

螺线型气动软体致动器设计与建模

张志远¹, 王松涛², 王学谦¹, 孟得山¹, 梁斌^{2,3}

(1. 清华大学深圳研究生院人工智能与机器人深圳市重点实验室, 广东 深圳 518055;
2. 深圳清华大学研究院, 广东 深圳 518057; 3. 清华大学自动化系, 北京 100084)

摘要: 为了探索海马尾巴的解旋能力, 基于生物结构的启发提出了一种基于螺线构型的气动软体致动器。区别于已有的软体致动器的弯曲运动, 螺线型气动软体致动器(螺线型致动器)随着输入气压的增大可以实现正负曲率两个方向的展开运动。首先, 在保持基体外侧弧长相同的情况下, 依据圆形、阿基米德螺线、对数螺线 3 种不同螺线的数学表达式对螺线型致动器进行了 3 种结构设计; 其次, 基于超弹性材料模型、几何关系和虚功原理建立并修正了通用的静力学模型, 描述输入气压与展开角度的关系; 然后, 对 3 种结构的螺线型致动器进行样机制作, 并测试了它们的运动性能; 最后, 对比静力学模型计算结果和样机实验数据, 最大平均展开角度误差为 10.0166°, 证明了模型的准确性。另外, 根据从形状刻度线采集的坐标数据转换得到的构型空间参数, 重建了螺线型致动器在不同展开状态下的理论展开形状, 验证了构型空间参数获取方法的可行性。

关键词: 螺线; 气动软体致动器 (PSA); 虚功原理; 静力学分析; 形状重建

中图分类号: TP242

文献标识码: A

文章编号: 1002-0446(2020)-01-0010-11

Design and Modeling of a Spiral Pneumatic Soft Actuator

ZHANG Zhiyuan¹, WANG Songtao², WANG Xueqian¹, MENG Deshan¹, LIANG Bin^{2,3}

(1. Shenzhen Key Laboratory of Artificial Intelligence and Robotics, Graduate School at Shenzhen, Tsinghua University, Shenzhen 518055, China;

2. Research Institute of Tsinghua University at Shenzhen, Shenzhen 518057, China;

3. Department of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: In order to explore the unwinding ability of the seahorse tail, a pneumatic soft actuator (PSA) with the spiral configuration is proposed based on the biological inspiration. Different from the bending motion of common soft actuators, the spiral pneumatic soft actuator (spiral PSA) can realize the unwinding motion in both directions of the positive and the negative curvature as the input air pressure increases. Firstly, 3 types of structures of the spiral PSAs are designed based on the mathematical expression of 3 different spirals, the circular spiral, the Archimedes spiral, and the logarithmic spiral, keeping the length of the outside arc of the actuator bodies the same. Secondly, the general statics model of the spiral PSA is established and modified based on the superelastic material model, the geometric relationship and the virtual work principle, to describe the relationship between the input pressure and the unwinding angle. Thirdly, the 3 types of structures of the spiral PSAs are prototyped, and their actual unwinding performances are tested. Finally, the data calculated by statics model is compared with the data from prototype experiments, and the maximum average unwinding angle error is 10.0166°, which proves the accuracy of the model. In addition, the actuator theoretical unwinding shapes under different unwinding states are reconstructed according to the configuration parameters converted from experimental data of shape scale lines, and the feasibility of the method for obtaining the configuration parameters is verified.

Keywords: spiral; pneumatic soft actuator (PSA); virtual work principle; statics analysis; shape reconstruction

1 引言 (Introduction)

近年来, 基于自然界生物体结构的启发, 国内外对仿生软体机器人的研究逐渐兴起。气动软体致动器具有质量轻、柔顺性好、响应迅速、抗压能力强、安全性高等优点, 因而在连续型机械臂^[1-2]、

软体手爪^[3]、爬行机器人^[4-6]、辅助康复手套^[7]以及仿生章鱼手^[8]、仿生鱼^[9]等研究方向应用广泛。气动软体致动器成为软体机器人领域的重要研究对象之一。

几种典型的气动软体致动器是: 20 世纪 50 年代, McKibben 发明的 McKibben 气动肌肉^[10]、阻

塞基致动器^[11-12]、气动网格^[3]、纯扭转致动器^[13]以及不同类型的致动器的组合^[14-16]。

现阶段, 气动软体致动器具有如下结构特点:

(1) 致动器的基体由弹性材料制成, 内部留有气腔或气动网格. 利用输入的高压气体作为驱动, 可以实现收缩、伸长、弯曲、扭转等高柔顺、高冗余的复杂运动; (2) 致动器的初始构型多是直线拉伸型, 截面是圆形、半圆形或矩形.

自然界中存在多种螺线形式的生物构型, 如鹦鹉螺、货币虫、植物藤蔓、海马尾巴^[17]等, 其中, 海马的尾巴通常保持为对数螺线构型, 当海马尝试抓住海藻、珊瑚等物体以抵抗海水冲击时, 尾巴会先进行展开运动, 然后再进行弯曲运动以环抱物体; 生活中唱片音槽、蚊香、凸轮等物体也是螺线构型, 如图 1 所示. 这些生物或物品的构型大多符合阿基米德螺线^[18]或对数螺线^[19]等螺线构型. 受以上螺线构型生物体结构的启发, 结合现阶段多数气动软体致动器的结构特点, 本文提出了新型螺线型气动软体致动器(螺线型致动器). 为了探究海马尾巴的解旋能力以及不同螺线构型对致动器的展开运动性能的影响, 本文在保持基体外侧弧长相同的情况下, 基于圆形、阿基米德螺线和对数螺线 3 种常见的具有代表意义的螺线, 比较和分析了不同螺线型气动软体致动器.

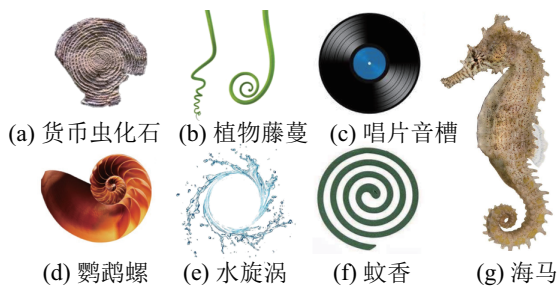


图 1 螺线构型

Fig.1 Spiral configurations

建模方面, 气动软体致动器致动过程中存在材料非线性、几何非线性和约束非线性, 导致准确的气动软体致动器的数学模型难以建立. 多数模型只是预测其变化趋势而不能实现精确的控制. 文献中, 常用的建模方法有: (1) 利用输入气压产生的驱动力矩和硅橡胶材料产生的反力矩之间的平衡关系建模. 这种方法虽然易于理解, 但是模型求解困难, 其中的积分运算无法得到解析解, 且模型准确度不高^[20]. (2) 基于虚功原理和常曲率模型建模. 这种方法建立的模型准确度较高, 但是要求致动器符合常曲率假设并具有准确的几何变形参数^[21-22].

(3) 另外还有研究者采用拉格朗日方程^[23]、Cosserat 理论等^[24]方法建模. 这些方法建立的模型精度较高, 但是需要多次运算求取能量, 公式冗长且推导复杂, 难以进行实际应用.

参考文献 [21-22], 本文在已有的超弹性材料模型、几何关系和虚功原理建模方法的基础上, 通过引入几何修正参数, 对螺线型气动软体致动器建立静力学模型.

