, Dai J S. Mobility and geometric analysis of the Hoberman switch-pitch ball and its variant[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2009, 2(3): 191-220.
- [26] Cai J G, Xu Y X, Feng J. Kinematic analysis of Hoberman's linkages with the screw theory[J]. Mechanism and Machine Theory, 2013, 63: 28-34.
- [27] Sun Y T, Wang S M, Li J F, et al. Mobility analysis of the deployable structure of SLE based on screw theory[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2013, 26(4): 793-800.
- [28] Sun Y T, Wang S M, Mills J K, et al. Kinematics and dynamics of deployable structures with scissor-like-elements based on screw theory[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2014, 27(4): 655-662.
- [29] 黄真, 赵永生, 赵铁石. 高等空间机构学 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2006: 1-86.
Huang Z, Zhao Y S, Zhao T S. Advanced spatial mechanism [M]. Beijing: Higher Education Press, 2006: 1-86.
- [30] Zhao T S, Geng M C, Chen Y H, et al. Kinematics and dynamics Hessian matrices of manipulators based on screw theory[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2015, 28(2): 226-235.

作者简介:

- 韩 博 (1992—), 男, 博士生. 研究领域: 空间可展开机构及其应用技术, 机器人机构学理论及应用.
- 韩媛媛 (1988—), 女, 硕士, 讲师. 研究领域: 计算机科学与控制技术, 物联网技术.
- 许允斗 (1985—), 男, 博士, 副教授. 研究领域: 并联机构理论及应用, 空间可展开机构及其应用技术, 锻造操作机技术.