未来, 螺线型致动器具有多种潜在应用领域, 如: (1) 医疗领域, 开发新型康复手套. 已有文献中所设计的康复手套初始构型多是直线, 通过充气产生弯曲变形带动手指关节弯曲^[7], 但是多数病患的手指初始构型并不是直线, 而是各种无规则的形状. 根据病患手指的形状选择螺线型致动器的构型空间参数, 可以更有效更舒适地帮助病患展开僵硬的弯曲的手指. (2) 仓储和物流领域, 设计新型抓手, 抓取轻质易碎的物体, 同时减少自身占用的空间. (3) 应急和安防领域, 设计新型弹射装置, 利用致动器末端在展开运动过程中产生的动能弹射物体. 目前, 螺线型致动器的研究尚处于初期阶段, 本文研究了螺线型致动器结构设计、制备方案和理论建模的可行性, 旨在为螺线型致动器的高精度伺服控制和工程应用提供理论基础.

2 螺线型气动软体致动器结构设计 (Structure design of the spiral pneumatic soft actuator)

根据解析几何基础知识, 螺线的数学表达式有极坐标方程式和笛卡儿坐标方程式^[25], 两者的关系如式 (1) 所示:

$$\begin{cases} r = f(\phi) \\ x = r \cos \phi \\ y = r \sin \phi \end{cases} \quad (1)$$

其中 ϕ 为螺线角度, r 为螺线半径, 不同螺线类型, r 与 ϕ 之间的函数关系不同; x 和 y 分别为相应的笛卡儿坐标系下的坐标值.

式 (1) 中, 阿基米德螺线的极坐标方程式为

$$r = R_0 + C_0 \phi \quad (2)$$

其中, R_0 为螺线起点与极坐标原点的距离, C_0 为螺线半径 r 随螺线角度变化的速率. 对于确定的螺线构型, 螺线的极坐标方程表达式唯一, 此时 R_0 和 C_0 均为常数.

圆形可以看作特殊的阿基米德螺线, 其极坐标方程式为

$$r = R_0 + C_0\phi, \quad C_0 = 0 \quad (3)$$

对数螺线的极坐标方程式为

$$r = R_0 e^{C_0\phi} \quad (4)$$

根据海马尾巴的运动特点, 螺线型气动软体致动器具有如下运动性能需求: (1) 致动器展开运动范围大, 随着输入气压的变化可以实现正负曲率 2 个方向的展开运动; (2) 展开运动过程中, 没有明显的伸展耦合变形. 根据运动性能需求, 本文分别设计了圆形、阿基米德螺线和对数螺线 3 种构型的气动软体致动器, 如图 2 所示.

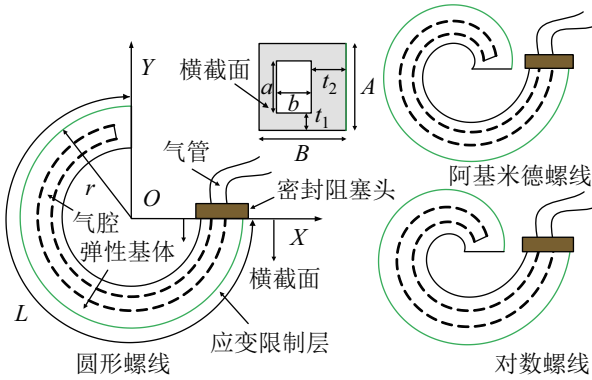


图 2 螺线型气动软体致动器模型图

Fig.2 Model diagram of the spiral pneumatic soft actuator

致动器的基体由超弹性硅胶材料制作成形. 根据文 [17], 相比于圆形截面, 方形截面的尾巴使得海马能够在较小的变形范围内抵抗更大的冲击力, 并且能够提高海马的抓取能力. 为了提高致动器抵抗外力影响的能力、获得更好的应变限制效果、降低样机制造的难度, 模仿海马尾巴将致动器基体的扫描截面选为矩形. 致动器内部有 1 个充气气腔, 为了保持致动过程中致动器壁厚形变的均匀性, 气腔的扫描截面也选为矩形. 致动器利用输入的气压作为驱动, 实现展开运动. 气压越大其曲率越小, 曲率减小到 0 之后可以实现一定程度的负曲率展开运动. 基体外侧粘贴有应变限制层, 用于限制轴向的伸展运动并且增强展开运动. 密封阻塞头用于堵塞气腔, 防止漏气.

3 螺线型气动软体致动器建模 (Modeling of the spiral pneumatic soft actuator)

第 2 节螺线型气动软体致动器的结构表明, 输入气压不同, 致动器对应的展开角度不同. 本文基于超弹性材料模型、几何关系和虚功原理对所设计

的螺线型气动软体致动器提出了一种通用的建立静力学模型的方法, 所建立的静力学模型基于以下假设 [21]:

(1) 致动器的基体在展开过程中均匀变化, 即输入气压均匀地作用于气腔表面;

(2) 应变限制层厚度足够小, 并且不会产生拉伸变形;

(3) 硅橡胶材料近似不可压缩, 即弹性基体的总体积在展开过程中保持不变.

3.1 材料模型

根据超弹性材料的性能特点, 通常采用应变能密度函数来建立应力与应变之间的非线性模型. 常用的函数模型有 Neo-Hookean 模型 [26]、Yeoh 模型 [27]、Mooney-Rivlin 模型 [28] 等. 其中, Yeoh 模型对于大变形行为的描述能力强, 且其模型参数可以用简单的单轴拉伸实验获得. 因此本文采用 Yeoh 模型建立材料应力与应变之间的非线性关系. 应变能密度函数模型为

$$W = \sum_{i=1}^n C_i (I_1 - 3)^i + \sum_{k=1}^n \frac{1}{d_k} (J - 1)^{2k} \quad (5)$$

其中, J 是材料变形后与变形前的体积比, 对于不可压缩材料, $J = 1$; d_k 为材料常数; n 为应变能密度函数的阶数; C_i 为材料参数; I_1 为应变张量的第 1 个不变量, 即:

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad (6)$$

其中, λ_1 、 λ_2 和 λ_3 分别为致动器轴向、径向和周向的主拉伸比 [21,26].

本文采用 Elastosil M4601 硅胶材料制作螺线型致动器的弹性基体, 对于该硅胶材料利用式 (7) 所述 Yeoh 模型经典的二项参数形式即可较为准确地拟合其应力-应变特性 [20,29], 其中: $C_1 = 0.11$ MPa, $C_2 = 0.02$ MPa.

$$W = C_1 (I_1 - 3) + C_2 (I_1 - 3)^2 \quad (7)$$

3.2 致动器静力学模型

如图 3 所示, 建立致动器坐标系. 将螺线型致动器应变限制层初始状态下的起始位置定义为世界坐标系 $\{W\}$ 的原点, 将致动器展开状态下的运动坐标系定义为坐标系 $\{O\}$, 致动器在充气后 3 个方向上的变形关系可以表示为

$$\begin{cases} \lambda_1 = \frac{l_a}{l_{a0}} \\ \lambda_2 = \alpha \cdot \frac{S_a}{S_{a0}} \\ \lambda_3 = \frac{t}{t_0} \end{cases} \quad (8)$$

其中: l_{a0} 、 S_{a0} 和 t_0 分别为初始状态下螺旋型致动器气腔外侧弧长、气腔截面积和壁厚, 其中 $t_0 = t_1 < t_2$; l_a 、 S_a 和 t 分别为充气状态下螺旋型致动器气腔外侧弧长、气腔截面积和壁厚; α 为气腔截面积几何修正参数. 因为随着输入气压的增大, 气腔横截面的变形会越来越严重, 以至于不再是严格的矩形截面, 因此引入几何修正参数 α 对几何变形进行修正^[30].

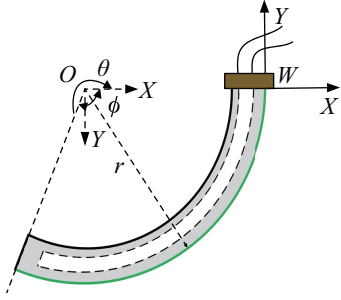


图 3 展开后的螺旋型气动软体致动器 (正曲率)

Fig.3 Unwinding shape of the spiral PSA (positive curvature)

由于气压均匀地作用在气腔内表面, 可以得到式 (9) 和式 (10) 所示几何关系:

$$\begin{cases} a = a_0 + n \\ b = b_0 + n \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} A = a + 2t \\ B = b + \frac{8t}{3} \end{cases} \quad (10)$$

其中: n 为气腔截面尺寸随气压增大而产生的增量, a_0 和 b_0 分别为初始状态下螺旋型致动器气腔截面的长和宽, a 和 b 、 A 和 B 分别为充气状态下螺旋型致动器气腔截面的长和宽、致动器截面的长和宽.

另外, 由于充气过程中螺旋型致动器壁厚变化与展开角度的几何关系难以精确表述, 为了简化计算, 假设壁厚与展开角度呈式 (11) 所示简单的线性递减关系. 其中 β 为引入的壁厚几何修正参数, θ 为充气状态下螺旋型致动器的展开角度.

$$t = t_0 - \beta\theta \quad (11)$$

螺旋型致动器的弧长可通过积分运算求得, 如图 3 所示, 当充气状态下螺旋型致动器位于世界坐标系 $\{W\}$ 的第 2 象限或第 3 象限时, L 表示为

$$L = \int_{\theta}^{\theta+\phi} g(\phi) d\phi = \int_{\theta}^{\theta+\phi} \sqrt{\left(\frac{dx}{d\phi}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\phi}\right)^2} d\phi \quad (12)$$

对于圆形螺旋线, $g(\phi)$ 可以具体表示为

$$g(\phi) = R_0 \quad (13)$$

对于阿基米德螺旋线, $g(\phi)$ 可以具体表示为

$$g(\phi) = \sqrt{(R_0 + C_0\phi)^2 + C_0^2} \quad (14)$$

对于对数螺旋线, $g(\phi)$ 可以具体表示为

$$g(\phi) = \sqrt{(R_0 e^{C_0\phi})^2 + (R_0 C_0 e^{C_0\phi})^2} \quad (15)$$

如图 4 所示, 当充气状态下螺旋型致动器位于世界坐标系 $\{W\}$ 的第 4 象限或第 1 象限时, L 应改写为

$$L = \int_0^{\theta} g(\phi) d\phi = \int_0^{\theta} \sqrt{\left(\frac{dx}{d\phi}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\phi}\right)^2} d\phi \quad (16)$$

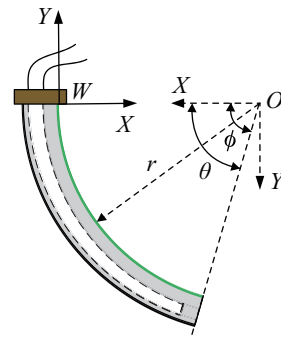


图 4 展开后的螺旋型气动软体致动器 (负曲率)

Fig.4 Unwinding shape of the spiral PSA (negative curvature)

气腔内气体所占体积 V_a 与硅橡胶所占体积 V_s 可以分别表示为

$$\begin{cases} V_a \approx l_a ab \\ V_s \approx LAB - l_a ab \end{cases} \quad (17)$$

因为弹性基体的总体积在展开过程中保持不变, 所以有:

$$V_s = V_{s0} \quad (18)$$

其中 V_{s0} 可以近似表示为

$$V_{s0} \approx L_0 A_0 B_0 - l_{a0} a_0 b_0 \quad (19)$$

又因为致动过程中应变限制层不会产生伸长变形, 所以螺旋型致动器外侧弧长保持不变, 为了简化计算, 假设螺旋型致动器气腔外侧弧长 l_a 和应变限制层的长度 L 在致动过程中保持不变, 可以表示为

$$\begin{cases} l_a \approx l_{a0} \\ L \approx L_0 \end{cases} \quad (20)$$

联立式 (9) ~ (11) 和 (18) ~ (20) 可求得该状态下增量 n 的表达式. 式 (19) 是关于 n 和 θ 的隐函数, 难以将其转化为显函数形式. 在此, 借助数学软件 Matlab 中的 solve() 函数进行隐函数求解.

根据对致动器几何关系的分析, 所设计的螺线型致动器的 λ_1 、 λ_2 和 λ_3 可以具体表示为

$$\begin{cases} \lambda_1 \approx 1 \\ \lambda_2 = \alpha \frac{(a_0+n)(b_0+n)}{a_0 b_0} \\ \lambda_3 = \frac{t_0 - \beta \theta}{t_0} \end{cases} \quad (21)$$

根据虚功原理, 在系统未受到任何外力作用时, 可以认为充气产生的气压 P 所做的功完全转换为螺线型致动器的展开变形, 并且气压 P 所做的功与弹性基体所做的功的总和为 0:

$$PdV_a + V_s dW = 0 \quad (22)$$

在式 (22) 两边同时对 θ 求导可得:

$$P \frac{dV_a}{d\theta} + V_s \frac{dW}{d\theta} = 0 \quad (23)$$

根据式 (7), 对 W 求导可得:

$$\frac{dW}{d\theta} = 2(\lambda_1 \frac{d\lambda_1}{d\theta} + \lambda_2 \frac{d\lambda_2}{d\theta} + \lambda_3 \frac{d\lambda_3}{d\theta}) \times [C_1 + 2C_2(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3)] \quad (24)$$

根据式 (21), 对 λ_1 、 λ_2 和 λ_3 分别求导可得:

$$\begin{cases} \frac{d\lambda_1}{d\theta} = 0 \\ \frac{d\lambda_2}{d\theta} = \alpha \frac{2n+a_0+b_0}{a_0 b_0} \frac{dn}{d\theta} \\ \frac{d\lambda_3}{d\theta} = -\frac{\beta}{t_0} \end{cases} \quad (25)$$

最后, 可以得到输入气压 P 与致动器展开角度 θ 的关系为

$$P = -V_{s0} \left(\frac{dW}{d\theta} \right) / \left(\frac{dV_a}{d\theta} \right) \quad (26)$$

式中: $dV_a/d\theta$ 和 $dW/d\theta$ 均可改写为只含有变量 θ 的表达式. 输入气压 P 以标准大气压作为相对气压零点, $P_a = 101.325 \text{ kPa}$.

根据对螺线数学表达式 (1) ~ (4) 的分析, 假设充气后螺线型致动器展开状态的极坐标方程形式仍然和初始构型表达形式相同, 则决定螺线构型的构型空间的参数有 3 个, 分别是 R_0 、 C_0 和 ϕ . 基于上述静力学模型以及 θ 与 ϕ 的关系, 可以确定 ϕ 的大小. 还需确定构型空间参数 R_0 和 C_0 才能重建螺线型致动器的理论展开形状.

下文分别对圆形、阿基米德螺线、对数螺线 3 种不同螺线型气动软体致动器进行样机制作和实验. 根据形状刻度线采集展开状态下螺线型致动器

坐标值, 经过数据处理, 获取构型空间参数 R_0 和 C_0 , 以验证建立的静力学模型的准确性并重建致动器理论展开形状.

表 1 螺线型气动软体致动器的结构参数
Tab.1 Structural parameters of the spiral PSA

参数	数值
横截面长度 A	14 mm
横截面宽度 B	12 mm
气腔长度 a	8 mm
气腔宽度 b	4 mm
壁厚 t_1	3 mm
壁厚 t_2	5 mm
圆形初始构型空间参数	$R_0 = 31.8310 \text{ mm}$, $C_0 = 0 \text{ mm}/(^{\circ})$
阿基米德螺线型 初始构型空间参数	$R_0 = 15 \text{ mm}$, $C_0 = 17.4083 \text{ mm}/(^{\circ})$
对数螺线型初始构型空间参数	$R_0 = 15 \text{ mm}$, $C_0 = 0.8521 \text{ mm}/(^{\circ})$

4 实验与结果 (Experiments and results)

4.1 螺线型致动器制造工艺

参考文献 [17], 在海马的尾巴长度不变的情况下可以保持各种不同类型的螺线形状. 为了突出不同螺线构型对致动器性能的影响, 本文所设计的不同螺线型气动软体致动器样机的基体外形也保持相同. 为了保持致动器基体外形相同, 3 种螺线型致动器的外侧弧长统一选为 150 mm. 根据式 (2) ~ (4) 和模具制备的难易程度, 计算得到的其他结构参数如表 1 所示. 各组分的制备材料如表 2 所示.

表 2 螺线型气动软体致动器制备材料
Tab.2 Materials of the spiral PSA

组成	材料明细
弹性基体	Elastosil M4601 硅胶
密封阻塞头	ABS 树脂 (3D 打印)
应变限制层	A4 纸条

以对数螺线型致动器为例, 螺线型致动器的制造工艺分为 3 步:

(1) 如图 5(a) 所示, 制造致动器的基体. 首先组装利用 3D 打印技术制造的模具, 包括底槽、中间弯曲杆和末端端盖; 然后注入按比例混合的硅胶材料; 最后在上表面覆盖钢板使得基体壁厚均匀平整, 并在室温下等待其固化.

(2) 选择普通 A4 纸张, 裁剪适合尺寸的应变限制层; 为了便于标记展开后的形状, 在应变限制层

上等间距地刻画 16 条形状刻度线, 刻度线间隔为 10 mm.

(3) 如图 5(b) 所示, 通过同组分硅胶材料将应变限制层均匀地粘贴在致动器外侧表面, 将密封阻塞头粘贴在致动器末端. 图 6 所示是制造完成的螺线型致动器.

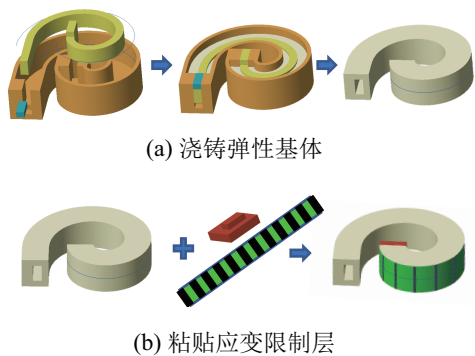


图 5 螺线型气动软体致动器的制造工艺
Fig.5 Fabrication processes of the spiral PSA

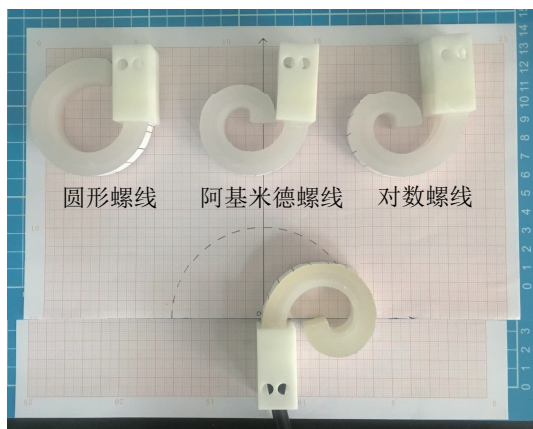


图 6 螺线型气动软体致动器样机
Fig.6 Prototype of the spiral PSA

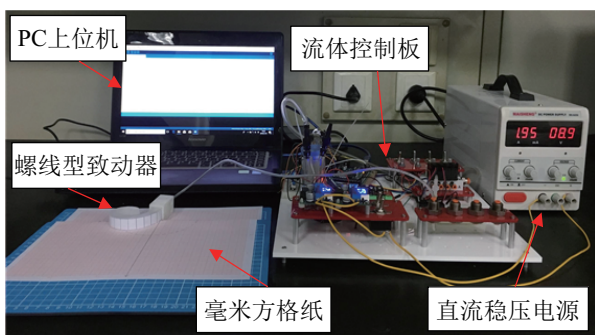
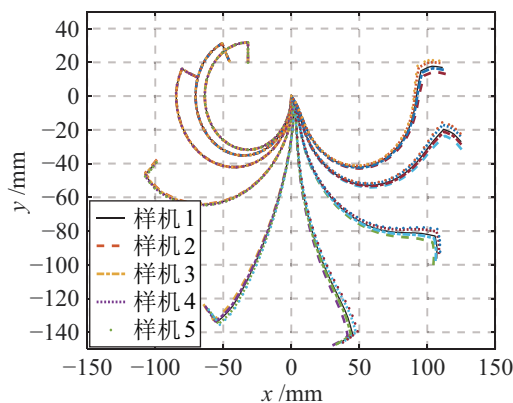


图 7 实验系统
Fig.7 Experimental system

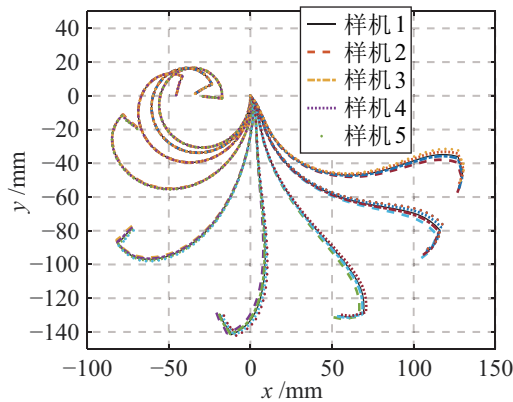
4.2 实验系统组成

如图 7 所示, 实验系统主要由直流稳压电源、上位机、流体控制板、毫米方格纸和螺线型气动软体致动器等部分组成. 流体控制板使用的是软体机

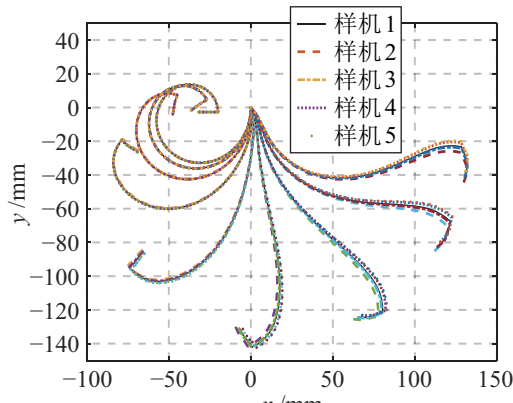
器人工具箱中开源的控制系统^[31], 其主要功能是利用气泵、PWM (pulse width modulation, 脉冲宽度调制) 模块、电磁阀和气压传感器实现对螺线型致动器的充放气控制, 从而控制致动器的展开状态. 直流稳压电源为流体控制板提供合适的工作电压. 上位机为流体控制板提供控制信号. 毫米方格纸配合形状刻度线用来标记致动器的展开形状.



(a) 圆形螺线构型



(b) 阿基米德螺线构型



(c) 对数螺线构型

图 8 螺线型气动软体致动器展开运动实验数据 (0 ~ 39 kPa)

Fig.8 Experimental data of the spiral PSA unwinding motion (0 ~ 39 kPa)

实验分为 4 个步骤:

(1) 每种螺线型致动器分别制造 5 个, 同一批致动器利用相同的注塑模具进行制造, 因此样机符合同一标准具有可比性。

(2) 对每个螺线型致动器, 依次在不同输入气压 P 作用下进行展开运动实验, 输入气压范围是 0 ~ 39 kPa, 增量步长为 5 kPa。

(3) 每次实验根据应变限制层上的形状刻度线, 依次采集各个形状刻度线在毫米方格纸上的垂直投影坐标数据, 并在每个形状刻度线周围随机采集另外应变限制层上 3 个点在毫米方格纸上的垂直投影坐标数据, 然后计算每种致动器的平均展开运动数据, 如图 8 所示。

(4) 处理坐标数据, 获得构型空间参数, 将其中的展开角与静力学模型计算数据作对比, 然后重建致动器的理论展开形状。

4.3 实验数据处理

形状刻度线采集的数据只是螺线型致动器工作空间的坐标值, 需要经过数据处理将其转换为螺线型致动器的构型空间参数 R_0 和 C_0 。

首先, 计算不同展开构型下运动坐标系 $\{O\}$ 的原点。在世界坐标系中圆的一般表达式是:

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0 \quad (27)$$

其中 D 、 E 和 F 是待求参数。根据定理平面内不在同一条直线上的 3 个点可以唯一确定一个圆^[25], 将圆上 3 点代入式 (27) 可以得到运动坐标系 $\{O\}$ 的原点为

$$\begin{cases} r_i = \frac{\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}}{2} \\ OX_i = -\frac{D}{2} \\ OY_i = -\frac{E}{2} \end{cases} \quad (28)$$

其中 r_i 、 OX_i 和 OY_i 分别为在气压 $P = i$ 的状态下, 致动器应变限制层对应的圆的半径, 以及运动坐标系 $\{O\}$ 的原点在世界坐标系 $\{W\}$ 中的坐标值。

然后, 根据运动坐标系 $\{O\}$ 原点的坐标, 将每个展开状态对应的数据采集点的坐标平移至运动坐标系 $\{O\}$ 中。接着, 根据螺线数学表达式从笛卡儿坐标系到极坐标系的变换关系, 计算每个刻度线分别对应的螺线半径 r 和螺线角度 ϕ 。

$$\begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \phi = \arctan \frac{y}{x} \end{cases} \quad (29)$$

再根据最小二乘法拟合算法^[32], 利用中间的若干个刻度点对应的 r 和 ϕ 得到该展开状态对应的构型空间参数 R_0 和 C_0 。

对于圆形构型的螺线型致动器, 由于某一展开状态下其形状刻度线对应的展开曲率相同, 则从每个刻度线周围依次选取相邻的 3 个点 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) 、 (x_3, y_3) 代入式 (27) 进行计算, 即可求得运动坐标系 $\{O\}$ 的原点在世界坐标系 $\{W\}$ 中的坐标值, 以及螺线半径。

图 9 所示是圆形构型下输入气压 P 与圆形螺线型致动器的运动坐标系原点、构型空间参数 R_0 和 C_0 的关系图。当 $P \approx 25$ kPa 时, 致动器展开形状近似为与世界坐标系负 Y 轴方向重合的直线形状, 所以此展开状态下螺线半径趋于无穷。其他状态下, 可以认为 $|OX| \approx r$, $OY \approx 0$ 。这说明关于充气后螺线型致动器展开状态的坐标方程形式仍然和初始构型表达形式相同的假设是成立的。

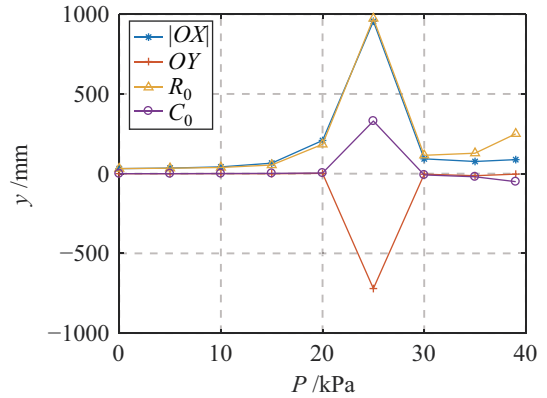


图 9 圆形螺线构型气动软体致动器构型空间参数

Fig.9 Parameters in the configuration space of the circle spiral PSA

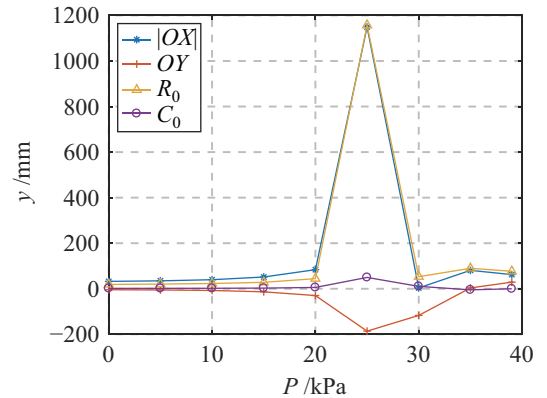


图 10 阿基米德螺线构型气动软体致动器构型空间参数

Fig.10 Parameters in the configuration space of the Archimedean spiral PSA

对于阿基米德螺线构型的螺线型致动器, 由于在任一展开状态下, 其应变限制层上形状刻度线对应的螺线半径随采集顺序逐渐增大, 也即螺线曲率不是恒定不变的, 所以不能直接采用和圆形构型相同的数据处理方法。本文假设阿基米德构型的螺线

型致动器上相邻的 3 个刻度线近似地在同一个圆上, 则可以近似地根据式 (27), 利用上述 3 点确定唯一圆的方法, 计算运动坐标系 $\{O\}$ 的原点在世界坐标系 $\{W\}$ 中的坐标值. 接着, 根据式 (29), 使用最小二乘法拟合构型空间参数. 图 10 所示是阿基米德螺线构型下输入气压 P 与阿基米德螺线型致动器的运动坐标系原点、构型空间参数 R_0 和 C_0 的关系图.

对于对数螺线构型的螺线型致动器, 同样假设应变限制层上相邻的 3 个刻度线近似地在同一个圆上. 然后, 近似地根据式 (27), 利用上述 3 点确定唯一圆的方法, 计算运动坐标系 $\{O\}$ 的原点在世界坐标系 $\{W\}$ 中的坐标值. 另外, 使用最小二乘法拟合构型空间参数之前, 对式 (4) 两边取对数得到如下变形表达式:

$$\ln r = \ln R_0 + C_0 \phi \quad (30)$$

然后再利用 $\ln r$ 和 ϕ 拟合得到 $\ln R_0$ 和 C_0 , 最后对 $\ln R_0$ 进行指数运算得到 R_0 . 图 11 所示是对数螺线构型下输入气压 P 与对数螺线型致动器的运动坐标系原点、构型空间参数 R_0 和 C_0 的关系图.

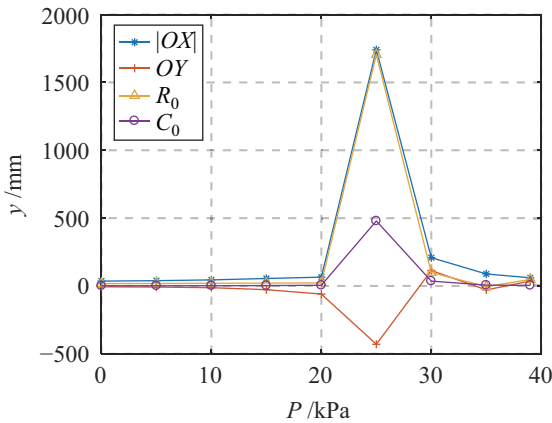


图 11 对数螺线构型气动软体致动器构型空间参数
Fig.11 Parameters in the configuration space of the logarithm spiral PSA

4.4 静力学实验结果分析

4.4.1 静力学模型验证

为了验证 3.2 节致动器静力学模型的准确性, 进行了静力学实验. 首先, 在每个输入气压 P 下, 分别计算每个致动器样机应变限制层末端的第一个形状刻度线对应的展开角度, 并计算展开角度的样机实验均值, 如图 12 中样机实验均值曲线所示. 然后, 根据式 (26), 利用修正的静力学模型计算致动器在不同输入气压 P 下的展开角度的理论数据, 并将理论数据与样机实验均值进行对比. 为了得到

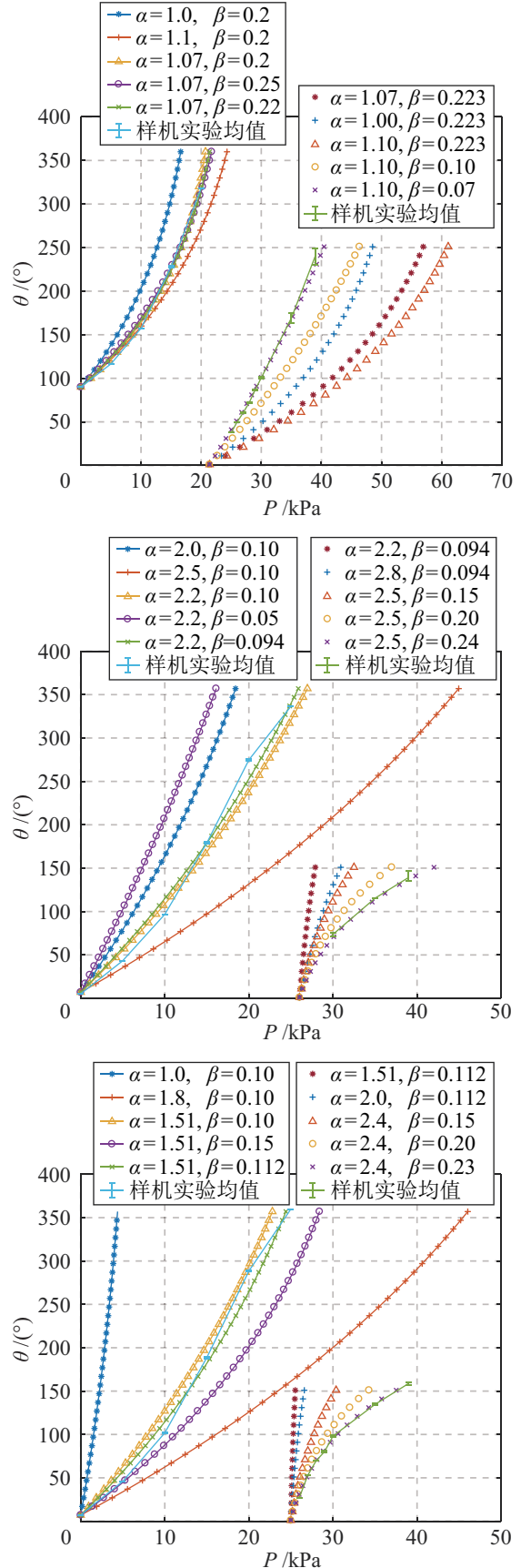


图 12 螺线型致动器静力学模型和实验数据对比图
Fig.12 Comparison between the statics models and the experimental data of the spiral PSAs

更准确的对比结果, 补充了输入气压 P 在 25 kPa ~ 30 kPa 之间的展开运动实验, 增量步长为 1 kPa. 图 12 中, 致动器展开到直线形状时, 其展开角度在正曲率方向上达到最大值 360° , 同时在负曲率方向上达到最小值 0° , 此时两个方向的展开角度对应的气压值相同.

4.4.2 几何修正参数选取

根据实验现象分析, 输入气压越大, 螺线型致动气腔截面变形越明显, 且壁厚越薄. 因此可以预测, 参数 α 应大于 1; 同时, 由于壁厚不可能出现负值, 而致动器最大展开角度为 360° , 故根据式 (11) 可以得到 β 的最大取值范围是 $0 \sim 0.477$. 根据式 (31), 以最小化均值误差为优化准则选取最优的几何修正参数组合:

$$\left\{ \alpha_i, \beta_i \left| \min \sum_j^{13} |\theta_{Mj} - \theta_{Pj}|, \alpha_i > 1, \beta_i \in [0, 0.477] \right. \right\} \quad (31)$$

式中: α_i 和 β_i 分别为待选取的几何修正参数; θ_{Mj} 是根据静力学模型计算得到的展开角度, θ_{Pj} 是根据样机实验均值数据计算得到的展开角度.

利用最优参数组合修正后的静力学模型如图 12 中所示. 同时, 图 12 展示了不同几何修正参数组合对静力学模型的影响.

综合比较和分析 3 种螺线型致动器的样机实验、静力学实验及对应实验的数据处理结果, 螺线型致动器的展开运动具有以下特点:

(1) 图 8 和图 9 显示, 在较小的输入气压下, 3 种螺线构型的螺线型致动器都可以实现较大范围的展开运动, 当 $P < 25$ kPa 时, 随着输入气压的增大, 展开角也增大; 当 $P > 25$ kPa 时, 随着输入气压的增大, 致动器逐渐向负曲率方向弯曲; 当 $P \approx 25$ kPa 时, 致动器接近于直线构型, 此时致动器对气压变化的敏感度较高. 其中, 圆形螺线型致动器随着气压的增长, 展开变形增量较为均匀, 运动范围最大, 但是初始构型的矩形包络体积也是最大; 对数螺线型致动器初始构型占据体积最小, 并且对气压的利用效率比阿基米德螺线型致动器高.

(2) 同时样机实验结果显示, 随输入气压的增大, 螺线型致动器在负曲率方向展开角度逐渐趋于平缓. 不能产生更大角度的展开的主要原因是: 致动器初始状态下的内侧弧长小于外侧弧长. 致动器到达第 4 象限后, 内侧弧长变成外侧弧长, 致动器内侧弹性基体达到弹性变形极限, 无法产生更大程度的展开运动; 根据图 12 和实验结果, 在世界坐

标系 $\{W\}$ 下, 当输入气压 $P = 0 \sim 39$ kPa 时, 圆形螺线型致动器的展开角度变化范围是 $135^\circ \sim 369^\circ$, 阿基米德螺线型致动器的展开角度变化范围是 $185^\circ \sim 345^\circ$, 对数螺线型致动器的展开角度变化范围是 $188^\circ \sim 350^\circ$.

(3) 图 12 显示, 在正负曲率两个方向上, 若保持参数 β 不变, 则参数 α 越大, 即致动器气腔截面变形越大, 致动器展开角度随气压变化越大; 若保持参数 α 不变, 则参数 β 越大, 即致动器壁厚越小, 致动器展开角度随气压变化越大. 但是参数 β 对展开角度的影响率小于参数 α . 根据最优几何修正参数组合计算得到的静力学模型与致动器样机实验数据在输入气压相同时的最大展开角度误差和平均展开角度误差如表 3 所示.

表 3 螺线型致动器实验数据和静力学模型误差分析

Tab.3 Errors analysis of the statics models and the experimental data of the spiral PSAs

致动器	平均角度误差	最大角度误差
圆形螺线构型	3.4055°	8.6322°
阿基米德螺线构型	10.0166°	21.8078°
对数螺线构型	8.9818°	18.1706°

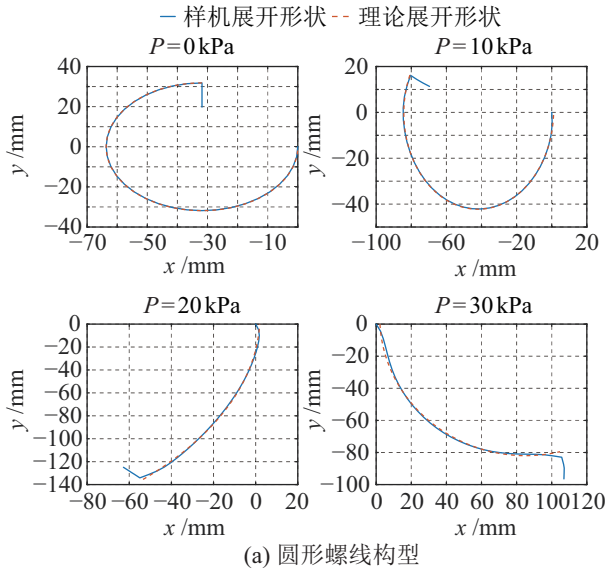
通过调整几何修正参数 α 和 β 得到的修正后的静力学模型和实验数据仅存在较小的误差. 误差产生的原因主要是: 螺线型致动器的材料模型使用的经典参数可能与实际材料存在误差, 致动器与毫米方格纸之间的摩擦力影响展开运动性能. 对比结果说明, 基于超弹性材料模型、几何关系和虚功原理建立的螺线型致动器的静力学模型是正确的, 能够较为准确地描述该驱动器输入气压 P 与展开角度 θ 的关系.

根据上述分析, 在保持致动器外侧弧长相同时, 对数螺线型致动器的展开运动性能实现最优.

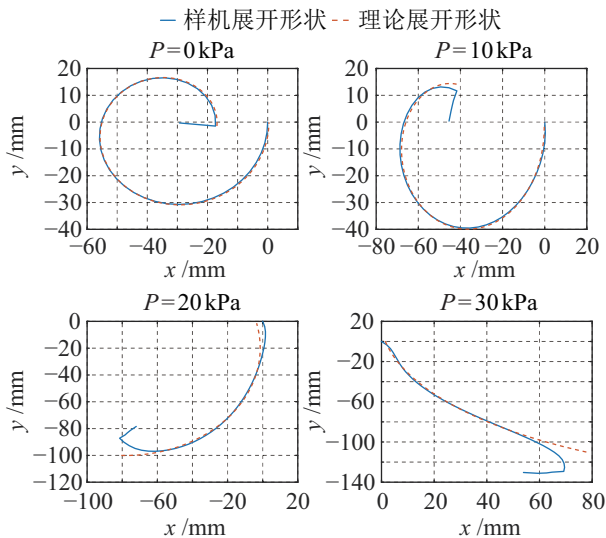
4.5 构型重建

为了验证 4.3 节构型空间参数获取方法的可行性, 根据修正后的静力学模型和实验数据处理得到的构型空间参数 R_0 和 C_0 , 依次重建螺线型致动器在输入气压 $P = 0$ kPa、10 kPa、20 kPa 和 30 kPa 下的理论展开形状, 将理论展开形状变换回世界坐标系 $\{W\}$ 中, 结果如图 13 所示.

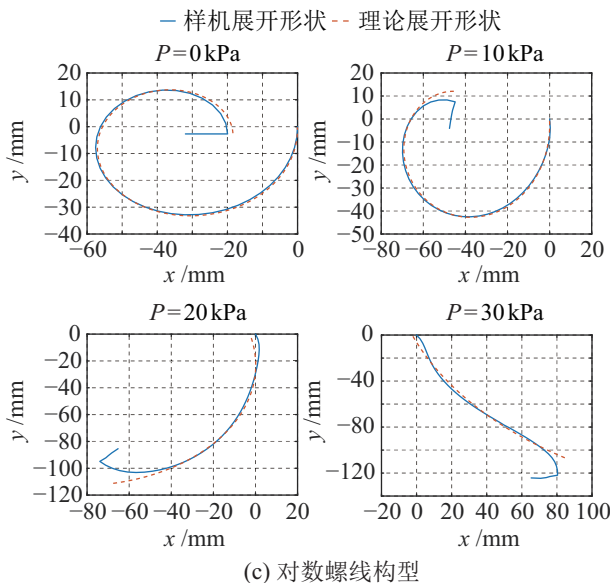
比较和分析 3 种螺线型致动器重建结果, 可以得到如下结论: 圆形螺线型致动器的重建结果最为准确、阿基米德螺线型致动器和对数螺线型致动器在致动器起点和末端存在不同程度的误差. 结果说明, 根据形状刻度线采集到的坐标数据, 再经过最



(a) 圆形螺线构型



(b) 阿基米德螺线构型



(c) 对数螺线构型

图 13 螺线型软体致动器理论展开形状

Fig.13 Theoretical unwinding shapes of the spiral PSAs

小二乘法拟合, 可以得到螺线型致动器在不同展开状态下的构型空间参数 R_0 和 C_0 . 进而可以重建致动器的理论展开形状. 但是, 随着输入气压的增大, 致动器的变形程度越来越大, 致动器样机的末端位置与理论展开形状之间的误差也越来越大. 误差产生的原因主要是: (1) 致动器本身的固有特性, 致动器末端难以实现负曲率变形; (2) 致动器与毫米方格纸之间存在摩擦力的影响; (3) 数据采集过程中存在读数误差; (4) 形状刻度线的个数不够多. 为了进一步减小重建的误差, 未来可以尝试分段重建方法, 将致动器起点部分、中间部分和末端部分分别拟合构型空间参数.

5 结论 (Conclusion)

首先, 本文受到海马尾巴结构的启发, 提出了新型螺线型气动软体致动器. 致动器的样机实验结果表明了设计的合理性. 然后, 基于超弹性材料模型、几何关系和虚功原理建立了螺线型致动器的通用静力学模型, 模型中引入了 2 个几何修正参数 α 和 β . 实验证明, 修正后的静力学模型具有较高的准确性. 最后, 根据样机实验数据, 对 3 种常见螺线构型的螺线型致动器的展开运动性能进行了比较和分析, 在致动器外侧弧长相同的情况下, 对数螺线型致动器的展开运动性能最优. 实验结果与仿生对象的真实现象相符, 即海马尾巴常保持为对数螺线构型以减小身体所占的空间, 获取更快的展开响应. 同时, 实验结果显示选用的致动器初始构型对比参数足够说明 3 种类型的螺线致动器之间的异同点, 因此实验结果对于通用的螺线型致动器具有普适性.

未来将研究: (1) 静力学模型中几何修正参数 α 和 β 的更准确的选取规则, 提高模型的准确性; (2) 构型空间参数分段拟合方法, 提高构型空间参数对螺线形状描述的准确性; (3) 螺线型致动器输入气压与末端输出力的关系, 进一步优化螺线型致动器的设计, 使其具有更优的仿生性能.

参考文献 (References)

- [1] Gong Z Y, Cheng J H, Hu K N, et al. An inverse kinematics method of a soft robotic arm with three-dimensional locomotion for underwater manipulation[C]//IEEE International Conference on Soft Robotics. Piscataway, USA: IEEE, 2018: 516-521.
- [2] Falkenhahn V, Mahl T, Hildebrandt A, et al. Dynamic modeling of constant curvature continuum robots using the Euler-Lagrange formalism[C]//IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, USA: IEEE, 2014: 2428-2433.

- [3] Li Y T, Chen Y H, Yang Y, et al. Passive particle jamming and its stiffening of soft robotic grippers[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2017, 33(2): 446-455.
- [4] Tolley M T, Shepherd R F, Mosadegh B, et al. A resilient, untethered soft robot[J]. *Soft Robotics*, 2014, 1(3): 213-223.
- [5] Calderón A A, Ugalde J C, Zagal J C, et al. Design, fabrication and control of a multi-material-multi-actuator soft robot inspired by burrowing worms[C]//*IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics*. Piscataway, USA: IEEE, 2016: 31-38.
- [6] Yamazaki S, Tanise Y, Yamada Y, et al. Development of axial extension actuator for narrow pipe inspection endoscopic robot[C]//*IEEE/SICE International Symposium on System Integration*. Piscataway, USA: IEEE, 2016: 634-639.
- [7] Polygerinos P, Lyne S, Wang Z, et al. Towards a soft pneumatic glove for hand rehabilitation[C]//*IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Piscataway, USA: IEEE, 2013: 1512-1517.
- [8] Kang R, Branson D T, Zheng T, et al. Design, modeling and control of a pneumatically actuated manipulator inspired by biological continuum structures[J]. *Bioinspiration and Biomimetics*, 2013, 8(3). DOI: 10.1088/1748-3182/8/3/036008.
- [9] Suzumori K, Endo S, Kanda T, et al. A bending pneumatic rubber actuator realizing soft-bodied manta swimming robot [C]//*IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Piscataway, USA: IEEE, 2007: 4975-4980.
- [10] Klute G K, Hannaford B. Fatigue characteristics of McKibben artificial muscle actuators[C]//*IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Piscataway, USA: IEEE, 1998: 1776-1781.
- [11] Amend J, Cheng N, Fakhouri S, et al. Soft robotics commercialization: Jamming grippers from research to product[J]. *Soft Robotics*, 2016, 3(4): 213-222.
- [12] Amend J R, Brown E, Rodenberg N, et al. A positive pressure universal gripper based on the jamming of granular material[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2012, 28(2): 341-350.
- [13] Yan J H, Zhang X B, Xu B B, et al. A new spiral-type inflatable pure torsional soft actuator[J]. *Soft Robotics*, 2018, 5(5): 527-540.
- [14] Fionnuala C, Panagiotis P, Conor J W, et al. Mechanical programming of soft actuators by varying fiber angle[J]. *Soft Robotics*, 2015, 2(1): 26-32.
- [15] Sun Y, Yap H K, Liang X Q, et al. Stiffness customization and patterning for property modulation of silicone-based soft pneumatic actuators[J]. *Soft Robotics*, 2017, 4(3): 251-260.
- [16] Connolly F, Walsh C J, Bertoldi K. Automatic design of fiber-reinforced soft actuators for trajectory matching[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2017, 114(1): 51-56.
- [17] Porter M M, Adriaens D, Hatton R L, et al. Why the seahorse tail is square[J]. *Science*, 2015, 349(6243). DOI: 10.1126/science.aaa6683.
- [18] Holland H C. Archimedes spiral[J]. *Nature*, 1957, 179(4556): 432-433.
- [19] Cook T A. Spirals in nature and art[J]. *Nature*, 1903, 68(1761): 296.
- [20] Polygerinos P, Wang Z, Overvelde J T B, et al. Modeling of soft fiber-reinforced bending actuators[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2015, 31(3): 778-789.
- [21] 王华, 康荣杰, 王兴坚, 等. 软体弯曲驱动器设计与建模[J]. *北京航空航天大学学报*, 2017, 43(5): 1053-1060.
Wang H, Kang R J, Wang X J, et al. Design and modeling of a soft bending actuator[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2017, 43(5): 1053-1060.
- [22] Chen L, Yang C, Wang H, et al. Design and modeling of a soft robotic surface with hyperelastic material[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2018, 130: 109-122.
- [23] Tatlicioglu E, Walker I D, Dawson D M. Statics modelling for planar extensible continuum robot manipulators[C]//*IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Piscataway, USA: IEEE, 2007: 1357-1362.
- [24] Trivedi D, Lotfi A, Rahn C D. Geometrically exact models for soft robotic manipulators[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2008, 24(4): 773-780.
- [25] Goddijn A, Kindt M, Reuter W. *Analytic geometry[M]//Geometry with Applications and Proofs*. Berlin, Germany: Springer, 2014: 301-329.
- [26] Ogden R W. Non-linear elastic deformations[J]. *Engineering Analysis*, 1984, 1(2): 119.
- [27] Yeoh O H. Some forms of the strain energy function for rubber[J]. *Rubber Chemistry and Technology*, 1993, 66(5): 754-771.
- [28] Rivlin R S. Large elastic deformations of isotropic materials[M]//*Collected Papers of R. S. Rivlin*. Berlin, Germany: Springer, 1997: 23-54.
- [29] Zhang Z, Wang S, Wang X, et al. Kinematic analysis of novel soft robotic arm based on virtual work principle[C]//*IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics*. Piscataway, USA: IEEE, 2018: 984-990.
- [30] 樊继壮, 于庆国, 袁博文, 等. 软体仿蛙游动机器人关节式气动致动器研制[J]. *机器人*, 2018, 40(5): 578-586.
Fan J Z, Yu Q G, Yuan B W, et al. Development of a joint-like pneumatic actuator applied to soft frog-inspired swimming robot[J]. *Robot*, 2018, 40(5): 578-586.
- [31] University H. Soft robotics 'toolkit' features everything a robot-maker needs[J]. *Soft Robotics*, 2014, 1(3): 224-230.
- [32] Chen G, Ren Z, Sun H, et al. Curve fitting in least-square method and its realization with Matlab[J]. *Ordnance Industry Automation*, 2005, 24(3): 107-108.

作者简介:

张志远 (1995 -), 男, 硕士. 研究领域: 软体机器人及软体致动器.

王松涛 (1985 -), 男, 博士, 副研究员. 研究领域: 软体驱动器, 耦合驱动理论.

王学谦 (1980 -), 男, 博士, 副研究员. 研究领域: 智能机器人.